# الفيزياء

## الصف الحادي عشر

## للفرع العلمي والصناعي / الفصل الأول


اعداد

أ. سائد سلمان

تصميم وإخراج

مجدي نوري



اصدار سلسلة

المحترف

نابلس - فلسطين - جوال:0599 231481

سلسلة المحترف التعليمية


# بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة: -

شُكرٌ لله أنْ مَنَّ علينا من فضله وكرمه لإخراج سلسلة المُحترف التعليميّة لطلبة الثّانويّة العامّة، فَبَعدَ النّجاح الباهر الذي حققته السّلسلة الأولى بشَهادَة ثُلّة من المُشرفينَ والمُعلّمين والطّلبَة المتمَيّزين نُطلُ عليكم هذا العام بسلسَلة المحتَرف التعليمية الكاملة لكلّ موادِّ المراحلِ التعليميَة من الصف الرّابع حتى الثاني عشر.

طلابنا الأعزاء ،أصدقاءنا المعلمين، أهلنا الكرام، لقد حَرصنا على أنْ يكونَ هذا العمل فريداً وَ ومُتميزاً وهادفاً ، فهو يغنيكم عَن كثيرٍ منَ الوَسائل التعليميةِ الأخرى المُساعدة، وهو بمثابة أستاذ مُحترف لدى الطالب في كل بيت يشرح ويُبَسِّطُ ويُجيبُ ويُقَيِّمُ، آخذينَ بعينِ الاعتبارِ مُساعَدَةَ أولياءِ الأمورِ وتوفير الجهد وعناء التدريس، وجمع الشروحات والحلول المُتعلقة بمناهجهم.

وقد اعتمدنا في منهجيتنا لهذه السلسلة (سلسلة المحترف) على: -

الشّرح والتّحليل المُبَسّط للدرس بالاستعانة بأسلوب الخِطاب في تحليل المادة وشرحها والوصول إلى استنتاجاتَ محددة ومركزة.

تقريبِ المفهوم لأذهانِ الطلابِ بشكلٍ أبسط وأيسر.

حلّ أنشطة الكِتاب والتدريبات المُتعلقة بالدروس وتحليلها بخطواتٍ مُفصلة ومحددة.

إضافة مادةٍ إثرائية لكل درس و وَحدَةٍعلى شكلِ أسئلة إضافية مُجابة تساعِدُ الطلبة على التدربَ وتقييم أنفسِهمْ.

امتحانات تقييميّة (يوميّة ونصفيّة ونهائيّة) شاملة لمحتوى الكتاب بالإضافة إلى أسئلة اختبارات لسنوات سابقة.

في الختام، لن نتحدث عن هذه السلسة كثيراً، بل نترُكها بين أيديكم لتتحدث عن نَفسهَا ، آملينَ من الله عَزّ وجلّ أنْ ينالَ هذا العملُ إعجابَكُم وَ ثِقتَكُم ويكون لكم قِنديلاً يُنيرُ لكم دربكم في مسيرة التفوقِ والنّجاحِ .

النّاشر
المحترف

## فهرس المحتويات

# مفتاح الرموز

| الرمز | وحدة القياس | الرمز | المفهوم |
|---|---|---|---|
| g | الغرام | $m$ | الكتلة |
| Kg | الكيلوغرام | $t$ | الزمن |
| mm | الملميتر | $L$ | الطول |
| cm | السنتميتر | $d$ | المسافة |
| m | المتر | $h$ | الارتفاع |
| s | الثانيه | $A$ | المساحه |
| Km | الكيلومتر | $V$ | الحجم |
| h | الساعة | $r$ | الإزاحة |
| min | الدقيقة | $v$ | السرعة |
| N | نيوتن | $a$ | التسارع |
| J | الجول | $F$ | القوة |
| watt | الواط | $g$ | تسارع الجاذبية الأرضية |
| hp | الحصان الميكانيكي | $\tau$ | عزم القوة |
| rad | راديان | $\tau_0$ | عزم الازدواج |
| | | $F_g$ | قوة الوزن |
| | | $T$ | قوة الشد |
| | | $n$ | قوة التلامس العمودية |
| | | $f$ | قوة الاحتكاك |
| | | $f_s$ | قوة الاحتكاك السكوني |
| | | $f_k$ | قوة الاحتكاك الحركي |
| | | $\mu$ | معامل الاحتكاك |
| | | $W$ | الشغل |
| | | $E$ | الطاقه الميكانيكيه |
| | | $K.E$ | طاقة الحركة |
| | | $U$ | طاقة الوضع |
| | | $P$ | القدرة |
| | | $K$ | ثابت مرونة النابض |
| | | $a_c$ | التسارع المركزي |
| | | $F_c$ | القوة المركزية |
| | | $S$ | طول القوس |
| | | $\theta$ | الموضع الزاوي |
| | | $\Delta\theta$ | الإزاحه الزاويه |
| | | $T$ | الزمن الدوري |
| | | $f$ | التردد |
| | | $\omega$ | السرعة الزاوية |
| | | $\alpha$ | التسارع الزاوي |
| | | $N$ | عدد الدورات |

# الوحدة الأولى: الميكانيكا

## الفصل الأول: الكميات المتجهة والحركة في بعدين.

### المفاهيم والمصطلحات:

**الكميات الفيزيائية القياسية**: هي الكميات الفيزيائية التي يلزم للتعبير عنها تحديد مقدارها فقط.
**الكميات الفيزيائية المتجهة**: هي الكميات الفيزيائية التي يلزم للتعبير عنها تحديد مقدارها واتجاهها.
**معكوس المتجه**: هو متجه له نفس مقدار المتجه الأصلي ويعاكسه في الاتجاه.
**الإزاحة**: هي المتجه الواصل بين نقطة البداية ونقطة النهاية.
**المحصلة**: هي متجه يعمل عمل متجهين أو أكثر مجتمعة ما.
**القوة المحصلة**: هي قوة تعمل عمل قوتين أو مجموعة من القوى مجتمعة معا.
**الضرب القياسي**: حاصل ضرب مقدار أحد المتجهين في مقدار مركبه المتجه الآخر باتجاهه.
**الضرب التقاطعي**: حاصل ضرب مقدار المتجه الأول في مركبه المتجه الثاني العمودية عليه ويكون اتجاه المتجه الناتج عموديا على كل منهما وعلى المستوى الذي يقع عليه كل من المتجهين.
**المقذوفات**: حركة الجسم في بعدين تحت تأثير قوة الجاذبية وبإهمال مقاومة الهواء.
**زمن الصعود**: هو الزمن الذي يستغرقه الجسم من لحظة مغادرته سطح الأرض حتى يصل أعلى نقطة في مساره (المنحنى) ويساوي زمن الهبوط.
**زمن التحليق**: هو الزمن الذي يستغرقه الجسم من لحظة مغادرته سطح الأرض وحتى يعود إليها مرة أخرى ويساوي مجموع زمني الصعود والهبوط .
**أقصى ارتفاع**: هي المسافة العمودية من سطح الأرض وحتى أعلى نقطة يصلها الجسم في مساره (المنحنى).
**المدى الأفقي**: وهي المسافة الأفقية بين النقطة التي ينطلق منها الجسم والنقطة التي يعود بها إلى سطح الأرض وهي أكبر مسافة أفقية يقطعها الجسم.

### 1-1 الكميات المتجهة:

تقسم الكميات الفيزيائية إلى قسمين:
1. كميات فيزيائية قياسية.
2. كميات فيزيائية متجهة.

### إجابة أناقش

**1. أعط أمثلة لكميات فيزيائية .**
القوة، الإزاحة، الزمن، الكتلة، السرعة، التسارع، المساحة، الكثافة، الطاقة.

**2. صنف الكميات التي ذكرتها إلى قياسية ومتجهة .**

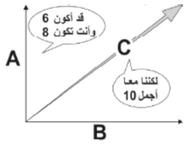
| الكميات القياسية | الكميات المتجهة |
|---|---|
| الزمن | القوة |
| الكتلة | الإزاحة |
| المساحة | السرعة |
| الكثافة | التسارع |
| الطاقة | |

**3. ما المقصود بمعكوس المتجه ؟**
متجه له نفس مقدار المتجه الأصلي ويعاكسه في الاتجاه.

**4. كيف نمثل الكمية المتجهة بيانياً ؟**

يمكن تمثيل أي كمية متجهة بقطعة مستقيمة متجهة (تنتهي برأس سهم)؛ حيث يدل طول القطعة على مقدار الكمية المتجهة ويدل اتجاهها (رأس السهم) على اتجاه الكمية.

**5. فسر الحوار في الشكل المجاور .**




$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$C = \sqrt{36 + 64}$$

$$C = \sqrt{100}$$

$$C = 10$$

## 1-2 جمع المتجهات (محصلة المتجهات)

هناك طرق عديدة لجمع المتجهات منها:

1. الطريقة الهندسية.
2. طريقة متوازي الأضلاع.
3. طريقة التحليل.

---

### 1. جمع المتجهات بالطريقة الهندسية.

خطوات طريقة جمع المتجهات بالطريقة الهندسية:

1. نقوم باختيار مقياس رسم.
2. نقوم بتثبيت أحد المتجهات
3. نقوم بنقل بقية المتجهات بحيث يكون ذيل المتجه الجديد على رأس المتجه السابق له (الأصلي).
4. تكون المحصلة (الناتج) متجه يبدأ ذيله من ذيل المتجه الأول وينتهي رأسه عند راس المتجه الأخير.
5. باستخدام مقياس الرسم نجد مقدار المحصلة (الناتج).

---

**ملاحظة هامة:** عند نقل اي متجه يجب أن نحافظ على مقداره (طوله) واتجاهه.

---

**مثال (1):** لديك المتجهات (A=24) وحدة باتجاه المحور السيني الموجب (+X) و (B=40) وحدة باتجاه المحور الصادي (+Y) الموجب و (C=48) وحدة باتجاه المحور السيني السالب و (D=8) وحدات باتجاه المحور السيني الموجب جد ما يأتي:

1. A+B
2. A+B+C
3. A-D

**الحل:**

نختار مقياس رسم مناسب وليكن

1cm: 8 وحدات

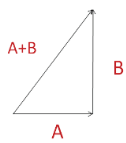
إذاً يتم تمثيل المتجه (A) بطول 3cm.

والمتجه (B) بطول 5cm

والمتجه (C) بطول 6cm

والمتجه (D) بطول 1cm

**1. A+B**


نثبت المتجه A

ثم ننقل المتجه (B) بحيث يكون ذيله عند راس (A)

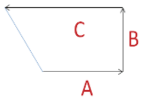
ثم نصل بين ذيل ( A ) ورأس ( B ) فنحصل على الناتج A+B

نقيس طول الناتج بالمسطره فنجد انه يساوي 5.8 cm ثم نضربه بمقياس الرسم

$$A + B = 5.8 \times 8 = 46.8$$

إذاً حاصل جمع (A+B) يساوي (46.4) وحدة.

**A+B+C .2**

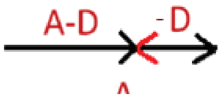



نثبت المتجه (A) ثم ننقل المتجه B وبعد ذلك ننقل المتجه (C)

$$(A+B+C) = 5.9 \times 8 = 47.2$$

إذا حاصل جمع $A+B+C$ يساوي (47.2) وحدة.

**$A-D$ .3**




نحول عملية الطرح إلى عملية جمع

$$A-D = A+(-D)$$

نلاحظ أن العملية أصبحت جمع المتجه (A) مع معكوس المتجه (D)

نثبت المتجه (A) ثم ننقل عنده معكوس المتجه (D)

$$A-D = 2 \times 8 = 16$$

إذا حاصل جمع (A-D) تساوي 16 وحدة.

---

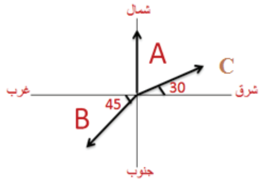
**مثال (2):** لديك المتجهات (A=20) وحدة شمالا و (B=10) جنوب الغرب و (C=15) وحدة تميل بزاوية $30°$شمال الشرق، أجب عما يأتي:

1. مثل المتجهات بيانيا.
2. جد ناتج ما يأتي:

A+B+C

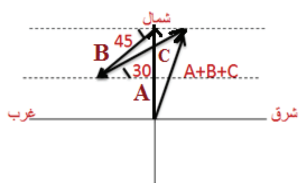
C-B-A

1. الحل: نختار مقياس رسم مناسب (1cm : 5 وحدات)

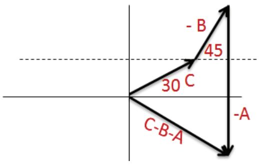



**A+B+C .2**

نثبت المتجه (A) ثم ننقل المتجه (B) ثم المتجه (C)




**C-B-A . 3**




نحول عملية الطرح إلى جمع $C+(-B)+(-A)$

نقيس طول الناتج ثم نضربه بمقياس الرسم فنحصل على مقدارة وباستخدام المنقلة نجد اتجاهه ( ميله عن محور السينات )

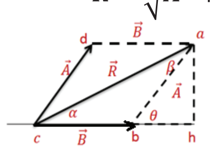
---

## 2. جمع المتجهات بطريقة متوازي الأضلاع

تستخدم هذه الطريقة لحساب محصلة متجهين بينهما زاوية مقدارها $(\theta)$رياضيا.

لحساب محصلة متجهين (A,B) بينهما زاوية مقدارها θ نستخدم العلاقة الآتية:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$




حيث: R: محصلة المتجهين

A: المتجه الأول

B: المتجه الثاني

θ: الزاوية المحصورة بين المتجهين.

## الإثبات

من المثلث ahc وحسب نظرية فيثاغوررس

$$R^2 = (ah)^2 + (hc)^2$$

لكن $hc = cb + bh$

$$R^2 = (ah)^2 + (cb + bh)^2$$

$$R^2 = (ah)^2 + (cb)^2 + (bh)^2 + 2(cb)(bh)$$

لكن من المثلث (ahb)

$$cos\theta = \frac{bh}{ab} \Longrightarrow bh = abcos\theta$$

$$sin\theta = \frac{ah}{ab} \Longrightarrow ah = absin\theta$$

$$R^2 = (absin\theta)^2 + (cb)^2 + (abcos\theta)^2 + 2(cb)(abcos\theta)$$

$$R^2 = (ab)^2 sin^2\theta + (cb)^2 + (ab)^2 cos^2\theta + 2(cb)(ab)cos\theta$$

بإخراج $(ab)^2$ عامل مشترك.

$$R^2 = (ab)^2\left(sin^2\theta + cos^2\theta\right) + (cb)^2 + 2(cb)(abcos\theta)$$

لكن $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

$$R^2 = (ab)^2 + (cb)^2 + 2(cb)(abcos\theta)$$

لكن

$$A = ab$$

$$B = cb$$

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\, cos\theta$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\, cos\theta}$$

لحساب اتجاه المحصلة نستخدم قانون الجيوب

$$\frac{A}{sin\alpha} = \frac{B}{sin\beta} = \frac{R}{\sin(180 - \theta)}$$

## الإثبات:

من الشكل السابق ومن المثلث (ahb)

$$sin\theta = \frac{ah}{ab} \Longrightarrow ah = absin\theta$$

ومن المثلث (ahc)

$$\sin\alpha = \frac{ah}{ac} \Longrightarrow ah = ac\, sin\alpha$$

نستنتج أن $ab \sin\theta = ac \sin\alpha$

ومنها:

$$\frac{ab}{\sin\alpha} = \frac{ac}{\sin\theta}$$

وبما أن $\sin\theta = \sin(180 - \theta)$

$$\frac{ab}{\sin\propto} = \frac{ac}{\sin(180 - \theta)}$$

وبما أن

$$ab = A$$

$$ac = R$$

$$\frac{A}{\sin \propto} = \frac{R}{\sin(180-\theta)}$$

ويمكن تعميم العلاقة السابقة

$$\frac{A}{\sin \propto} = \frac{B}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin(180-\theta)}$$

يمكن اختصار القانون كالتالي:

$sin\alpha = \frac{B}{R} sin\theta$ ، وهو المطلوب

ꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤꕤ

## حالات خاصة على القانون

**1. عندما يكون المتجهان متوازيين وبنفس الاتجاه $(\theta = 0)$**

يصبح قانون المحصلة

$$R = A + B$$

والاتجاه: باتجاه اي من المتجهين

الإثبات:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 2AB\cos\theta}$$
$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos 0}$$

بما أن $\cos(0) = 1$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB}$$

لكن $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$

$$R = \sqrt{(A+B)^2}$$
$$R = A + B$$

**2. عندما يكون المتجهان متوازيين وباتجاه معاكس $(\theta = 180)$**

قانون المحصلة: $R = A - B$

الاتجاه: باتجاه الكبرى.

الإثبات

$$R\sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$
$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(180)}$$

بما أن $\cos(180) = -1$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB}$$

وبما ان $(A-B)^2 = A^2 + B^2 - 2AB$

$$R = \sqrt{(A-B)^2}$$
$$R = A - B$$

**3. عندما يكون المتجهان متعامدان $(\theta = 90)$**

قانون المحصلة:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

الاتجاه $\tan\theta = \frac{B}{A}$

الإثبات

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$
$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(90)}$$

بما أن $\cos 90 = 0$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

**4. عندما يكون المتجهان متساويان في المقدار وبينهما أي زاوية.**

**قانون المحصلة:**

$$R = 2A\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

**الاتجاه:** المحصلة تميل عن أي من المتجهين بزاوية مقدارها $\left(\frac{\theta}{2}\right)$

**الإثبات:**

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB}$$

بما ان $A=B$

$$R = \sqrt{A^2 + A^2 + 2AA\cos\theta}$$
$$R = \sqrt{2A^2 + 2A^2\cos\theta}$$
$$R = \sqrt{2A^2(1+\cos\theta)}$$
$$R = \sqrt{4A^2\frac{(1+\cos\theta)}{2}}$$
$$R = 2A\sqrt{\frac{(1+\cos\theta)}{2}}$$

لكن

$$\sqrt{\frac{(1+\cos\theta)}{2}} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$R = 2A\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

---

**مثال (3):** غرزت سيارة في الرمل، واستخدم لجرها حبلان يحصران بينهما زاوية (45) فإذا كانت قوة الشد في إحداهما $(600N)$ وفي الآخر $(800N)$ ما محصلة قوتي الشد في الحبلين التي تتأثر بها السيارة؟

**الحل:** بما أن المتجهات هنا قوى يصبح القانون بدلالة القوى:

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$
$$F_{net} = \sqrt{(600)^2 + (800)^2 + 2\times 600\times 800\times \cos 45}$$
$$F_{net} = \sqrt{360000 + 640000 + 678822.51}$$
$$F_{net} = 1295.7N$$

لتحديد الاتجاه:

$$\sin\alpha = \frac{B}{R}\sin\theta$$
$$\sin\alpha = \frac{800}{1295.7}\times\sin 45$$
$$\sin\alpha = 0.44$$
$$\alpha = 26°$$

---------------------------------------------------

**مثال (4):** قوتان مقدار الأولى $(30N)$ ومقدار الثانية $(40N)$ جد محصلة هاتين القوتين في الحالات الآتية:

1. عندما تكون الزاوية بين القوتين تساوي صفرا.
2. عندما تكون الزاوية بين القوتين (90)
3. عندما تكون الزاوية بين القتين (127)
4. عندما تكون الزاوية بين القوتين (180)

الحل 1. بما أن الزاوية بين القوتين صفر

$$F_{net} = F_1 + F_2$$
$$F_{net} = 30 + 40$$
$$F_{net} = 70N$$

الإتجاه : باتجاه القوتين.

2. بما أن الزاوية بين القوتين (90)

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$
$$F_{net} = \sqrt{(30)^2 + (40)^2}$$
$$F_{net} = \sqrt{900 + 1600}$$
$$F_{net} = 50\ N$$

لتحديد الاتجاه

$$\tan\theta = \frac{F_2}{F_1}$$
$$\tan\theta = \frac{40}{30} = 1.33$$
$$\theta = 53$$

3. بما أن الزاوية بين القوتين 127

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1\,F_2\,\cos\theta}$$
$$F_{net} = \sqrt{(30)^2 + (40)^2 + 2\times 30\times 40\times \cos 127}$$
$$F_{net} = \sqrt{900 + 1600 - 1444.35}$$
$$F_{net} = 32.5N$$

لتحديد الاتجاه

$$sin\alpha = \frac{F_2}{F_{net}}\sin\theta$$
$$\sin\alpha = \frac{40}{32.5}\times \sin 127$$
$$sin\alpha = 0.983 \rightarrow \theta = 79.4$$

---------------------------------------

المحترف

**مثـال (5)** قوتان متساويتان مقدار كل منهما $F$ احسب مقدار الزاوية بينهما إذا علمت أن محصلتهما تساوي $F$

**الحل:** بما أن القوتين متساويتين:

$$F_{net} = 2F cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$F = 2F\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$ بقسمة الطرفين على $2F$

$$\frac{F}{2F} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\frac{\theta}{2} = 60$$

$$\theta = 120$$

---

**مثـال (6):** استخدم حبلان يؤثران في قوتي شد وتساويان مقدارا يحصران بينهما زاوية 60، لتحريك جسم على سطح أفقي، وكانت محصلتهما (50N) ما مقدار القوة التي يؤثر بها كل من الحبلين في الجسم.

**الحل:** بما أن القوتين متساويتين.

$$F_{net} = 2F\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$50 = 2 \times F\cos\left(\frac{60}{2}\right)$$ بقسمة الطرفين على (2)

$$25 = F\ cos30$$

$$F = 28.86N$$

تميل المحصلة بزاوية مقدارها 30 عن كل من الطرفين

$$\alpha = 30$$

---

**مثـال (7):** قوتان إحداهما مقدارها F والأخرى أربع أضعافها ومحصلتهما $\sqrt{21}F$ احسب مقدار الزاوية بينهما.

**الحل:**

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1\,F_2\,\cos\theta}$$

$$\sqrt{21}F = \sqrt{F^2 + (4F)^2 + 2 \times F \times 4F \times \cos\theta}$$

$$\sqrt{21}F = \sqrt{F^2 + 16F^2 + 8F^2 \times \cos\theta}$$

$$\sqrt{21}F = \sqrt{17F^2 + 8F^2\cos\theta}$$ بتربيع الطرفين

$$21F^2 = 17F^2 + 8F^2\cos\theta$$

$$4F^2 = 8F^2\cos\theta$$ بقسمة الطرفين على $8F^2$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60$$

**مثال (8): قوتان أكبر محصلة لهما $12N$ وأقل محصلة لهما $2N$ احسب مقدار كل من القوتين.**

**الحل:** عندما تكون أكبر محصلة $(\theta = 0)$

$$F_{net} = F_1 + F_2$$
$$12 = F_1 + F_2 \quad .... (1)$$

عندما تكون المحصلة أقل ما يمكن $(\theta = 180)$

$$F_{net} = F_{1\,\text{كبرى}} - F_{2\,\text{صغرى}}$$
$$2 = F_1 - F_2 \quad ......(2)$$

بجمع المعادلتين

$$12 = F_1 + F_2$$
$$2 = F_1 - F_2$$
$$14 = 2F_1$$
$$F_1 = 7N$$

تعوض $F_1$ في المعادلة (1)

$$12 = F_1 + F_2$$
$$12 = 7 + F_2$$
$$F_2 = 5N$$

**مثال (9): متجهان $F$, $(5N)$ محصلتهما $7N$ والزاوية بينهما 60 احسب مقدار $F$ واتجاه المحصلة .**

**الحل :**

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos\theta}$$
$$7 = \sqrt{F_1^2 + 25 + 2 \times 5 \times F \times \frac{1}{2}}$$
$$7 = \sqrt{F_1^2 + 25 + 5F}$$

بتربيع الطرفين

$$49 = F_1^2 + 25 + 5F$$
$$F_1^2 + 5F_1 - 24 = 0$$
$$(F_1^2 + 8)(F_1 - 3) = 0$$

إما $F_1 = 3N$

أو $F_1 = -8N$ (تُهمل)

لتحديد اتجاه المحصلة

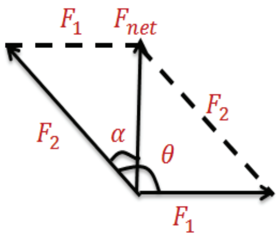
$$\sin\alpha = \frac{F_2}{F_{net}} \times \sin\theta$$
$$\sin\theta = \frac{5}{7} \times \sin 60$$
$$\sin\theta = 0.61$$
$$\theta = 38°$$

------------------------------

**مثال (10):** إذا أثرت قوة مقدارها $(20N)$ باتجاه محور السينات الموجب، فما القوة التي يجب إضافتها لها حتى تصبح مقدار محصلة القوى $(15N)$ باتجاه محور الصادات الموجب، ثم احسب مقدار الزاوية بينهما

**الحل:** حتى تكون المحصلة عمودية على القوة الأولى يجب أن تكون القوة الثانية في الربع الثاني من المستوى الديكارتي،

حسب قانون فيثاغورس




$$F_2^2 = F_1^2 + F_{net}^2$$
$$F_2^2 = (20)^2 + (15)^2$$
$$F_2^2 = 400 + 225$$
$$F_2^2 = 625$$
$$F_2 = 25N$$

لحساب الزاوية بينهما نحسب الزاوية α

$$\sin\alpha = \frac{F_1}{F_2} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0.6$$
$$\alpha = 37$$
$$\theta = 90 + \alpha$$
$$\theta = 80 + 37 = 127$$

### 3. جمع المتجهات بطريقة التحليل

التحليل هو عملية فصل قوة مقدارها **(F)** تميل بزاوية مقدارها $(\theta)$ عن محور السينات الموجب باتجاه عكس عقارب الساعة إلى مركبتين إحداهما تسمى $(F_x)$ تكون باتجاه محور السينات والأخرى تسمى $(F_y)$ تكون باتجاه محور الصادات بحيث يمكن حساب قيمة كل منهما من خلال العلاقات

$$F_x = F\cos\theta$$
$$F_y = F\sin\theta$$

---

**ملاحظة هامة:** *عند القيام بعملية التحليل نقوم بالتحليل من ذيل المتجه.*

---

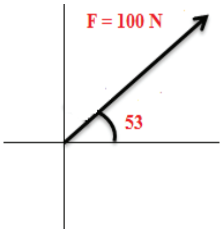
**مثال (11):** رجل يجر صندوق بقوة مقدارها $(500N)$ بزاوية تميل عن الأفق بمقدار (37) احسب مركبتي قوة الشد.

**الحل:**

$$F_x = F\cos\theta$$
$$F_x = 500\cos 37$$
$$F_x = 400N$$
$$F_y = F\sin\theta$$
$$F_y = 500\sin 37$$
$$F_y = 300\ N$$

---

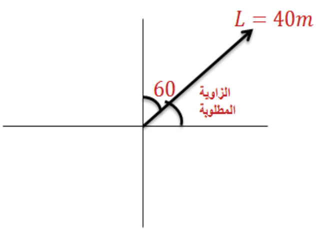
**مثال (12): احسب المركبة السينية والمركبة الصادية لكل من المتجهات المبينة في الأشكال التالية:**




1. $F_x = F\cos\theta$

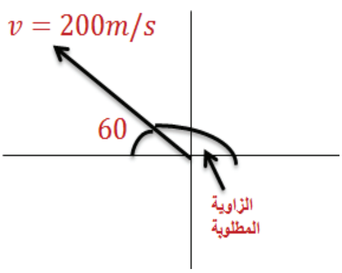
$$F_x = 100\cos 53$$
$$F_x = 100 \times 0.6$$
$$F_x = 60N$$
$$F_y = F \sin 53$$
$$F_y = 100 \times 0.8 = 80N$$

---



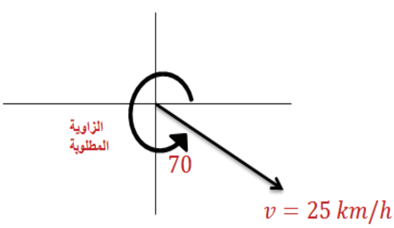

2. يجب أن تكون الزاوية محصورة بين محور السينات الموجب والمتجه المطلوب تحليله.
لذلك نستخدم الزاوية (30) في التحليل

$$L_x = L\cos\theta$$
$$L_x = 40 \times \cos 30$$
$$L_x = 34.64\, m$$
$$L_y = L\sin\theta$$
$$L_y = 40\sin 30$$
$$L_y = 20m$$




3. نستخدم الزاوية 120 المحصورة بين محور السينات الموجب مع المتجه المطلوب تحليله

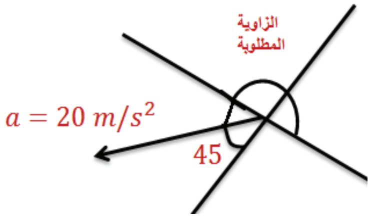
$$V_x = V\cos\theta$$
$$V_x = 200 \times \cos 120$$
$$V_x = -100\, m/s$$
$$V_y = V\sin\theta$$
$$V_y = 200\sin 120$$
$$V_y = 173.2 m/s$$




4. تستخدم الزاوية 340 وهي الزاوية المحصورة بين محور السينات والمتجه

$$V_x = V\cos\theta$$
$$V_x = 25\cos 340$$
$$V_x = 23.5\, km/h$$
$$V_y = V\sin\theta$$
$$V_y = 25 \times \sin 340$$
$$V_y = -8.55\, km/h$$

5. نستخدم الزاوية 225 المحصورة بين محور السينات الموجب مع المتجه




$$a_x = a\cos\theta$$
$$a_x = 20\cos 225$$
$$a_x = -14.14\ m/s^2$$

$$a_y = a\sin\theta$$
$$a_y = 20\sin 225$$
$$a_y = -14.14\ m/s^2$$

## خطوات إيجاد محصلة مجموعة قوى بطريقة التحليل

1. نحلل كل قوة إلى مركبتيهما السينية والصادية.
2. نحسب محصلة القوى السينية $(\sum F_X)$

$$\sum Fx = F_1\cos\theta_1 + F_2\cos\theta_2 + \cdots$$

3. نحسب محصلة القوى الصادية $(\sum F_y)$

$$\sum F_y = F_1\sin\theta_1 + F_2\sin\theta_2 + \cdots$$

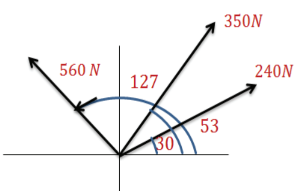
4. نحسب المحصلة الكلية للقوتين المتعامدتين دائما باستخدام العلاقة

$$F_{net} = \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2}$$

5. نحدد اتجاه المحصلة باستخدام العلاقة

$$tan\theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

**مثال (13): في الشكل المجاور أوجد محصلة القوى الثلاث، علما بأن القوى تؤثر في النقطة نفسها، ومقاديرها كما يأتي:**




$$F_1 = 240N\ , F_2 = 350N, F_3 = 560N$$

الحل:

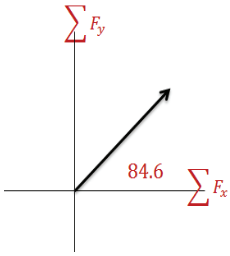
$$F_x = F_1\cos\theta_1 + F_2\cos\theta_2 + F_3\cos\theta_3$$
$$F_x = 240\cos 30 + 350\cos 53 + 560\cos 127$$
$$F_x = 240\times 0.86 + 350\times 0.6 + 560\times -0.6$$
$$F_x = 80N$$
$$F_y = F_1\sin\theta_1 + F_2 sin\theta_2 + F_3\sin\theta_3$$
$$F_y = 240\sin 30 + 350\sin 53 + 560\sin 127$$
$$F_y = 240\times 0.5 + 350\times 0.8 + 560\times 0.8$$
$$F_y = 848N$$

$$F_{net} = \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2}$$

$$F_{net} = \sqrt{(80)^2 + (848)^2}$$

$$F_{net} = 851.7N$$

لحساب الاتجاه:




$$\tan\theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

$$\tan\theta = \frac{848}{80} = 10.6$$

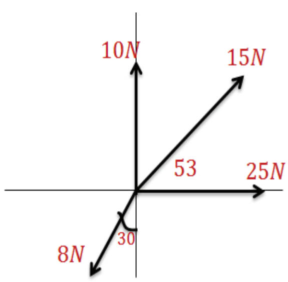
$$\theta = 84.6$$

مع محور السينات الموجب عكس عقارب الساعة.

---

**مثال (14): احسب مقدار واتجاه محصلة القوى المبينة في الشكل المجاور:**

**الحل :**




$$F_x = F_1\cos\theta_1 + F_2\cos\theta_2 + F_3\cos\theta_3 + F_4\cos\theta_4$$

$$F_x = 25\cos 0 + 15\cos 53 + 10\cos 90 + 8\cos 240$$

$$F_x = 25\times 1 + 15\times 0.6 + 10\times 0 + 8\times -0.5$$

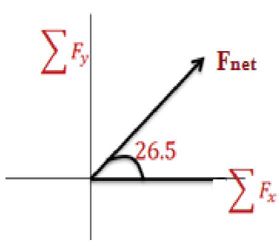
$$F_x = 30N$$

$$F_y = F_1\sin\theta_1 + F_2\sin\theta_2 + F_3\sin\theta_3 + F_4\sin\theta_4$$

$$F_y = 25\sin 0 + 15\sin 53 + 10\sin 90 + 8\sin 240$$

$$F_y = 25\times 0 + 15\times 0.8 + 10\times 1 + 8\times -0.86$$

$$F_y = 15N$$




$$F_{net} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

$$F_{net} = \sqrt{(30)^2 + (15)^2}$$

$$F_{net} = \sqrt{1125} = 33.5N$$

لحساب الاتجاه

$$\tan\theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

$$tan\ \theta = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 26.5$$

مع محور السينات الموجب عكس عقارب الساعة.

## 1-3 عمليات ضرب الكميات المتجهة

**1. ضرب كمية متجهة بعدد (كمية قياسية)**

عند ضرب كمية متجهة بعدد فإن ناتج حاصل الضرب مقدارا يساوي حاصل ضرب مقداري الكمية المتجهة والعدد أما اتجاه ناتج حاصل الضرب فيكون:

1. نفس اتجاه الكمية المتجهة الأصلية إذا كان العدد موجب.
2. عكس اتجاه الكمية المتجهة الأصلية إذا كان العدد سالب.

### إجابة أناقش

لديك المتجهات $A = 6$ وحدات باتجاه المحور السيني الموجب، $B = 8$ وحدات باتجاه يصنع زاوية 127 مع محور السينيات الموجب جد:

1. $C = 2A$

$C = 2 \times 6 = 12$ وحدة

باتجاه محور السينات الموجب

2. $D = 0.4B$

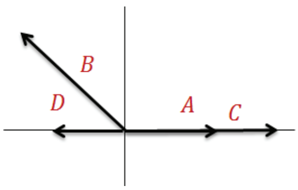
$D = 0.4 \times 8 = 3.2$ وحدة

باتجاه يصنع زاوية 127 مع محور السينات الموجب.

3. $E = -0.25A$

$E = 0.25 \times 6 = 1.5$ وحدة

باتجاه محور السينات السالب




### أمثلة من القوانين الفيزيائيةعلى ضرب كمية متجهة بعدد

**1. قانون الإزاحة**

الإزاحة= السرعة × الزمن

$$\Delta \mathbf{r}_{\text{متجه}} = V_{\text{متجه}} \times \Delta t_{\text{عدد}}$$

الإزاحة : كمية متجهة.

$\Delta t$: الزمن كمية قياسية (العدد)

$v$: السرعة كمية متجهة.

**2. قانون القوة:**

القوة = الكتلة × التسارع

$$F_{\text{متجه}} = m_{\text{عدد}} \times a_{\text{متجه}}$$

$F$: القوة وهي كمية متجهة.

$m$: الكتلة كمية قياسية (العدد)

$a$: التسارع كمية متجهة.

**إجابة هامة:** الكميات المتجهة الناتجة من هذا النوع من الضرب يكون لها وحدات قياس تختلف عن الكمية الأصلية.

**مثال (15):** أثرت قوة في جسم ساكن كتلته 10kg فحركته على سطح أفقي أملس بتسارع ثابت مقداره $(2m/s^2)$ شرقا، فما مقدار واتجاه القوة المؤثرة في الجسم.

$$F = ma$$

$$F = 10 \times 2$$
$$F = 20 \text{ شرقا}$$
نلاحظ أن الكمية المتجهة الأصلية (التسارع) وحدة قياسها ( $m/s^2$) أما الكمية المتجهة الناتجة (القوة) وحدة قياسها (N).

**2. ضرب الكميات المتجهة ضرباً قياسيا (نقطيا)**

عند ضرب كميتين متجهتين بينهما زاوية θ ضربا قياسيا (نقطيا) فإن حاصل الضرب يكون كمية قياسية ليس لها اتجاه.

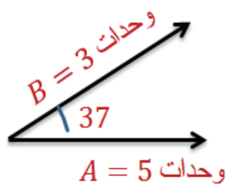
$$A.B = AB\cos\theta$$

$A.B$: حاصل ضرب المتجهة (A) في المتجه (B) قياسيا (نقطيا)

θ: الزاوية المحصورة بين المتجهين.

---

مثال (16): بالاعتماد على الشكل المجاور احسب:




1. A.B
2. B.A

$$1.\quad A.B = AB\cos\theta$$
$$A.B = 5 \times 3 \times 0.8$$
$$A.B = 12 \text{ وحدة}$$

$$2.\quad B.A = BA\cos\theta$$
$$B.A = 3 \times 5 \times 0.8$$
$$B.A = 12 \text{ وحدة}$$

---

**استنتاج:** نستنتج أن عملية ضرب المتجهات قياسيا هي عملية تبديلية.

---

## إجابة أناقش

**1. متى يكون حاصل الضرب النقطي أكبر ما يمكن ؟**

يكون حاصل الضرب النقطي أكبر ما يمكن عندما تكون الزاوية بين المتجهين $(\theta = 0)$ أو $(\theta = 360)$ (المتجهان متوازيان بنفس الاتجاه)

$$A.B = AB\cos\theta$$
$$A.B = AB\cos 0$$
$$A.B = AB$$

**2. متى يكون حاصل الضرب النقطي موجباً ؟ ومتى يكون سالباً ؟**

يكون حاصل الضرب النقطي موجب عندما يكون $(\cos\theta)$ موجب اي عندما تقع الزاوية في الربع الأول في المستوى الديكارتي $0 \le \theta < 90$ أو في الربع الرابع في المستوى الديكارتي

$$360 \ge \theta > 270$$

ويكون حاصل الضرب النقطي سالبا عندما يكون $(\cos\theta)$ سالبا أي أن الزاوية تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث في المستوى الديكارتي.

$$270 > \theta > 90$$

**3. متى يكون حاضل الضرب النقطي صفراً ؟**

يكون حاصل الضرب النقطي صفرا عندما يكون $(\cos\theta)$= صفرا اي أن الزاوية بين المتجهين (90) أو (270)

**4. هل يمكن أن نعد الوزن $(F_g = mg)$ مثالاً للضرب النقطي ؟**

لا يمكن اعتبار الوزن $(F_g = m\,g)$ مثالا للضرب النقطي لأنه عبارة عن حاصل ضرب كمية متجهة g (تسارع الجاذبية الأرضية ) مع كمية قياسية (عدد) m (الكتلة)

إضافة إلى ان الوزن كمية متجهة وحاصل الضرب النقطي يكون كمية عددية (قياسية).

**5. كيف يمكن استخدام الضرب النقطي في إثبات محصلة متجهين بينهما زاوية ؟**

المحترف

نفرض أن $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

$$R.R = (A + B).(A + B)$$

$$R.R = A.A + B.A + A.B + B.B$$

لكن الزاوية بين المتجه ونفسه= صفر

كما أن $B.A = A.B$

$$RR\cos 0 = AA\cos 0 + 2A.B + B\,B\cos 0$$

$$R^2 = A^2 + 2AB\cos\theta + B^2$$

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

وهو المطلوب.

## أمثلة من القوانين الفيزيائية على ضرب متجهين ضربا قياسيا (نقطيا) .

قانون الشغل $(w)$

الشغل= القوة × الإزاحة

$$w_{\text{عدد}} = F_{\text{متجه}} . \Delta r_{\text{متجه}}$$

$w$: الشغل وهو كمية قياسية.

$F$: القوة وهو كمية متجهة.

$\Delta r$: الإزاحة وهو كمية متجهة.

---

**مثال (17):** في الشكل اثرت قوة $(35N)$ تميل بزاوية (37) عن الأفقي، فأحدثت إزاحة (20m) للجسم في الاتجاه الأفقي، جد الشغل الذي تبذله القوة.

الحل:

$$w = F.\Delta r$$

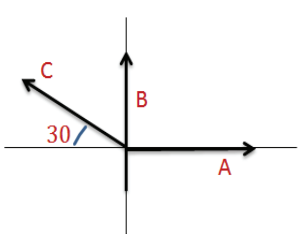
$$w = F\Delta r\cos\theta$$

$$w = 35 \times 20\cos 37$$

$$w = 560\,J$$

---

**مثال (18):** لديك المتجهات $(A = 7)$ وحدات باتجاه محور السينات الموجب، $(B = 3.5)$ وحدة باتجاه المحور الصادي الموجب، $(c = 21)$ وحدة باتجاه يصنع زاوية (30) اعلى المحور السيني السالب، جد:




1. $(2A).(3B)$

$$(2A).(3B) = (2A)(3B)\cos\theta$$

$$(2A).(3B) = (2 \times 7)(3 \times 3.5)\cos 90$$

$$(2A).(3B) = 14 \times 10.5 \times 0$$

$$(2A).(3B) = 0$$

2. $(5A).(0.4C)$

$$(5A).(0.4C) = (5A)(0.4C)\cos\theta$$

$$(5A).(0.4C) = (5 \times 7)(0.4 \times 21)\cos 150$$

$$(5A).(0.4C) = 35 \times 8.4 \times -0.866$$

$$(5A).(0.4C) = -254.6$$ وحدة مربعة

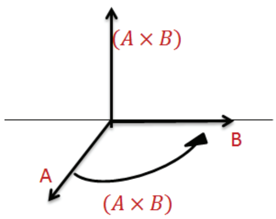
### 3. ضرب الكميات المتجهة ضربا متجها (تقاطعيا)

عند ضرب كميتين متجهتين بينهما زاوية $(\theta)$ ضربا متجها (تقاطعيا) فإن حاصل الضرب يكون كمية متجهة واتجاهها يكون عموديا على كل من المتجهين، ويمكن تحديد اتجاه المتجه الناتج باستخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى.

$$|A \times B| = |A||B| \sin\theta$$

$A \times B$: حاصل ضرب المتجه $(A)$ في المتجه $(B)$ ضربا متجها (تقاطعيا)

$\theta$: الزاوية المحصورة بين المتجهين.




**قاعدة قبضة اليد اليمنى لتحديد اتجاه الناتج:**

نجعل الأصابع باتجاه المتجه الأول ثم نقبضها باتجاه المتجه الثاني فيشير الإبهام باتجاه الناتج.

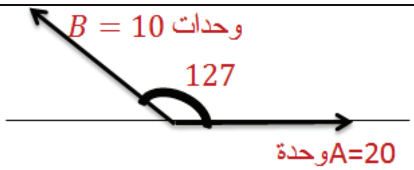
**اختصار للقاعدة:**

ندور من المتجه الأول إلى المتجه الثاني بأقصر زاوية فإذا:

1. كان الدوران عكس عقارب الساعة يكون اتجاه الناتج باتجاه $Z+$
2. كان الدوران مع عقارب الساعة يكون اتجاه الناتج باتجاه $Z-$

---

**مثال (19): بالاعتماد على الشكل المجاور جد:**




1. $A \times B$
2. $B \times A$

.1 $|A \times B| = |A||B| \sin\theta$

$$|A \times B| = 20 \times 10 \times \sin 127$$
$$|A \times B| = 200 \times 0.8$$
$$A \times B = 160 \text{ وحدة}$$ باتجاه $(Z+)$

.2

$$|B \times A| = |B||A| \sin\theta$$
$$B \times A = 10 \times 20 \times \sin 0.8$$
$$B \times A = 200 \times 0.8$$
$$B \times A = 160 \text{ وحدة}$$ باتجاه $(Z-)$

**استنتاج:** نستنتج أن عملية ضرب المتجهات ضربا اتجاهيا (تقاطعيا) عملية غير تبديلية بسبب اختلاف الاتجاه.

---

## إجابة أناقش

**1. متى يكون حاصل الضرب التقاطعي أكبر ما يمكن ؟**

يكون حاصل الضرب التقاطعي أكبر ما يمكن عندما تكون $(\theta = 90)$ بين المتجهين $(\sin\theta = 1)$ يكون المتجهان متعامدان.

$$|A \times B| = |A||B| \sin 90$$
$$|A \times B| = AB$$

**2. متى يكون حاصل الضرب التقاطعي صفراً .**

يكون حاصل الضرب التقاطعي يساوي صفرا عندما تكون $(\theta = 0)$ بين المتجهين $(\sin(0) = 0)$ يكون المتجهان متوازيان.

**3. في الشكل المجاور مفتاح تؤثر فيه كمية فيزيائية تعرف بعزم القوة ستتعرف إليها لاحقاً ، ما العوامل التي تعتمد عليها ؟**


القوة المؤثرة، والبعد العمودي بين القوة المؤثرة ومحور الدوران.

**4. هل عملية الضرب التقاطعي تبديلية ؟ وضح إجابتك بمثال .**

**لا ليست تبديلية (مثال 19)**

$$|A \times B| = -|B \times A|$$
$$A \times B \neq B \times A$$

**أمثلة من القوانين الفيزيائية على ضرب متجهين ضربا تقاطعيا.**

**1. قانون القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة تتحرك في مجال مغناطيسي منتظم.**

$$F_B = q(V \times B)$$

$F_B$: القوة المغناطيسية كمية متجهة.

$q$: مقدار الشحنة كمية قياسية.

$v$: سرعة الشحنة كمية متجهة.

$B$: المجال المغناطيسي كمية متجهة.

**2. قانون عزم القوة المؤثرة على جسم**

$$\tau = L \times F$$

$\tau$: عزم القوة كمية متجهة.

$F$: القوة المؤثرة في الجسم كمية متجهة.

$L$: متجه الموضع لنقطة تأثير القوة بالنسبة لمحور الدوران.

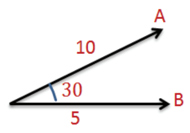
---

**مثال (20): لديك المتجهان في الشكل المجاور:**

**فإذا كان مقدار $(A = 10m)$ ومقدار $(B = 5m)$ في المستوى $(x - y)$ جد:**

**1.** $C = A \times B$

**2.** $D = A.B$




**الحل:**

$$|C| = |B||A| \sin\theta$$
$$|C| = 10 \times 5 \times 0.5$$

$|C| = 25\ m^2$ باتجاه المحور السيني السالب (بعيدا عن الناظر)

**.2** $D = A.B$

$$D = AB\cos\theta$$
$$D = 10 \times 5 \times 0.866$$
$$D = 43.3m^2$$

---

**مثال (21): لديك متجهان، مقدار احداهما ثلاثة أمثال الآخر والزاوية بينهما 53 وحاصل الضرب التقاطعي لهما 4 وحدات ما مقدار كل من المتجهين.**

**الحل:** نفرض $A = 3B$

$$|A \times B| = |A||B| \sin\theta$$
$$4 = 3B \times B \times 0.8$$
$$4 = 2.4B^2$$
$$B^2 = 1.66$$

$B = 1.3$ وحدة

$$A = 3 \times 1.3$$

$A = 3.9$ وحدة

**مثال (22):** إذا كان $(A = 4)$ وحدات شرقا وكان $(A.B = 12)$ وحدة وكان $(A \times B) = 16$ وحدة جد:

1. المتجه $\vec{B}$
2. الزاوية المحصورة بين المتجهين.

**الحل:**

$$A.B = AB\cos\theta$$
$$12 = 4B\cos\theta \ldots\ldots(1)$$
$$|A \times B| = AB\sin\theta$$
$$16 = 4B\sin\theta \ldots\ldots(2)$$

بقسمة المعادلة (2) على (1)

$$\frac{16}{12} = \frac{4B\sin\theta}{4B\sin\theta}$$
$$\tan\theta = \frac{4}{3}$$
$$\theta = 53$$

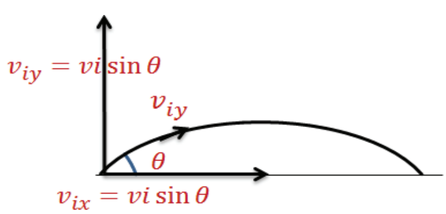
بتعويض θ في المعادلة (1)

$$12 = 4B\cos 53$$
$$12 = 2.4B$$
$$B = 5\text{وحدات}$$

## 1-4 الحركة في بعدين (المقذوفات)

مرّ معك في الصف العاشر نوع من المقذوفات وهو الإجسام المقذوفة عموديا للأعلى أما في هذه المرحلة سنتحدث عن نوعين من المقذوفات:

1. المقذوفات بزاوية.
2. المقذوفات الأفقية.




**أولا. المقذوفات بزاوية:**

عند قذف جسم بسرعة $(v)$ وبزاوية $\theta$ عن الأفق فإنه يتخذ المسار الآتي:
هذه الحركة يمكن التعامل معها كحركة في بعدين:

**1. الحركة في الاتجاه الرأسي :**

ونلاحظ في هذه الحركة ما يلي:

1. السرعة الابتدائية في الاتجاه الرأسي تساوي
$$v_{iy} = v_i\sin\theta$$
2. بما أن الجسم المقذوف يتحرك تحت تأثير وزنه فقط فإن الجسم في الحركة الرأسية يتحرك بتسارع ثابت وهو تسارع الجاذبية الأرضية.
3. عند أعلى نقطة لمقذوف رأسيا فإن السرعة تساوي صفرا $V_{fy} = 0$
4. تكون أكبر قيمة السرعة الرأسية عند لحظة قذف الجسم وعند عودته للأرض وتساوي $V_{iy}\sin\theta$

**2. الحركة في الاتجاه الأفقي :**

نلاحظ في هذه الحركة ما يلي:

1. حركة الجسم بالاتجاه الأفقي حركة بتسارع ثابت لأنها لا تتأثير بقوة في الاتجاه الأفقي.
2. سرعة الجسم الأفقية ثابتة لا تتغير عند جميع نقاط المسار وتساوي:
$$v_x = v_i\cos\theta$$

## ملخص قوانين الحركة الأفقية والحركة العمودية:

| معادلات الحركة الانتقالية | الحركة الأفقية (السينية) $a_x = 0$ | الحركة الراسية (الصادية) $a_y = -g$ |
|---|---|---|
| | $v_{xi} = v_i \cos\theta$ | $v_{yi} = v_i \cos\theta$ |
| $v_f = v_i + at$ | $v_{xf} = v_{xi}$ لأنها ثابتة | $v_{yf} = v_{yi} - gt$ |
| $d = v_i t + \frac{1}{2}at^2$ | $x_f = v_{xi} t$ | $y_f = v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2$ |
| $v_f^2 = v_i^2 + 2ad$ | | $v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2gy$ |

حيث $v_i$: سرعة الجسم الابتدائية للجسم المقذوف بزاوية مقدارها $\theta$

$v_{xi}$: السرعة الأفقية الابتدائية.

$v_{xf}$: السرعة الأفقية النهائية.

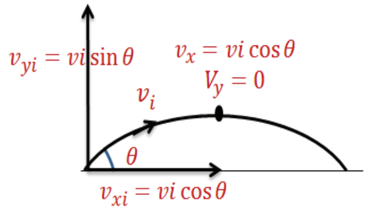
$v_{yi}$: السرعة الرأسية الابتدائية.

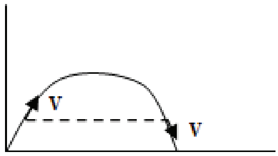
$v_{yf}$: السرعة الرأسية النهائية.

$x_f$: المسافة الأفقية التي يقطعها الجسم عند الزمن $(t)$

$y_f$: المسافة الرأسية التي يقطعها الجسم عند الزمن $(t)$

### ملاحظات عامة على المقذوفات بزاوية




1. يقذف الجسم بسرعة $(v_i)$ وهي أكبر سرعة له ثم تبدأ بالنقصان حتى تكون أقل ما يمكن عند أعلى نقطة على المنحنى وتساوي عندها $(v_i \cos\theta)$ ثم تبدأ بالزيادة حتى تصل أعلى قيمة مرة أخرى عند اصطدامها بالأرض.
2. يتحرك الجسم تحت تسارع الجاذبية الأرضية $(g)$ بحيث تكون سالبة عند الصعود وموجبة عند الهبوط.
3. عند أعلى نقطة في المنحنى تكون السرعة الراسية تساوي صفرا $(v_y = 0)$ أما السرعة الأفقية فلها مقدار وتساوي $(v_x = v_i \cos\theta)$
4. تكون سرعة الجسم عند نقطتين على نفس المستوى في المنحنى متساوية أثناء الصعود وأثناء الهبوط.
5. السرعة الأفقية تبدأ بمقدار $(v_x = v_i \cos\theta)$ وتبقى متساوية وثابتة عند جميع النقاط على المنحنى.
6. السرعة الرأسية تبدأ بمقدار $(v_y = v_i \sin\theta)$ وهي أعلى قيمة لها ثم تبدأ بالنقصان حتى تصبح قيمتها صفرا $(v_y = 0)$ عند أعلى نقطة ثم تبدأ بالزيادة مرة أخرى حتى تصبح أعلى قيمة لها عند اصطدامها بالأرض $(v_y = v_i \sin\theta)$

### إجابة أناقش

1. ماشكل المسار الذي تسلكه الكرة .

قطع مكافئ

2. ما العلاقة بين السرعة الإبتدائية التي رميت بها الكرة والبعد عن الهدف ؟

كلما زادت السرعة الابتدائية التي تقذف بها الكرة، كلما زادت المسافة المقطوعة باتجاه الهدف وقل البعد عند الهدف.

3. ما القوى المؤثرة في الكرة في الهواء ؟ ( بإهمال مقاومة الهواء )

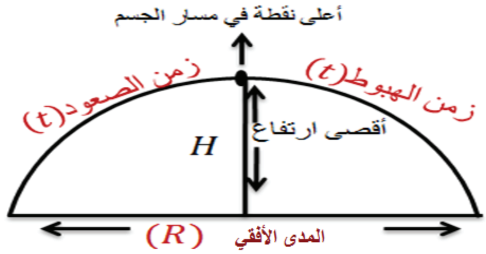
المحترف

قوة الجاذبية الأرضية (الوزن)

**4. هل سرعة الكرة وتسارعها ثابتان أثنا الحركة ؟ فسر ذلك .**

في الحركة اللاأفقية السرعة ثابتة والتسارع صفر (بسبب عدم وجود قوة بالاتجاه الأفقي) أما الحركة الرأسية فالسرعة متغيرة والتسارع ثابت (تسارع الجاذبية الأرضية) لأنها تتعرض لقوة الجاذبية الأرضية (الوزن).

## حالات خاصة:




**1. حساب زمن الصعود $(t)$**

$$V_{yf} = V_{yi} - gt$$

لكن $V_{yf} = 0$

$$V_{yi} = v_i \sin\theta$$

$$0 = v_i \sin\theta - gt$$

$$gt = v_i \sin\theta$$

$$t = \frac{v_i \sin\theta}{g}$$

**2. حساب زمن التحليق $t_{\text{تحليق}}$**

$$t_{\text{تحليق}} = t_{\text{صعود}} + t_{\text{هبوط}}$$

$$t_{\text{تحليق}} = 2t$$

$$t_{\text{تحليق}} = \frac{2v_i \sin\theta}{g}$$

**3. حساب أقصى ارتفاع $(H)$**

$$V_{yf}^2 = V_{yi}^2 - 2gy$$

لكن $V_{yf} = 0$

$$V_{yi} = vi \sin\theta$$

$$0 = (vi \sin\theta)^2 - 2gy$$

$$2gy = (vi \sin\theta)^2$$

$$y = \frac{(vi \sin\theta)^2}{2g}$$

عند أقصى ارتفاع $(y)$ تسمى $(H)$

$$H = \frac{(vi \sin\theta)^2}{2g}$$

**4. حساب المدى الأفقي $(R)$**

$$X = v_{xi} t_{\text{تحليق}}$$

لكن $v_{xi} = v_i \cos\theta$

$$t_{\text{تحليق}} = \frac{2v_i \sin\theta}{g}$$

$$X = \frac{v_i \cos\theta \times 2\, v_i \sin\theta}{g}$$

$$X = \frac{v_i^2 \times 2 \sin\theta \cos\theta}{g}$$

لكن

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$x = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

عند المدى الأفقي $(x)$ تسمى $(R)$

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

---

**ملاحظة:** الحالتين (4،3)

حساب سرعة الجسم المقذوف عند أي نقطة على مسار حركته.

1. نحسب سرعة الجسم الأفقية التي تكون ثابتة عند جميع النقاط على المسار دائماً من خلال المعادلة

$$V_{xf} = v_i \cos\theta$$

2. نحسب سرعة الجسم الرأسية وذلك باستخدام إحدى العلاقتين الآتيتين:

A. إذا كان معطى في السؤال الزمن عند النقطة المراد حساب السرعة عندها نستخدم

$$V_{yf} = v_{yi} - gt$$

B. إذا كان معطى في السؤال ارتفاع النقطة المراد حساب السرعة عندها نستخدم

$$V_{yf}^2 = V_{yi}^2 - 2gy$$

3. نجد المحصلة النهائية للسرعة من خلال العلاقة

$$v = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2}$$

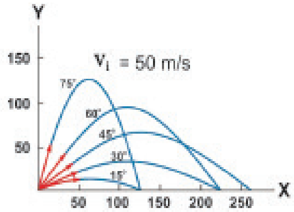
4. لتحديد اتجاه السرعة نستخدم العلاقة

$$\tan\theta = \frac{v_{yf}}{v_{xf}}$$

---

## إجابة أناقش

إذا قذف جسم بسرعة $(50\frac{m}{s})$ بزوايا مختلفة كما في الشكل المجاور




فأجب عما يأتي:

1. ماالعلاقة بين أقصى ارتفاع رأسي يصل إليه الجسم وزاوية قذفة .

علاقة طردية من خلال المعادلة

$$H = \frac{(v_i \sin\theta)^2}{2g}$$

2. ما مجموع زاويتي القذف عندما يتساوى المدى الأفقي ؟ تحقق من ذلك رياضياً .

90

من خلال الشكل نلاحظ أن الزاويتين (75،15) لهما نفس المدى الأفقي وكذلك الزاويتين (60، 30) لهما نفس المدى الأفقي.

للتأكيد رياضيا:

نحسب المدى الأفقي عند الزاوية 30

$$R = \frac{V_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

المحترف

$$R = \frac{(50)^2 \sin 60}{10}$$
$$R = 216.5\, m$$

نحسب المدى الأفقي عند الزاوية 60

$$R = \frac{V_i^2 \sin 2\theta}{g}$$
$$R = \frac{(50)^2 \sin 120}{10}$$
$$R = 216.5\, m$$

نلاحظ أن الزاويتين مجموعهما 90 ولهما نفس المدى الأفقي ويساوي (216.5m)

**3. هل يمكن الحصول على مدى افقي أكبر من 250 m ؟**

لا يمكن، لأن أكبر مدى أفقي يصله المقذوف عندما يقذف بزاوية 45

**4. ما الزاوية التي يقذف بها الجسم ليصل إلى أقصى ارتفاع ممكن ؟** 90

**5. ما الزاوية التي يقذف بها جسم ليصل إلى أكبر مدى أفقي ؟** 45

---

**مثال (23): قذف جسم بسرعة (11 m/s) بحيث يصنع زاوية (30) مع سطح الأرض، أوجد:**

1. زمن التحليق.
2. أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم.
3. المدى الأفقي للجسم.
4. سرعة وصوله سطح الأرض.

**الحل:**

1. $t_{\text{تحليق}} = \frac{2v_i \sin\theta}{g}$

$$t_{\text{تحليق}} = \frac{2 \times 11 \times \sin 30}{10}$$
$$t_{\text{تحليق}} = 1.1\, sec$$

2. $H = \frac{(V_i \sin\theta)^2}{2g}$

$$H = \frac{(11 \times \sin 30)^2}{20}$$
$$H = 1.5125 m$$

3. $R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$

$$R = \frac{(11)^2 \sin 60}{10}$$
$$R = 10.48 m$$

4. نحسب أولا السرعة الأفقية

$$v_{xf} = v_i \cos\theta$$
$$v_{xf} = 11 \cos 30$$
$$v_{xf} = 9.526\, m/s$$

نحسب السرعة الرأسية:

$$v_{yf} = v_{yi} - gt$$
$$v_{yf} = v_i \ \sin\theta - gt$$
$$v_{yf} = 11 \sin 30 - 10 \times 1.1$$
$$v_{yf} = 5.5 - 11$$
$$v_{yf} = -5.5 \, m/s$$

نحسب سرعة المحصلة:

$$v = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2}$$
$$v = \sqrt{(9.526)^2 + (-5.5)^2}$$
$$v = \sqrt{90.75 + 30.25}$$
$$v = \sqrt{121}$$
$$v = 11 \, m/s$$

نحدد الاتجاه

$$\tan\theta = \frac{v_{yf}}{v_{xf}}$$
$$\tan\theta = \frac{-5.5}{9.526}$$
$$\tan\theta = -0.577$$
$$\theta = -30$$

تحت محور السينات الموجب. ( لأن الزاوية سالبة )

---

**مثال (24): قذف جسم من سطح الأرض فكان المدى الأفقي (240m) وأقصى ارتفاع له (45m)**

**احسب:**

1. السرعة والزاوية التي قذف بها الجسم.
2. سرعة الجسم بعد مرور (3sec)
3. سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع (5m) أثناء الهبوط.

**الحل:**

1. نستخدم أقصى ارتفاع يصله الجسم

$$H = \frac{(V_i \ \sin\theta)^2}{2g}$$
$$45 = \frac{(v_i \ \sin\theta)^2}{20}$$
$$(v_i \ \sin\theta)^2 = 900$$
$$v_i \ \sin\theta = 30$$
$$v_i = \frac{30}{\sin\theta} \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

تستخدم المدى الأفقي

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

لكن

$$v_i = \frac{30}{\sin\theta}$$
$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$
$$240 = \left(\frac{30}{\sin\theta}\right)^2 \times \frac{2\sin\theta\cos\theta}{10}$$
$$2400 = \frac{900}{sin^2\,\theta} \times 2\sin\theta\cos\theta$$
$$2400 = 1800\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$
$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1800}{2400}$$
$$\tan\theta = 0.75$$
$$\theta = 37$$

نعوض θ في المعادلة (1)

$$v_i = \frac{30}{\sin\theta}$$
$$v_i = \frac{30}{\sin 37}$$
$$v_i = 50\ m/s$$

2. نحسب أولا السرعة الأفقية

$$v_{xf} = v_i\ \cos\theta$$
$$v_{xf} = 50\cos 37$$
$$v_{xf} = 50 \times 0.8$$
$$v_{xf} = 40\ m/s$$

نحسب السرعة الرأسية:

$$v_{yf} = v_{yi} - gt$$
$$v_{yf} = v_i\ \sin\theta - gt$$
$$v_{yf} = 50 \times \sin 37 - 10 \times 3$$
$$v_{yf} = 50 \times 0.6 - 30$$
$$v_{yf} = 30 - 30$$
$$v_{yf} = 0$$

نجد محصلة السرعة:

$$v = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2}$$
$$v = \sqrt{(40)^2\ + 0}$$

$$v = 40\ m/s$$

نحدد الاتجاه:

$$\tan\theta = \frac{v_{yf}}{v_{xf}}$$

$$\tan\theta = \frac{0}{40} = 0$$

$$\theta = 0$$

السرعة تكون عند أقصى ارتفاع وتكون أفقية موازية لسطح الأرض.

3. نحسب السرعة الأفقية أولا:

$$v_{xf} = v_i\ \cos\theta$$

$$v_{xf} = 50 \times \cos 37$$

$$v_{xf} = 40$$

ثم نحسب السرعة الرأسية:

$$v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2gy$$

$$v_{yf}^2 = (v_i\ \sin\theta)^2 - 2gy$$

$$v_{yf}^2 = (50 \times \sin 37)^2 - 2 \times 10 \times 5$$

$$v_{y2f} = (30)^2 - 100$$

$$v_{yf}^2 = 900 - 100 = 800$$

$$v_{yf} = 28.28\ m/s$$

نحسب محصلة السرعة:

$$v = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2}$$

$$v = \sqrt{(40)^2 + (28.28)^2}$$

$$v = \sqrt{1600 + 800}$$

$$v = \sqrt{2400}$$

$$v = 49\ m/s$$

تحديد الاتجاه

$$\tan\theta = \frac{v_{yf}}{v_{xf}}$$

$$\tan\theta = \frac{28.28}{40}$$

$$\tan\theta = 0.707$$

$$\theta = 35.26$$

تحت محور السينات الموجب عند هذه النقطة. ( لأن الجسم هابط )

**مثال (25): احسب الزاوية التي يجب أن يقذف بها جسم حتى يكون المدى الأفقي ضعفي أقصى ارتفاع يصله الجسم.**

**الحل:**

$$R = 2H$$

$$\frac{V_i^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{2(v_i \ \sin\theta)^2}{2g}$$
$$\frac{v_i^2 \times 2\sin\theta\cos\theta}{g} = \frac{2v_i^2 sin^2\theta}{2g}$$
$$2\cos\theta = \sin\theta$$
$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 2$$
$$\tan\theta = 2$$
$$\theta = 63.43$$

---

**مثال (26): أثبت أن أقصى مدى أفقي يصله جسم مقذوف بسرعة $(v)$ عندما تكون زاوية قذفه (45)**

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

يكون أكبر مدى أفقي عندما يكون $sin$ الزاوية $(2\theta)$ أكبر ما يمكن ويساوي واحد صحيح وعندما تكون الزاوية تساوي (90)

$$\sin 2\theta = 1$$
$$2\theta = 90$$
$$\theta = 45°$$

وهو المطلوب.

---

**مثال (27): أثبت أنه عند قذف جسم بسرعة $(v)$ وبزاويتين مجموعهما $(90°)$ يكون لهما نفس المدى الأفقي.**

الحل: نفرض أن إحدى الزاويتين تساوي $\theta$ والأخرى تساوي $(90-\theta)$

عندما تكون $\theta$

$$R_1 = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

عندما تكون $(90-\theta)$

$$R_2 = \frac{v_i^2 \sin 2(90-\theta)}{g}$$
$$R_2 = \frac{V_i^2 \sin(180-2\theta)}{g}$$

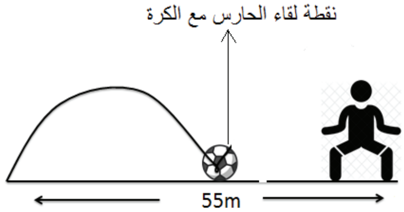
لكن $\sin(180-2\theta) = \sin 2\theta$

$$R_2 = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

إذاً $R_1 = R_2$

---

**مثال (28): يركل لاعب كرة قدم بسرعة مقدارها $20m/s$ وبزاوية 37 عن مستوى الأفق بأي سرعة يجب أن يركض حارس المرمى في تلك اللحظة باتجاه الكرة لالتقاطها قبل أن تلامس الأرض إذا كان اللاعب يبعد 55 م عن حارس المرمى لحظة ركل الكرة.**




**الحل:**

نجد أولا زمن التحليق وهو الزمن اللازم للحارس حتى يصل الكرة.

$$t_{\text{تحليق}} = \frac{2v_i \sin\theta}{g}$$

$$t_{\text{تحليق}} = \frac{2 \times 20 \times \sin 37}{10}$$

$$t = 2.4\,sec$$

نحسب المسافة التي سيلتقط عندها الحارس الكرة وهي المدى الأفقي التي ستقطعه الكرة

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$R = \frac{(20)^2 \sin(74)}{10}$$

$$R = 38.45m$$

نحسب بعد الحارس عن النقطة التي سيتلقط عندها الكرة.

$$d = 55 - 38.45 = 16.55\,m$$

على اعتبار أن الحارس يتحرك بسرعة ثابتة

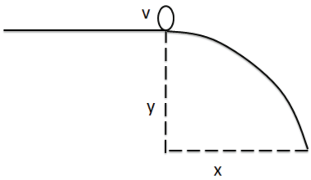
$$d = vt$$

$$16.55 = v \times 2.4$$

$$v = 6.7\,m/s$$

## ثانيا. المقذوفات الأفقية:

عندما يتحرك جسم أفقيا على سطح بسرعة مقدارها $(v_i)$ ويقذف عند وصوله حافة السطح الأفقي فإنه يتخذ المسار الآتي :




نلاحظ أن الجسم المقذوف أفقيا يقطع مسافة أفقية مقدارها $(x)$ وأخرى عمودي مقدارها $(y)$ ويمكن حساب كل من المسافتين من العلاقات الآتية:

$$x = v_x t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

حيث:

$v_x$: سرعة الجسم الأفقية.

$x$: المسافة الأفقية التي يقطعه الجسم.

$y$: المسافة الرأسية التي يقطعها الجسم.

$t$: زمن تحليق الجسم.

### حساب سرعة الجسم عند أي نقطة على مسار حركته.

1. نحسب السرعة الأفقية وتساوي دائما $(v_i)$ (السرعة التي يقذف بها الجسم) $(v_x = v_i)$
2. نحسب السرعة الراسية للجسم عند النقطة المراد حساب السرعة عندها وذلك من خلال إحدى العلاقات الآتية:

A. $V_y = gt$

إذا كان الزمن معلوم في السؤال.

B. $V_y^2 = 2gy$

$$v_y = \sqrt{2gy}$$

إذا كان الارتفاع معروف في السؤال.

3. نحسب محصلة السرعة من خلال العلاقة

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

4. نحسب اتجاه السرعة من خلال العلاقة

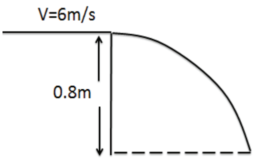
$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

---

## ملاحظات:

1. المقذوفات الأفقية هي مقذوفات تقذف بزاوية مقدارها $(\theta = 0)$ مع الأفقي.
2. السرعة الرأسية الابتدائية تساوي صفر $(v_{yi} = 0)$ لأن الجسم يتحرك أفقيا قبل القذف.

---




## مثال (29): قذفت كرة أفقيا بسرعة $(6m/s)$ عن حافة طاولة ترتفع (0.8m) عن الأرض، احسب:

1. زمن وصول الكرة الأرض.
2. بعد اصطدام الكرة بالأرض أفقيا عن الطاولة.
3. سرعة اصطدام الكرة بالأرض.

الحل:

1. $y = \frac{1}{2}gt^2$

$$0.8 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$$
$$0.8 = 5t^2$$
$$t^2 = \frac{0.8}{5}$$
$$t^2 = 0.16$$
$$t = 0.4sec$$

2. $x = v_x t$

$$x = 6 \times 0.4$$
$$x = 2.4m$$

3. نحسب السرعة الأفقية

$$v_x = v_i = 6m/s$$

نحسب السرعة الرأسية

$$v_y = gt$$
$$v_y = 10 \times 0.4$$
$$v_y = 4\ m/s$$

---

**ملاحظة:** يمكن حسابها من قانون $v_y^2 = 2gy$

ثم نحسب محصلة السرعة:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$
$$v = \sqrt{6^2 + 4^2}$$

$$v = \sqrt{36+16} = 7.2\ m/s$$

نحدد الاتجاه

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

$$\tan\theta = \frac{4}{6}$$

$$\tan\theta = \frac{2}{3} = 0.66$$

$$\theta = 33.7$$

تحت محور السينات ( لأن الجسم هابط )

---

**إجابة أفكر**

**المقذوفات عنصر اساسي في تصميم النوافير المائية.**

**الجواب:** من خلال تغيير زاوية القذف للماء يتغير كل من المدى الأفقي وأقصى ارتفاع يصل إليه ماء النافورة فنحصل على نوافير مائية بأشكال مختلفة.

---

**مثال (30):** قفز متزلج أفقيا عن منحدر بسرعة مقدارها $(5m/s)$ واصطدم بالأرض بسرعة مقدارها $(13m/s)$، احسب:

1. الارتفاع العمودي للمنحدر.
2. بعد النقطة أفقيا التي سقط عندها المتزلج عن قاعدة المنحدر.

**الحل:**

.1

$$v_x = 5m/s$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$13 = \sqrt{(5)^2 + v_y^2}$$

بتربيع الطرفين $13 = \sqrt{25 + v_y^2}$

$$169 = 25 + v_y^2$$

$$v_y^2 = 144$$

$$v_y = 12\ m/s$$

$$v_y^2 = 2gy$$

$$144 = 2 \times 10 \times y$$

$$y = \frac{144}{20} = 7.2m$$

.2

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$7.2 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$$

$$7.2 = 5t^2$$

$$t^2 = 1.44$$

$$t = 1.2\ sec$$

$$x = v_x t$$

$$x = 5 \times 1.2$$

$$x = 6\ m$$

**مثال (31):** أثبت أن العلاقة بين ارتفاع المكان الذي اطلق منه الجسم أفقيا بسرعة $v$ والمدى الأفقي له يعطى بالعلاقة

$$y = \frac{g}{2v^2} x^2$$

الحل :

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

لكن

$$x = vt$$

$$t = \frac{x}{v}$$ بتربيع الطرفين

$$t^2 = \frac{x^2}{v^2}$$

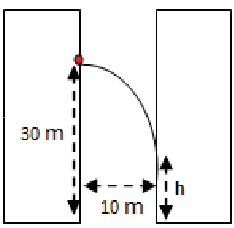
$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v^2}$$

$$y = \frac{g}{2v^2} x^2$$ وهو المطلوب

---

**مثال (32):** بنايتان المسافة بينهما (10m) سقطت كرة أفقيا من نافذة إحداهما التي ترتفع (30m) عن سطح الأرض بسرعة مقدارها $(5m/s)$ لتدخل في نافذة في البناية الأخرى، احسب ارتفاع هذه النافذة عن سطح الأرض.

الحل: نحسب أولا الزمن الذي استغرقته الكرة للدخول في البناية الثانية.




$$x = v_x t$$

$$10 = 5t$$

$$t = 2sec$$

نحسب الارتفاع $(y)$ ( المسافة العمودية بين النافذتين )

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2$$

$$y = 20m$$

نحسب ارتفاع النافذة $(h)$ في البناية الثانية عن سطح الأرض

$$h = 30 - 20 = 10\ m$$

## ملخص القوانين والعلاقات الرياضية في الفصل الأول: الكميات المتجهة والحركة في بُعدين

1. إيجاد المحصلة بطريقة متوازي الأضلاع.

A. المحصلة بين متجهين بينهما أي زاوية $\theta$ القانون العام.

مقداراً

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

اتجاهاً

$$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R}$$

B. المحصلة بين متجهين متوازيين بينهما زاوية $(\theta = 0)$

مقداراً

$$R = A + B$$

**اتجاهاً:** باتجاه أي من المتجهين

**C.** المحصلة بين متجهين متوازيين بينهما زاوية $(\theta = 180)$ أي متجهين متعاكسين

**مقداراً:** $R = A_{\text{كبرى}} - B_{\text{صغرى}}$

**اتجاهاً:** باتجاه المتجه الأكبر

**D.** المحصلة بين متجهين متعامدين بينهما زاوية $(\theta = 90)$

**مقداراً :** $R = \sqrt{A^2 + B^2}$

**اتجاهاً** $\tan\theta = \frac{B}{A}$

**E.** المحصلة بين متجهين متساويين مقداراً وبينهما أي زاوية.

**مقداراً:**

$$R = 2A\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

**الاتجاه:** تميل المحصلة بزاوية $\left(\frac{\theta}{2}\right)$ عن أي من المتجهين.

## 2. إيجاد المحصلة بطريقة التحليل

$$F_x = F\cos\theta$$
$$F_y = F\sin\theta$$
$$\sum F_x = F_1\cos\theta_1 + F_2\cos\theta_2 + F_3\cos\theta_3 + \cdots.$$
$$\sum F_y = F_1\sin\theta_1 + F_2\sin\theta_2 + F_3\sin\theta_3 + \cdots$$

**مقدارا:** $F_{net} = \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2}$

**اتجاهاً:** $\tan\theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$

## 3. ضرب المتجهات.

**A.** الضرب النقطي

$$A.B = AB\cos\theta$$

**B** الضرب التقاطعي

$$|A \times B| = |A||B|\sin\theta$$

الاتجاه حسب قاعدة اليد اليمنى.

## 4. المقذوفات

**A.** المقذوفات بزاوية

| الحركة الأفقية $a_x = 0$ | الحركة الرأسية $a_y = g$ |
|---|---|
| $v_{xi} = v_i \cos\theta$<br>$v_{xf} = v_{xi}$<br>$x_f = v_{xi}t$ | $v_{yi} = v_i \cos\theta$<br>$v_{yf} = v_{yi} - gt$<br>$v_{yf} = v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2$<br>$v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2gy$ |

**حالات خاصة:**

**حساب زمن الصعود:**

$$t = \frac{v_i \sin\theta}{g}$$

حساب زمن التحليق

$$t_{\text{تحليق}} = 2t$$

$$t_{\text{تحليق}} = 2\frac{v_i \ \sin\theta}{g}$$

حساب أقصى ارتفاع

$$H = \frac{(v_i \ \sin\theta)^2}{2g}$$

حساب المدى الأفقي

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$$

حساب سرعة الجسم عند أي نقطة على مساره
حساب السرعة الأفقية

$$v_{xf} = v_i \ \cos\theta$$

حساب السرعة الرأسية:
عند وجود الزمن

$$v_{yf} = v_{yi} - gt$$

عند وجود الارتفاع

$$v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2gy$$

حساب محصلة السرعة:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_{yf}^2}$$

تحديد الاتجاه

$$\tan\theta = \frac{v_{yf}}{v_{xf}}$$

B. المقذوفات الأفقية:
حساب المسافة الأفقية:

$$x = v_x \ t$$

حساب المسافة الرأسية:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

حساب السرعة عند أي نقطة على مسار الجسم
نحسب السرعة الأفقية:

$$v_x = v_i$$

نحسب السرعة الرأسية:

1. بوجود الزمن $v_y = gt$
2. بوجود الارتفاع $v_y = \sqrt{2gy}$

نحسب محصلة السرعة: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

نحدد الاتجاه $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$

-----------------------------------------------

**ملاحظة هامة :** يكون اتجاه السرعة ( الزاوية التي يتم حسابها ) عند أي نقطة على مسار الجسم المقذوف تحت محور السينات في الحالات الآتية

1. إذا كانت اشارة الزاوية سالب
2. إذا كان الجسم في مرحلة الهبوط .
3. إذا كان الزمن الذي نحسب عنده أكبر من زمن الصعود .

## إجابات أسئلة الفصل الثاني

س1:

| رقم الفقرة | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الإجابة | جـ | جـ | أ | أ | جـ | د |

س2. **المقذوفات**: حركة الجسم في بعدين تحت تأثير قوة الجاذبية وبإهمال مقاومة الهواء.

**المدى الأفقي**: أكبر مسافة أفقية يقطعها الجسم وهي المسافة بين نقطة انطلاقة من سطح الأرض ونقطة عودته إليها.

**الضرب النقطي**: حاصل ضرب مقدار أحد المتجهين في مركبة المتجهة الآخر التي باتجاهه.

س3.

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos\theta}$$

$$F_{net} = \sqrt{(12000)^2 + (15000)^2 + 2 \times 12000 \times 15000 \times \cos 37}$$

$$F_{net} = 25622.4\, N$$

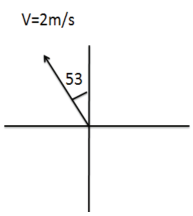
$$\sin\alpha = \frac{B \sin\theta}{F_{net}}$$

$$\sin\alpha = \frac{15000 \times \sin 37}{25622.4}$$

$$\sin\alpha = 0.35$$

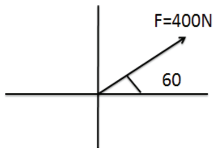
$$\alpha = 20.56$$

س4. أ.




$$v_x = v \cos 143$$
$$v_x = 2 \times (-0.8)$$
$$v_x = -1.6 m/s$$
$$v_y = v \sin 143$$
$$v_y = 2 \times 0.6$$
$$v_y = 1.2\, m/s$$

ب.




$$F_x = F \cos 60$$
$$F_x = 400 \times \frac{1}{2}$$
$$F_x = 200N$$

$$F_y = F \sin 60$$
$$F_y = 400 \times 0.866$$
$$F_y = 346.4N$$

-----------------------------------------

س5. نفرض $F_1 = F$

$$F_2 = 3F$$
$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos\theta}$$
$$F_{net} = \sqrt{F^2 + (3F)^2 + 2 \times F \times 3F \times \cos 120}$$
$$F_{net} = \sqrt{F^2 + 9F^2 - 3F^3}$$
$$F_{net} = \sqrt{7F^2}$$
$$F_{net} = \sqrt{7}F$$
$$F_{net} = 2.65F\ N$$
$$\sin\alpha = \frac{F_2 \sin\theta}{F_{net}}$$
$$\sin\alpha = \frac{3F \sin 120}{2.65F}$$
$$\sin\alpha = 0.98$$
$$\alpha = 78.64$$

---

س6. أ. $v_{yi} = v_i \cos\theta$

$$20 = v_i \sin 37$$
$$v_i = 33.34\ m/s$$

ب. $H = \frac{(v_i \sin\theta)^2}{2g}$

$$H = \frac{(20)^2}{20}$$
$$H = 20\ m$$

ج. $R = \frac{V_i^2 \sin 2\theta}{g}$

$$R = \frac{(33.34)^2 \sin 74}{10}$$
$$R = 106.85m$$

د. نحسب السرعة الأفقية:

$$v_x = v_i \cos\theta$$
$$v_x = 33.34 \times \cos 37$$
$$v_x = 26.672\ m/s$$

نحسب السرعة العمودية:

$$v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2gy$$
$$v_{yf}^2 = (v_i \sin\theta)^2 - 2gy$$