حلول أسئلة الكتاب الوزاري في الرياضيات

" المنهاج الجديد "

(الفصل الأول)

الصف الثاني عشر العلمي والصناعي

شارك في الأعداد والتنسيق والطباعة :

أ – سليم عبد الكريم السيقلي (٠٥٩٩٨٠٩٦٢٨ ، ٠٥٦٧٦٧٥٦٧٨)

أ – الاء فايز الجزار (٠٥٩٧٨٠٦١٧١)

أ – محمد حسين المتولي " أبو حذيفة " (٠٥٩٧٥٧٥٩٢٣)

أ – الاء عبد الستار البرعي

أ – سناء شعبان أبو شريفة (٠٥٩٢٥٨٠٤٦٥)

أ – إسلام إبراهيم عبد النبي

شارك في المراجعة والتدقيق :

أ – عدنان شعت (أبو ياسر)

أ – عزيزة عيطه

العام الدراسي : ٢٠١٨/٢٠١٩

الطبعة الأولى

الفصل الدراسي الأول

الوحدة الأولى :

الدرس الأول :

السؤال الأول : إذا كان ق (س) = $\frac{٣}{س}$ + س^{٢} جد :

فرع أ : مقدار التغير في الاقتران ق(س)عندما تتغير س من ٣ إلى ٥

$$\Delta \text{ ق(س)} = \text{ق(س}_{٢}\text{)} - \text{ق(س}_{١}\text{)} = \text{ن}(٥) - \text{ن}(٣) = (٢٥ + \frac{٣}{٥}) - (٩ + \frac{٣}{٣}) = \frac{٧٨}{٥}$$

فرع ب : متوسط التغير في الاقتران ق(س)عندما تتغير س من ٤ إلى ١

$$\frac{\Delta \text{ق(س)}}{\Delta \text{س}} = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ن}(٤) - \text{ن}(١)}{٣-} = \frac{١٦ - \frac{٣}{٤} - ١ + ٣}{٣-} = \frac{١٧}{٤}$$

السؤال الثاني : إذا كان ق(س) = جتا س - ٣ جاس جد متوسط التغير في الاقتران ق(س)في الفترة $\left[\pi ، \frac{\pi}{٢}\right]$

$$\text{متوسط التغير لـ ق(س)} = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ن}(\frac{\pi}{٢}) - \text{ن}(\pi)}{\frac{\pi}{٢} - \pi} = \frac{(\text{جتا}\frac{\pi}{٢} - ٣\text{جا}\frac{\pi}{٢}) - (\text{جتا}\pi - ٣\text{جا}\pi)}{\frac{\pi}{٢}} = \frac{٤}{\pi}$$

السؤال الثالث : إذا كان ن(س) = $\begin{cases} ٦ - س ، & س > ٢ \\ س^{٢} + ٣س ، & ٢ \geq س \end{cases}$

وكان متوسط التغير للاقتران ق عندما تتغير س من ١ إلى أ (أ) ٢ > يساوي ٩ ، احسب قيمة أ.

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ن}(أ) - \text{ن}(١)}{أ - ١} = ٩ \quad ، \quad ٩ = \frac{٥ - ٢أ + ٢أ}{١ - أ} \quad ، \quad ٩ - ١٩ = ٥ - ٢أ$$

$$٢أ - ١٩ + ٤ = ٠ \quad ، \quad (٢أ - ١)(أ - ٤) = ٠ \quad ، \quad أ = \frac{١}{٢} \text{ مرفوض لأن } أ < ٢ \text{ أو } أ = ٤$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال الرابع : إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س)في الفترة $[1،3]$ ، يساوي ٤ ، وكان ك(س) = س^{٢} + ٣ب(س) ،جد متوسط التغير للاقتران ك(س)في نفس الفترة

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = ٤ \quad ، \quad ٤ = \frac{ب(١) - ب(٣)}{١-٣} \quad ، \quad ٨ = ب(١) - ب(٣)$$

$$ك(س) = س^{٢} + ٣ب(س) \quad ، \quad \frac{\Delta ك}{\Delta س} = \frac{ك(١) - ك(٣)}{١-٣} = \frac{((١)ب٣+١) - ((٣)ب٣+٩)}{٢} =$$

$$\frac{(١)ب٣-١-(٣)ب٣+٩}{٢} = \frac{(١)ب - (٣)ب٣ + ٨}{٢} = \frac{٨ \times ٣ + ٨}{٢} = ١٦$$

السؤال الخامس : إذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران ق(س)في النقطتين(١ ، أ) ، (٣ ، ب)وصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .احسب متوسط التغير في الاقتران هـ (س) = ٣ ق(س) +س^{٢} − ١ في الفترة $[1،3]$

$$ظا١٣٥° = \frac{\Delta ص}{\Delta س} \quad ، \quad ظا١٣٥° = \frac{ب(١) - ب(٣)}{١-٣} \quad ، \quad -١ = \frac{ب - أ}{٢} \quad ، \quad ب - أ = -٢$$

$$\frac{\Delta هـ}{\Delta س} \quad \frac{هـ(١) - هـ(٣)}{١-٣} = \frac{(١-١+(١)ب٣) - (١-٩+(٣)ب٣)}{٢} = \frac{(٨+(١)ب٣ - (٣)ب٣}{٢} =$$

$$\frac{٣ب(٣) - (٨+((١)ب٣}{٢} = \frac{٣ \times ٢ - ٨ +}{٢} = ١$$

السؤال السادس : يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث أن بعده ف بالأمتار عن نقطة الانطلاق بعد ن من الثواني يعطى بالعلاقة

ف = ق(ن) = ن^{٢} + ب ن وكانت السرعة المتوسطة في الفترة$[1،3]$ تساوي ٦ م/ث .فما قيمة الثابت ب.

$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ب(١) - ب(٣)}{١-٣} = ٦ \quad ، \quad ٦ = \frac{٩ + ٣ب - [١+ب]}{٢} \quad ، \quad ٢ ب + ٨ = ١٢ \quad ، \quad ٢ ب = ٤$$

، ب = ٢

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال السابع : إذا كان ق(س) = أس^{٢} + ب س + ج .أثبت أن متوسط التغير للاقتران ق(س)عندما تتغير س من ٢ إلى ن يساوي أ (ن + ٢) + ب

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(ن)-ق(٢)}{ن-١} = \frac{(أ(ن^{٢})+ن ب+٥)-(٤أ+٢ب+٥)}{ن-٢} = \frac{أ ن^{٢}+ن ب+٥-٤أ-٢ب-٥}{ن-٢}$$

$$= \frac{أ(ن^{٢}-٤)+ب(ن-٢)}{ن-٢} = \frac{أ(ن-٢)(ن+٢)+ب(ن-٢)}{ن-٢} = أ(ن+٢)+ب$$

السؤال الثامن : فرع أ : إذا كان ق(س) = س + هـ$^{س+١}$ جد متوسط التغير في الاقتران ق(س)عندما تتغير س من 0 إلى1 ،(ه العدد النيبيري.)

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(١)-ق(٠)}{١-٠} = (١+هـ^{١+١})-(٠+هـ^{١+٠}) = ١+هـ^{٢}-هـ^{١} = هـ^{٢}-هـ^{١}+١$$

فرع ب : إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س =)س + لـو$_{هـ}$ س^{٢} عندما تتغير س من 1 إلى هـ يساوي $\frac{٣-هـ}{١-هـ}$ ، احسب قيمة ن.

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٣-هـ}{١-هـ} \quad ، \quad \frac{ق(هـ)-ق(١)}{هـ-١} = \frac{٣-هـ}{١-هـ} \quad ، \quad \frac{(هـ+لـو_{هـ}هـ^{٢})-(١+لـو_{هـ}١^{٢})}{هـ-١} = \frac{٣-هـ}{١-هـ}$$

$$\frac{هـ+ن-١}{هـ-١} = \frac{٣-هـ}{١-هـ} \quad ، \quad هـ+ن-١ = هـ-٣ \quad ، \quad ن = -٢$$

الدرس الثاني :

السؤال الأول : $\Delta ص = \frac{٢هـ-هـ^{٢}}{-١+هـ}$ ، $\Delta س = -١+هـ-(-١) = هـ$ ، $\Delta س = هـ$

$$ق'(-١) = \lim_{\Delta س \to ٠} \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢هـ-هـ^{٢}}{-١+هـ} \div هـ = \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٢-هـ)}{-١+هـ} \times \frac{١}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٢-هـ)}{هـ-١} = -٢$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال الثاني :

فرع أ : $\frac{ص}{س} = \lim_{ع \to س} \frac{ن(ع) - ن(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to ٤} \frac{ن(ع) - ن(٤)}{ع - ٤} = \lim_{ع \to ٤} \frac{ع + ع^{٢} - ٤ - ١٦}{ع - ٤}$

$= \lim_{ع \to ٤} \frac{ع^{٢} + ع - ٢٠}{ع - ٤} = \lim_{ع \to ٤} \frac{(ع - ٤)(ع + ٥)}{ع - ٤} = \lim_{ع \to ٤} (ع + ٥) = ٩$

حل آخر : $\frac{ص}{س} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(هـ + ٤) - ن(٤)}{هـ} = \lim_{ع \to ٤} \frac{٤ + هـ + (٤ + هـ)^{٢} - ٤ - ١٦}{هـ}$

$= \lim_{ع \to ٤} \frac{٤ + هـ + ١٦ + ٨هـ + هـ^{٢} - ٢٠}{هـ} = \lim_{ع \to ٤} \frac{هـ(هـ + ٩)}{هـ} = ٩$

فرع ب : $\frac{ص}{س} = \lim_{ع \to س} \frac{ن(ع) - ن(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to ٣} \frac{ن(ع) - ن(٣)}{ع - ٣} = \lim_{ع \to ٣} \frac{\frac{١}{ع} - \frac{١}{٣}}{ع - ٣}$

$\lim_{ع \to ٣} \frac{\frac{٣ - ع}{٣ع}}{ع - ٣} = \lim_{ع \to ٣} \frac{-(ع - ٣)}{٣ع} = \lim_{ع \to ٣} \frac{-١}{٣ع} = \frac{-١}{٩}$

فرع ج : $[س] = \begin{cases} ٠ & ، ٠ \leq س < ١ \\ ١ & ، ١ \leq س < ٢ \\ ٢ & ، ٢ \leq س < ٣ \end{cases}$ ، $ص = [س] س^{٢} = \begin{cases} ٠ & ، ٠ \leq س < ١ \\ س^{٢} & ، ١ \leq س < ٢ \\ ٢س^{٢} & ، ٢ \leq س < ٣ \end{cases}$

أولاً عند $س = ٢$

$ق'(٢) = \lim_{ع \to ٢^{+}} \frac{ن(ع) - ن(٢)}{ع - ٢} = \lim_{ع \to ٢} \frac{٢ع^{٢} - ٢(٢)^{٢}}{ع - ٢} = ٢ \lim_{ع \to ٢} \frac{(ع - ٢)(ع + ٢)}{ع - ٢}$

$= ٢ \lim_{ع \to ٢} ع + ٢ = ٨$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$قَ(٢) = \lim_{ع \to ٢^-} \frac{ن(ع) - ن(٢)}{ع - ٢} = \lim_{ع \to ٢} \frac{ع^٢ - (٢)^٢}{ع - ٢} = \lim_{ع \to ٢} \frac{(ع - ٢)(ع + ٢)}{ع - ٢} = \lim_{ع \to ٢} ع + ٢ = ٤$$

$$قَ(٢^+) \neq قَ(٢^-) \Leftarrow قَ(٢) \text{ غ م}$$

ثانياً عند $س = \frac{١}{٢}$

$$قَ(\frac{١}{٢}) = \lim_{ع \to \frac{١}{٢}} \frac{ن(ع) - ن(\frac{١}{٢})}{ع - \frac{١}{٢}} = \lim_{ع \to \frac{١}{٢}} \frac{٠ - ٠}{ع - \frac{١}{٢}} = = \lim_{ع \to \frac{١}{٢}} \frac{٠}{ع - \frac{١}{٢}} = ٠$$

السؤال الثالث : فرع أ : $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٣ + ٥هـ) - ن(٣)}{١٠ هـ}$ نفرض

$٥هـ = و$ ، $هـ = \frac{و}{٥}$ ، $هـ \to ٠ \Leftarrow و \to ٠$

$$\lim_{و \to ٠} \frac{ن(٣ + و) - ن(٣)}{\frac{١٠}{٥} و} = \frac{١}{٢} قَ(٣) = \frac{١}{٢} \times ٤ = ٢$$

فرع ب :

$$\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ - ١}{ن(١) - ن(س)} = - \lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س + ١)}{ن(س) - ن(١)} = - \times ١ \lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)}{ن(س) - ن(١)} \times \lim_{س \to ١} (س + ١)$$

$$= - \times ١ \frac{١}{قَ(١)} = ٢ \times \frac{١}{-٢} \times ١ - = ٢ \times ١ = ١$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

فرع ج : $\lim_{هـ\to 0} \frac{ن(١+٩هـ)-ن(١)}{١-\sqrt{١+هـ+١٧}} \times \frac{١+\sqrt{١+هـ+١٧}}{١+\sqrt{١+هـ+١٧}}$ بالضرب في مرافق المقام

$= \lim_{هـ\to 0} \frac{ن(١+٩هـ)-ن(١)}{هـ} \times \lim_{هـ\to 0} ١+\sqrt{١+هـ+١٧}$ نفرض

$٩هـ = و$ ، $هـ = \frac{و}{٩}$ ، $هـ \to ٠ \Leftarrow و \to ٠$

$= ٩ \lim_{و\to 0} \frac{ن(١+و)-ن(١)}{و} \times ٢ = ٩ \times ق(١) \times ٢ = ٩ \times -٢ \times ٢ = -٣٦$

فرع د : $\lim_{هـ\to 0} \frac{ن(١+٣هـ)-ن(١-٣هـ)}{١٠هـ}$ بإضافة وطرح ن(١) إلى البسط

$$\lim_{هـ\to 0} \frac{ن(١+٣هـ)-ن(١)-ن(١-٣هـ)+ن(١)}{١٠هـ}$$

$$= \lim_{هـ\to 0} \frac{ن(١+٣هـ)-ن(١)}{١٠هـ} - \lim_{هـ\to 0} \frac{ن(١-٣هـ)-ن(١)}{١٠هـ}$$

نفرض $٣هـ = و$ ، $هـ = \frac{و}{٣}$ ، $هـ \to ٠ \Leftarrow و \to ٠$ نفرض

$-٣هـ = و$ ، $هـ = \frac{و}{-٣}$ ، $هـ \to ٠ \Leftarrow و \to ٠$

$$= \lim_{و\to 0} \frac{ن(١+و)-ن(١)}{\frac{و}{٣} \times ١٠} - \lim_{و\to 0} \frac{ن(١+و)-ن(١)}{\frac{و}{-٣} \times ١٠} = ق(١) - ق(١) \times \frac{-٣}{١٠} \times \frac{٣}{١٠}$$

$$-٢ \times \frac{٣}{١٠} + ٢ = \frac{-١٢}{١٠} = \frac{-٦}{٥}$$

السؤال الرابع : ن(س) المشقة غير موجودة لأن الرأس عندها مدبب

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال الخامس : أولاً : $\text{ق}'(س)$ على $]-١،١[$

$$\text{ق}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{ق}(ع) - \text{ق}(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٢\sqrt{ع + ٣} - ٢\sqrt{س + ٣}}{ع - س}$$

$$= ٢ \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع + ٣} - \sqrt{س + ٣}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع + ٣} + \sqrt{س + ٣}}{\sqrt{ع + ٣} + \sqrt{س + ٣}} = = ٢ \lim_{ع \to س} \frac{(ع + ٣) - (س + ٣)}{(ع - س)(\sqrt{ع + ٣} + \sqrt{س + ٣})}$$

$$= ٢ \times \frac{١}{٢\sqrt{س + ٣}} = \frac{١}{\sqrt{س + ٣}}$$

ثانياً : : $\text{ق}'(س)$ على $]١،٤[$

$$\text{ق}'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{\text{ق}(ع) - \text{ق}(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{\frac{٤}{ع} - \frac{٤}{س}}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٤س - ٤ع}{ع س} = \lim_{ع \to س} \frac{٤(س - ع)}{ع س} = \frac{-٤}{س^{٢}}$$

$$\text{ق}'^{+}(١) = \frac{-٤}{(١)^{٢}} = -٤ \ ، \ \text{ق}'^{-}(١) = \frac{١}{\sqrt{(١) + ٣}} = \frac{١}{٢}$$

$$\text{ق}'(س) = \begin{cases} \frac{١}{\sqrt{س + ٣}} & ، \ -١ < س < ١ \\ \frac{-٤}{س^{٢}} & ، \ ١ < س < ٤ \\ \text{غ.م} & ، \ س = ١ \end{cases}$$

السؤال السادس : م = الطول × العرض = $س \times ٣س = ٣س^{٢}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$\frac{ص م}{ص س} = \lim_{ع \to ٦} \frac{(ع)^{٢} - (٦)^{٢}}{ع - ٦} = \lim_{ع \to ٦} \frac{٣ع^{٢} - ٣(٦)^{٢}}{ع - ٦} = ٣ \lim_{ع \to ٦} \frac{ع^{٢} - (٦)^{٢}}{ع - ٦}$$

$$= ٣ \lim_{ع \to ٦} \frac{(ع - ٦)(ع + ٦)}{ع - ٦} = ٣ \lim_{ع \to ٦} (ع + ٦) = ٣ \times ١٢ = ٣٦ \text{ سم}$$

الدرس الثالث :

السؤال الأول : جد $ق'(س)$

فرع أ : $ق(س) = س^{٥} - س^{٢} + جـ$ ، $س = -١$

$$ق'(س) = ٥س^{٤} - ٢س$$

$$ق'(-١) = ٥ + ٢ = ٧$$

فرع ب : $(س) = (س^{٣} - ١)(س + ١٢)$ ، $س = ٣$

$$ق'(س) = (س^{٣} - ١) + (س + ١٢)(٣س^{٢})$$

$$ق'(٣) = (٢٧ - ١) + (٣ + ١٢)(٩ \times ٣) = ٤٣١$$

فرع جـ $ن(س) = \frac{س^{٢}}{٥ - س^{٢}}$ ، $س = -٢$

$$ن'(س) = \frac{(٥ - س^{٢}) \times ٢س - س^{٢} \times (-٢س)}{(٥ - س^{٢})^{٢}}$$

$$ن'(-٢) = \frac{(٥ - ٤) \times ٤ - ٤ \times (-٤)}{(٥ - ٤)^{٢}} = ٢٠$$

السؤال الثاني :

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

فرع أ : $(و + هـ^{٢})'(١) = (و + هـ \times هـ)'(١) = و'(١) + ٢هـ(١) \times هـ'(١)$

$= ٣ + ٢ \times ١^{-} \times ٣^{-} + ٦ = ٩$

فرع ب : $\left(س^{٢} و(س) - \frac{٣}{هـ(س)}\right)'(١)$

$= \left[٢س و(١) + س^{٢} و'(١) - \frac{٣^{-} هـ'(١)}{هـ^{٢}(١)}\right]_{س=١}$

$= ٢ \times ٢ + ٣ + \frac{٣ \times ٣^{-}}{١} = ٤ - ٣ + ٩ = \boxed{٢^{-}}$

السؤال الثالث :

$و(س) = \frac{س}{س^{٢} + ١}$ ، $و(١) = \frac{١}{٢}$

$و'(س) = \frac{(س^{٢} + ١) - س(٢س)}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$

$\Leftarrow و'(١) = ٠$

من الرسم يتضح أن النقطة (1،1) تنتمي الى المنحنى $\Leftarrow هـ(١) = ١$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

زاوية ميل المماس = ١٥٠ ، $\Leftarrow$ ظا ١٥٠ $= \frac{-١}{\sqrt{٣}}$

$\Leftarrow$ هـ $'(١) = -\sqrt{٣}$ ، (حيث أن معدل تغير الاقتران = ميل المماس)

$$\left(\frac{\text{ن}}{\text{هـ}}\right)'(١) = \frac{\text{هـ}(١) \times \text{ن}'(١) - \text{ن}(١) \times \text{هـ}'(١)}{\text{هـ}^{٢}(١)}$$

$$\left(\frac{\text{ن}}{\text{هـ}}\right)'(١) = \frac{١ \times ٠ - \frac{١}{٢} \times -\sqrt{٣}}{١} = \frac{١}{٢\sqrt{٣}}$$

السؤال الرابع :

فرع أ : $ص = \frac{س}{س+١} \Leftarrow ص' = \frac{(س+١) - س}{(س+١)^{٢}} = \frac{١}{(س+١)^{٢}}$

$$ص' = \frac{١}{(س+١)^{٢}} \Leftarrow ص'' = \frac{-٢(س+١)}{(س+١)^{٤}} = \frac{-٢}{(س+١)^{٣}}$$

$$ص'' = \frac{-٢}{(س+١)^{٣}}$$

$$\Leftarrow ٢ص ص' + س ص'' = ٢ \times \frac{س}{س+١} \times \frac{١}{(س+١)^{٢}} + س \times \frac{-٢}{(س+١)^{٣}}$$

$$= \frac{٢س}{(س+١)^{٣}} + \frac{-٢س}{(س+١)^{٣}} = ٠$$

فرع ب : $ص = ٣س^{٥} + \frac{٥}{س^{٤}} \Leftarrow ص' = ٥٣س^{٤} + \frac{-٢٠س^{٣}}{س^{٨}}$

$$ص' = ٥٣س^{٤} - \frac{٢٠}{س^{٥}} \Leftarrow ص'' = ٢٠٣س^{٣} + \frac{١٠٠}{س^{٦}}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

الطرف الأيمن : $ص' = ٢٠ اس^{٣} + \frac{١٠٠}{س^{٦}}$

الطرف الأيسر : $\frac{٢٠ص}{س^{٢}} = ٢٠ص \times س^{-٢} = ٢٠ \left[اس^{٥} + \frac{٥}{س^{٤}} \right] \times س^{-٢}$

$= ٢٠ \left[اس^{٣} + \frac{٥}{س^{٦}} \right] = ٢٠ اس^{٣} + \frac{١٠٠}{س^{٦}}$ الطرف الأيمن = الطرف الايسر

حل آخر لسؤال الرابع : $ص = اس^{٥} + \frac{٥}{س^{٤}} \Leftarrow ص' = ٥ اس^{٤} + \frac{-٢٠ س^{٣}}{س^{٨}}$

$ص' = ٥ اس^{٤} - \frac{٢٠}{س^{٥}} \Leftarrow ص'' = ٢٠ اس^{٣} + \frac{١٠٠}{س^{٦}}$ **بضرب الطرفين في** $س^{٢}$

$س^{٢} ص'' = ٢٠ (اس^{٥} + \frac{١٠٠}{س^{٤}}) \Leftarrow س^{٢} ص'' = ٢٠ ص \Leftarrow ص'' = \frac{٢٠ص}{س^{٢}}$

السؤال الخامس :

$ن(س) = (١ - س)(١ + س)(١ + س^{٢})(١ + س^{٤})(١ + س^{٨})$

جد $ن'(١)$

$ن(س) = (١ - س^{٢})(١ + س^{٢})(١ + س^{٤})(١ + س^{٨})$

$= (١ - س^{٤})(١ + س^{٤})(١ + س^{٨})$

$= (١ - س^{٨})(١ + س^{٨})$

$ن(س) = (١ - س^{١٦})$

$\Leftarrow ن'(س) = -١٦ اس^{١٥}$

$\Leftarrow ن'(١) = -١٦$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال السادس : $ن(س) = س^{٢} \Leftarrow ن'(س) = ٢س$

$هـ(س) = [٢س]$ ..... طول الدرجة = $\frac{١}{٢}$ ، صفر الاقتران هـ(س) = 0

$$\Leftarrow هـ(س) = \begin{cases} -١ & ، \ -\frac{١}{٢} \leq س < ٠ \\ ٠ & ، \ ٠ \leq س < \frac{١}{٢} \end{cases}$$

أولا : فرع : أ $ن'(٠) = ٢ \times ٠ = ٠$

فرع : ب $هـ'(٠)$ غير موجودة لأنه غير متصل عند س = **0**

فرع :جـ $(ن \times هـ)(س) = س^{٢}[٢س]$

$$\Leftarrow ن(س) \times هـ(س) = \begin{cases} -س^{٢} & ، \ -\frac{١}{٢} \leq س < ٠ \\ ٠ & ، \ ٠ \leq س < \frac{١}{٢} \end{cases}$$ متصل عند س=0

$$\Leftarrow (ن \times هـ)'(س) = \begin{cases} -٢س & ، \ -\frac{١}{٢} < س < ٠ \\ ٠ & ، \ ٠ < س < \frac{١}{٢} \end{cases}$$

$(ن \times هـ)'(٠^{-}) = ٠$ ، $(ن \times هـ)'(٠^{+}) = ٠$

فرع : د $(ن \times هـ)'(٠) = ن(٠) \times هـ'(٠) + هـ(٠) \times ن'(٠) = ٠ \times ٠ + ٠ \times ٠ = ٠$

ثانيا / اذا كان أحد الاقترانيين قابل للاشتقاق عند س= $س_{1}$ ، والاقتران الاخر لا يقبل الاشتقاق ، فهذا لا يعني أن حاصل ضرب الاقترانيين يكون غير قابل للاشتقاق عند س= $س_{1}$ لأنه سينتج اقتران جديد بخواص جديدة ، بالتالي لا يتناقض مع القاعدة المذكورة.

السؤال السابع : $ن(س) = س^{٤} + أس^{٣} - ٣$ ، $ن''(٢) = ١٨$ فما قيمة أ ؟

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ن'(س) = ٤س^٣ + ٣أس^٢ \Leftarrow ن''(س) = ١٢س^٢ + ٦أس$

$ن'''(س) = ٢٤س + ٦أ = ٢ \times ٢٤ + ٦أ$

$ن'''(٢) = ١٨ \Leftarrow ٢ \times ٢٤ + ٦أ = ١٨ \Leftarrow ٦أ = -٣٠ \Leftarrow \boxed{أ = -٥}$

السؤال الثامن : $ن(س) = س^{ن}$ ، $ن \in ص$.... $ن^{٣}(س) = أس$ جد قيمة أ

$ن'(س) = نس^{ن-١} \Leftarrow ن''(س) = ن(ن-١)س^{ن-٢}$

$\Leftarrow ن'''(س) = ن(ن-١)(ن-٢)س^{ن-٣}$

بمساواة الطرفين ينتج $أس^{١} = ن(ن-١)(ن-٢)س^{ن-٣} \Leftarrow ن - ٣ = ١ \Leftarrow \boxed{ن = ٤}$

$ن(ن-١)(ن-٢) = أ \Leftarrow أ = ٤ \times ٣ \times ٢ = ٢٤ \Leftarrow \boxed{أ = ٢٤}$

السؤال التاسع : $ن'(٢) = ٣$ ، $ن''(٢) = ٥$ ، جد $\lim_{س \to ١} \frac{ن'(٢س) - ن'(٢)}{س - ١}$

بفرض أن $ع = ٢س \Leftarrow س = \frac{١}{٢}ع$

$س \to ١ \Leftarrow ع \to ٢$

$$\lim_{س \to ١} \frac{ن'(٢س) - ن'(٢)}{س - ١} = \lim_{س \to ٢} \frac{ن'(ع) - ن'(٢)}{\frac{ع}{٢} - ١}$$

$$= ٢ \times \lim_{س \to ٢} \frac{ن'(ع) - ن'(٢)}{ع - ٢}$$

$$= ٢ \times ن''(٢) = ٢ \times ٥ = \boxed{١٠}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

الدرس الرابع :

السؤال الأول : فرع أ : $ص = ٢جتاس - ٢ظاس \Leftarrow ص' = -٢جاس - ٢قا^{٢}س$

فرع ب : $ص = \frac{١-قاس}{١+قاس} \Leftarrow ص' = \frac{(١+قاس)(-قاس \times ظاس) - (١-قاس)(قاس \times ظاس)}{(١+قاس)^{٢}}$

$= \frac{-قاس \times ظاس - قا^{٢}س \times ظاس - قاس \times ظاس + قا^{٢}س \times ظاس}{(١+قاس)^{٢}} \Leftarrow = \frac{-٢قاس \times ظاس}{(١+قاس)^{٢}}$

فرع جـ :

$ص = \frac{س}{قتاس + ظتاس} \Leftarrow ص' = \frac{قتاس + ظتاس - س(-قتاس \times ظتاس + -قتا^{٢}س)}{(قتاس + ظتاس)^{٢}}$

$= \frac{قتاس + ظتاس + س قتاس \times ظتاس + س قتا^{٢}س}{(قتاس + ظتاس)^{٢}} \Leftarrow = \frac{ظتاس(١ + س قتاس) + قتاس(١ + س قتاس)}{(قتاس + ظتاس)^{٢}}$

$= \frac{(قتاس + ظتاس)(١ + س قتاس)}{(قتاس + ظتاس)^{٢}} = \frac{١ + س قتاس}{قتاس + ظتاس}$

فرع د :

$ص = س^{٢} قاس \Leftarrow ص' = ٢س قاس + س^{٢} قاس ظاس \Leftarrow = قاس(٢س + س^{٢} ظاس)$

السؤال الثاني :

$ص = ظاس \leftarrow ص' = قا^{٢}س = قاس \times قاس \Leftarrow ص'' = قاس \times قاس ظاس + قاس ظاس \times قاس = ٢قا^{٢}س ظاس$

$\Leftarrow ٢(١ + ظا^{٢}س) ظاس = ٢ص(١ + ص^{٢})$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال الثالث :

$$ص = \frac{جاس}{س}$$

$$ص' = \frac{س جتاس - جاس}{س^{٢}} = \frac{جتاس}{س} - \frac{جاس}{س^{٢}}$$

$$ص'' = \frac{-س جاس - جتاس}{س^{٢}} - \frac{س^{٢} جتاس - ٢س جاس}{س^{٤}}$$

$$ص'' = \frac{-جاس}{س} - \frac{٢جتاس}{س^{٢}} + \frac{٢جاس}{س^{٣}}$$

فان قيمة المقدار

$$ص'' + \frac{٢}{س} ص' + ص = \frac{-جاس}{س} - \frac{٢جتاس}{س^{٢}} + \frac{٢جاس}{س^{٣}} + \frac{٢جتاس}{س^{٢}} - \frac{٢جاس}{س^{٣}} + \frac{جاس}{س}$$

$$\Leftarrow ص'' + \frac{٢}{س} ص' + ص = ٠$$

السؤال الرابع :

$$ن(س) = \frac{١}{٢} س^{٢} - جتاس \Leftarrow ن'(س) = س + جاس \Leftarrow ن''(س) = ١ + جتاس$$

$$\Leftarrow ن''(س) = ٠ \leftarrow ١ + جتاس = ٠ \Leftarrow جتاس = -١ \leftarrow س = \pi^{\circ}$$

السؤال الخامس :

$$\text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س^{٢} + هـ) - قاس^{٢}}{هـ} = ق'(ع) = قاع ظاع = قاس^{٢} ظاس$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

الدرس الخامس :

السؤال الأول : فرع أ :

$$ص = هـ^{س} جتاس$$

$$\frac{د ص}{د س} = هـ^{س} \times -جاس + هـ^{س} \times جتاس$$

$$= هـ^{س}(جتاس - جاس)$$

فرع ب :

$$ص = لـو_{هـ} \sqrt{س} \quad ، س > ٠$$

$$ص = لـو_{هـ} س^{\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٢} لـو_{هـ} س$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{س} = \frac{١}{٢س}$$

فرع جـ :

$$ص = لـو_{هـ} \sqrt{\frac{س^{٣}}{س^{٨}}} \quad ، س > ٠ \Leftarrow ص = \frac{١}{٢} لـو_{هـ}(س^{٣} - س^{٨}) = \frac{١}{٢} لـو_{هـ} س^{٣} - \frac{١}{٢} لـو_{هـ} س^{٨}$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{س} - \frac{١}{س} \times \frac{٨}{٢} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{-٥}{س}$$

حل إخر فرع جـ :

$$ص = لـو_{هـ} \sqrt{\frac{س^{٣}}{س^{٨}}} \quad ، س > ٠ \Leftarrow ص = \frac{١}{٢} لـو_{هـ}\left(\frac{١}{س^{٥}}\right) = \frac{١}{٢} لـو_{هـ} ١ - \frac{١}{٢} لـو_{هـ} س^{٥} = -\frac{١}{٢} لـو_{هـ} س^{٥} = \frac{-٥}{س}$$

فرع د :

$$ص = (هـ^{س} - ٢)(هـ^{س} + ٢)$$

$$\frac{د ص}{د س} = هـ^{س} \times (هـ^{س} - ٢) + هـ^{س} \times (هـ^{س} + ٢)$$

$$= هـ^{س}(٢هـ^{س} - ٢ + ٢)$$

$$\frac{د ص}{د س} = هـ^{س}(٢هـ^{س})$$

$$\frac{د ص}{د س} = ٢هـ^{٢س}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال الثاني :

$ص = أ س هـ^{(١-س)}$ ، $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٢}{هـ}$ ، $هـ \leftarrow ٢$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٢}{هـ} \Leftarrow \frac{ن(٢) - ن(٠)}{٢ - ٠} = \frac{٢}{هـ}$

$\frac{أ هـ^{-١} - ٠}{٢} = \frac{٢}{هـ}$

$\frac{أ}{هـ} = \frac{٢}{هـ}$

$\therefore \boxed{أ = ٢}$

السؤال الثالث :

$ص = س^{٢} + هـ^{س} + ١$

$ص' = ٢س + هـ^{س}$

$ص = ص' \Leftarrow س^{٢} + هـ^{س} + ١ = ٢س + هـ^{س}$

$\Leftarrow س^{٢} + \cancel{هـ^{س}} + ١ = ٢س + \cancel{هـ^{س}}$

$س^{٢} - ٢س + ١ = ٠$

$(س - ١)^{٢} = ٠$

$\boxed{س = ١}$

السؤال الرابع : فرع أ :

$$\lim_{س \to ١} \frac{هـ^{س-١} - س}{لو_{هـ} س} = \lim_{س \to ١} \frac{هـ^{س} هـ^{-١} - س}{لو_{هـ} س}$$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{هـ^{-١} هـ^{س} - ١}{\frac{١}{س}} = \lim_{س \to ١} س(هـ^{س-١} - ١) = هـ^{٠} - ١ = ٠$$

فرع ب :

$$\lim_{س \to ٠} \frac{٤س}{ظا س} = \lim_{س \to ٠} \frac{٤}{قا^{٢} س} = \lim_{س \to ٠} ٤ جتا^{٢} س = ٤ \times ١ = ٤$$

فرع جـ

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$\lim_{س\to 0}\frac{س-جاس}{س^{3}}=\lim_{س\to 0}\frac{1-جتاس}{3س^{2}}=\lim_{س\to 0}\frac{جاس}{6س}=\lim_{س\to 0}\frac{جتاس}{6}=\boxed{\frac{1}{6}}$$

السؤال الخامس :

$$\lim_{س\to أ}\frac{س^{ن}-أ^{ن}}{س^{ك}-أ^{ك}}=\lim_{س\to أ}\frac{ن س^{ن-1}}{ك س^{ك-1}}=\frac{ن}{ك}\times\frac{أ^{ن-1}}{أ^{ك-1}}=\frac{ن}{ك}أ^{ن-ك}$$

$$\boxed{\lim_{س\to أ}\frac{س^{ن}-أ^{ن}}{س^{ك}-أ^{ك}}=\frac{ن}{ك}أ^{ن-ك}}$$

السؤال السادس :

$$\lim_{س\to 0}\frac{س\,ق(1)-ق(س)}{س-1}\quad ،\quad ق'(1)=3\ ،\ ق(1)=6$$

بالتعويض المباشر ينتج ∴

باستخدام لوبيتال

$$\lim_{س\to 0}\frac{س\,ق(1)-ق(س)}{س-1}=\lim_{س\to 0}\frac{ق(1)-ق'(س)}{1}=ق(1)-ق'(1)=6-3=\boxed{3}$$

الدرس السادس :

السؤال الأول :

مماس المنحنى عموديا على المستقيم ← ميل العمودي = $\frac{-1}{\text{ميل المماس}}$

العمودي $س+2ص+4=0$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

الميل = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ ← ميل العمودي = $\frac{-١}{٢}$ = $\frac{-1}{\text{ميل المماس}}$ ← **ميل المماس = 2**

ن(س) = س^{٢} − ٢س + ١ ، ن´(س) = ٢س − ٢ ← من معلومية **ميل المماس = 2**

ن´(س$_{١}$) = ٢
٢س$_{١}$ − ٢ = ٢
٢س$_{١}$ = ٤
س$_{١}$ = ٢

النقطة هي (2 ، ق(2)) = (2، 1)

السؤال الثاني :

ن(س) = ٣ − ظا^{٢}س ، س$_{١}$ = $\frac{\pi}{٤}$

نقطة التماس هي : (س$_{١}$، ن(س$_{١}$)) = $\left(٢، \frac{\pi}{٤}\right)$

ن´(س) = −٢ظاس×قا^{٢}س

ميل المماس = ن´$\left(\frac{\pi}{٤}\right)$ = −٢ظا$\frac{\pi}{٤}$×قا^{٢}$\frac{\pi}{٤}$

= −٢×١×٢ = −٢×١×٢ = −٤

$\left(\frac{١}{\text{جتا}\frac{\pi}{٤}}\right)^{٢}$

معادلة المماس هي : ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

بالتعويض عن النقطة والميل : ص − ٢ = −٤$\left(س − \frac{\pi}{٤}\right)$

ص = −٤س + π + ٢

السؤال الثالث :

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ن(س) = لـوهـ \frac{س}{٢}$ ، $س = ٢$

$ن(س) = لـوهـس - لـوهـ٢$

النقطة هي (2 ، ق(2)) =(2، 0)

$ن'(س) = \frac{١}{س} \Leftarrow ن'(٢) = \frac{١}{٢}$ " ميل المماس $= \frac{١}{٢}$"

معادلة المماس هي : $ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

بالتعويض عن النقطة والميل : $ص - ٠ = \frac{١}{٢}(س - ٢)$

$$\boxed{ص = \frac{١}{٢}س - ١}$$

لايجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات (المقطع السيني) نضع ص =0

$٠ = \frac{١}{٢}س - ١$ ومنها النقطة (2، 0)
$س = ٢$

لايجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات (المقطع الصادي) نضع س =0

$ص = \frac{١}{٢} \times ٠ - ١$ ومنها النقطة (0، -1)
$ص = -١$

مساحة المثلث = نصف القاعدة ×الارتفاع

$= \frac{١}{٢} \times ٢ \times ١ = ١$ وحدة مساحة

السؤال الرابع : المماس : $س = ٤ - ٦ص$ ، المنحنى : $ن(س) = \frac{٣س}{س - ٢}$ فما قيمة أ؟

لتكن نقطة التماس هي ($س_{1}$،ق($س_{1}$)) ، اذن

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$ن'(س) = \frac{٣س - ٦ - ٣س}{(س - ٢)^{٢}} = \frac{-٦}{(س - ٢)^{٢}}$$

من معلومية **معادلة المماس فان ميل المماس =** $\frac{-١}{٦}$ **وبالتالي يكون**

$$ن'(س_{١}) = \frac{-١}{٦} \leftarrow \frac{-٦}{(س_{١} - ٢)^{٢}} = \frac{-١}{٦}$$

$$(س_{١} - ٢)^{٢} = ٣٦ \leftarrow س_{١} - ٢ = \pm ٦ \Leftarrow \boxed{س_{١} = ٨ ، -٤}$$

عندما $س_{1}$ = 8 فان $ن(س_{١}) = ن(٨) = \frac{٣ \times ٨}{٢ - ٨} = ٤$ ، وبالتالي النقطة (8، 4) وهي تحقق معادلة المستقيم

اذن : $س = ا - ٦ص$

$$٨ = ا - ٦ \times ٤ \Leftrightarrow \boxed{ا = ٣٢}$$

وعندما $س_{1}$ = -4 فان $ن(س_{١}) = ن(-٤) = \frac{٣ \times -٤}{-٤ - ٢} = ٢$ ، وبالتالي النقطة (8، 4) وهي تحقق معادلة المستقيم

$س = ا - ٦ص$

$$-٤ = ا - ٦ \times ٢ \Leftrightarrow \boxed{ا = ٨}$$

السؤال الخامس : $ف = ٤٠ن - ٥ن^{٢}$ نجد الزمن لأقصى ارتفاع أي عندما $ع(ن) = ٠$

$$ع(ن) = ف' = ٤٠ - ١٠ن \Leftarrow ع(ن) = ٤٠ - ١٠ن = ٠ \Leftarrow -١٠ن = -٤٠ \Leftarrow ن = ٤ث$$

عندما $ن = ٤$ فإن المسافة المقطوعة هي $ف = ٤٠(٤) - ٥(٤)^{٢} = ١٦٠ - ٨٠ = ٨٠م$

السرعة عندما $ف = ١٠٠$ = السرعة عندما $ف = ٦٠$ ولكن بعكس الإشارة

$$٦٠ = ٤٠ن - ٥ن^{٢} \Leftarrow -٦٠ = -٤٠ن + ٥ن^{٢} \Leftarrow ٠ = ١٢ + ٨ن - ن^{٢} \Leftarrow ٦٠ = ٤٠ن - ٥ن^{٢}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$\Leftarrow (ن-٦)(ن-٢)=٠ \Leftarrow ن=٦$ ، $ن=٢$ مرفوضة

$ن=٦ \Leftarrow ع=٤٠-١٠\times٦=-٢٠$ م/ث

السؤال السادس : $ف=٣٠ن-٥ن^{٢}$

فرع أ : أقصى ارتفاع وهي عندما $ع(ن)=٠$

$ع(ن)=ف=٣٠-١٠ن \Leftarrow ع(ن)=٣٠-١٠ن=٠ \Leftarrow -١٠ن=-٣٠ \Leftarrow ن=٣$ ث

أقصى ارتفاع وهي عندما $ن=٣ \Leftarrow ف=٣٠(٣)-٥(٣)^{٢}=٩٠-٤٥=٤٥$ م

فرع ب : سرعة ارتطام الجسم بسطح العمارة $ف=٤٠ \Leftarrow ٣٠ن-٥ن^{٢}=٤٠$

$٣٠ن-٥ن^{٢}-٤٠=٠ \Leftarrow ن^{٢}-٦ن+٨=٠ \Leftarrow (ن-٢)(ن-٤)=٠ \Leftarrow ن=٢$ ، $ن=٤$

$ن=٤ \Leftarrow ع_{١}=-١٠$ م/ث في لحظة النزول

السؤال السابع : $ف=٤(جتا٢ن+جا٢ن)$ إيجاد التسارع عندما $ف=٣$ م

$ف=٤(جتا٢ن+جا٢ن) \Leftarrow ع=٤(-٢جا٢ن+٢جتا٢ن) \Leftarrow ع=٢٤(-جا٢ن+جتا٢ن)$

$\Leftarrow ت=٢٤(-٢جتا٢ن-٢جا٢ن) \Leftarrow ت=-٤٤(جتا٢ن+جا٢ن) \Leftarrow ت=-٤٤ف$

$ت=-٤ف \Leftarrow ت=-٤\times٣ \Leftarrow ت=-١٢$

الدرس السابع :

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال الأول : فرع أ :

$$ص = (س^{٢} + س + ١)^{-٣}$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = -٣(س^{٢} + س + ١)^{-٤} \times (٢س + ١)$$ بالتعويض عن س=1 ينتج

$$\frac{ء ص}{ء س} = -٣(٣)^{-٤} \times (٣) = \frac{-٩}{٨١} = \frac{-١}{٩}$$

فرع ب :

$$ص = س^{٢} قا\frac{\pi}{س} \Leftarrow \frac{ء ص}{ء س} = \left(س^{٢} \times قا\frac{\pi}{س} \times ظا\frac{\pi}{س} \times \frac{-\pi}{س^{٢}}\right) + \left(قا\frac{\pi}{س} \times ٢س\right)$$

عندما س =1 فان $\frac{ء ص}{ء س} = ((١)^{٢} \times قا\pi \times ظا\pi \times -\pi) + (قا\pi \times ٢) \leftarrow \frac{ء ص}{ء س} = ٠ + (-١ \times ٢) = -٢$

فرع جـ: $ص = ٥ع^{٢} - ٧$ ، $ع = \frac{١}{س^{٢} + ١}$

$$\frac{ء ص}{ء س} = \frac{ء ص}{ء ع} \times \frac{ء ع}{ء س}$$

$$\frac{ء ص}{ء س} = ١٠ع \times \frac{-٢س}{(س^{٢} + ١)^{٢}} = \frac{١٠}{س^{٢} + ١} \times \frac{-٢س}{(س^{٢} + ١)^{٢}} = \boxed{\frac{-٢٠س}{(س^{٢} + ١)^{٣}}}$$

عندما س =1 فان $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{-٢٠}{(٢)^{٣}} = \frac{-٥}{٢}$

فرع د : $ص = ظا\frac{\pi}{س} + جتا^{٢}(\pi س)$

$$\frac{ء ص}{ء س} = قا^{٢}\frac{\pi}{س} \times \frac{-\pi}{س^{٢}} + (-٢جتا\pi س \times جا\pi س \times \pi)$$

عندما س=1 فان $\frac{ء ص}{ء س} = قا^{٢}\pi \times -\pi + (-٢جتا\pi \times جا\pi \times \pi) = \boxed{-\pi}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

فرع هـ : ص $= (\text{لـــو}_{هـ} س)^{٣}$ ، س > ٠ بالاشتقاق ينتج $\frac{د ص}{د س} = ٣(\text{لـــو}_{هـ} س)^{٢} \times \frac{١}{س}$

بالتعويض عن س=1 ينتج $\frac{د ص}{د س} = ٣(\text{لـــو}_{هـ} ١)^{٢} \times ١ = \boxed{٠}$

السؤال الثاني : اذا كان ن(س) $= \frac{\text{لـــو}_{هـ} م(س)}{٢س}$ وكان م(١) = هـ ، م´(١) = ٢هـ جد ن´(١)

ن´(س) $= \frac{٢س \times \frac{م(س)}{م´(س)} - \text{لـــو}_{هـ} م(س) \times ٢}{(٢س)^{٢}}$, بالتعويض س=1 ينتج

ن´(١) $= \frac{٢ \times \frac{م(١)}{م´(١)} - \text{لـــو}_{هـ} م(١) \times ٢}{(٢)^{٢}} = \frac{٢ \times \frac{٢هـ}{هـ} - \text{لـــو}_{هـ} هـ^{٢} \times ٢}{(٢)^{٢}} = = \frac{٤ - \frac{٤}{هـ}}{٤} = \frac{٤هـ - ٤}{٤هـ}$

$\leftarrow \boxed{ن´(١) = \frac{٤هـ - ٤}{هـ}}$

السؤال الثالث : فرع أ : ن(س) $= هـ^{س^{٢}+س} \Leftarrow$ ن´(س) $= (٢س+١) هـ^{س^{٢}+س}$

فرع ب : ع(س)=$\text{لـــو}_{هـ}(س^{٣} - ٣س^{٢})$ ، س $> ٣ \Leftarrow$ ع´(س) $= \frac{٣س^{٢} - ٦س}{س^{٣} - ٣س^{٢}}$

السؤال الرابع : اذا كان ن(س) $= س^{٢} م(س^{٢} + ١)$ ، باستخدام الجدول جد ن´(١)

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$ن'(س) = س^{٢} \times م'(س^{٢}+١) \times ٢س + م(س^{٢}+١) \times ٢س$$
$$= ٢س^{٣} \times م'(س^{٢}+١) + ٢س م(س^{٢}+١)$$
$$ن''(س) = [٢س^{٣} \times م''(س^{٢}+١) \times ٢س + م'(س^{٢}+١) \times ٦س^{٢}]$$
$$+ [٢س \times م'(س^{٢}+١) \times ٢س + م(س^{٢}+١) \times ٢]$$
$$ن''(س) = ٤س^{٤} \times م''(س^{٢}+١) + ٦س^{٢} م'(س^{٢}+١) + ٤س^{٢} \times م'(س^{٢}+١) + ٢م(س^{٢}+١)$$
$$ن''(١) = ٢٤م''(١) + ٢٦م'(١) + ٢٤م'(١) + ٢م(١) = ٢٤م''(١) + ٥٠م'(١) + ٢م(١)$$
$$ن''(١) = ٤ \times ١ + ١٠ \times -١ + ٢ \times ٥ = ٤ - ١٠ + ١٠ \leftarrow ن''(١) = ٤$$

السؤال الخامس : اذا كان $ص = ن^{٣}(س) - ن(س^{٣})$ ، جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س=2 ،علما بأن

$ن(٢) = ١$ ، $ن'(٢) = -٢$ ، $ن'(٨) = ٢$

$$\frac{د ص}{د س} = ٣ن^{٢}(س) \times ن'(س) - ن'(س^{٣}) \times ٣س^{٢}$$ ، بالتعويض عن س=2

$$\frac{د ص}{د س} = ٣ن^{٢}(٢) \times ن'(٢) - ن'(٨) \times ١٢ = ٣(١)^{٢} \times -٢) - (١٢ \times ٢) = -٦ - ٢٤ = \boxed{-٣٠}$$

السؤال السادس :

جد معادلة العمودي على المماس المرسوم لمنحنى $ن(س) = ٤ - ظتاس$ عندما س= $\frac{\pi}{٤}$ ؟

الحل / م$ن'(س) = قتا^{٢}س$ ، ← ميل المماس = $ن'(\frac{\pi}{٤}) = قتا^{٢}\frac{\pi}{٤} = \frac{١}{(\frac{١}{\sqrt{٢}})^{٢}} = ٢$

∴ ميل العمودي = $\frac{-١}{٢}$ ، نقطة التماس = $(\frac{\pi}{٤}، ق(\frac{\pi}{٤})) = (\frac{\pi}{٤}، 3)$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

معادلة العمودي على المماس: $ص - ص_{1} = م(س - س_{1}) \leftarrow ص - ٣ = \frac{-١}{٢}\left(س - \frac{\pi}{٤}\right)$

$$ص - ٣ = \frac{-١}{٢}س + \frac{\pi}{٨}$$

$$\boxed{ص = \frac{-١}{٢}س + \frac{\pi}{٨} + ٣} \leftarrow$$

السؤال السابع :

اذا كان $ص = ن^{٢} + ٥ن$ وكانت $\left(\frac{د ن}{د س}\right)_{ن=١} = ٢$ ، جد $\left(\frac{د ص}{د س}\right)_{ن=١}$ ؟

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س} = (٢ن + ٥) \times \frac{د ن}{د س} \leftarrow \left(\frac{د ص}{د س}\right)_{ن=١} = ٧ \times \left(\frac{د ن}{د س}\right)_{ن=١} = ٧ \times ٢ = ١٤$$

السؤال الثامن :

اذا كانت $ص = أ جتاس^{٢} + ب جاس^{٢}$ ، أثبت أن $س ص'' = -٤س^{٣} ص + ص'$ ؟

$$ص' = -٢أ س جاس^{٢} + ٢ب س جتاس^{٢}$$

$$ص'' = -٢أ جاس^{٢} \times ٢ + (-٢أ س جتاس^{٢} \times ٢س) + (-٢ب س جاس^{٢} \times ٢س) + (جتاس^{٢} \times ٢ب)$$

$$ص'' = -٢أ جاس^{٢} - ٤أ س^{٢} جتاس^{٢} - ٤ب س^{٢} جاس^{٢} + ٢ب جتاس^{٢}$$

$$س ص'' = -٢أ س جاس^{٢} - ٤أ س^{٣} جتاس^{٢} - ٤ب س^{٣} جاس^{٢} + ٢ب س جتاس$$ **الطرف الأيمن**

$$= -٤س^{٣} ص + ص'$$

الطرف الايسر = $= -٤س^{٣}(أ جتاس^{٢} + ب جاس^{٢}) - ٢أ س جاس^{٢} + ٢ب س جتاس^{٢}$ الطرف الأيمن

$$= -٤أ س^{٣} جتاس^{٢} - ٤ب س^{٣} جاس^{٢} - ٢أ س جاس^{٢} + ٢ب س جتاس^{٢}$$

السؤال التاسع : $ن(س) = س + \frac{١}{س}$ ، $هـ(س) = جتاس$ ، أثبت $(ن \circ هـ)'(س) = جا^{٣} س قا^{٢} س$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي — أ – الاء فايز الجزار — أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي — أ – سناء شعبان أبو شريفة — أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$ن(س)=س+\frac{١}{س}\leftarrow ن'(س)=١-\frac{١}{س^{٢}}$$

$$هـ(س)=جتاس\leftarrow هـ'(س)=-جاس$$

الطرف الأيمن / $= ن'(هـ(س))\times هـ'(س)\quad (ن\circ هـ)'(س)=$

$$=ن'(جتاس)\times -جاس=\left(١-\frac{١}{جتا^{٢}س}\right)\times -جاس=\left(\frac{جتا^{٢}س-١}{جتا^{٢}س}\right)\times -جاس=\frac{-جا^{٢}س}{جتا^{٢}س}\times -جاس$$

$$=\frac{جا^{٣}س}{جتا^{٢}س}=جا^{٣}س\times قا^{٢}س$$

السؤال العاشر :

$$\lim_{هـ\to ٠}\frac{قا^{٢}(٢س+هـ)-قا^{٢}٢س}{هـ}=(قا^{٢}٢س)'=٢قا٢س\times(قا٢س\times ظا٢س)=٢قا^{٢}٢س\times ظا٢س$$

السؤال الحادي عشر :

$ص=(ن(س))^{م}\times(هـ(س))^{م}$ ، أثبت : $\frac{ص'}{ص}=م\left(\frac{ن'}{ن}+\frac{هـ'}{هـ}\right)$ ؟

$$ص'=(ن(س))^{م}\times م(هـ(س))^{م-١}\times هـ'(س)+م(ن(س))^{م-١}\times ن'(س)\times(هـ(س))^{م}$$

$$ص'=م\left[\frac{(ن(س))^{م}\times(هـ(س))^{م}\,هـ'(س)}{هـ(س)}+\frac{(هـ(س))^{م}(ن(س))^{م}\times ن'(س)}{ن(س)}\right]$$

الطرف الأيمن $\frac{ص'}{ص}=$

$$\frac{م\left[\frac{\cancel{(ن(س))^{م}}\times\cancel{(هـ(س))^{م}}\,هـ'(س)}{هـ(س)}+\frac{\cancel{(هـ(س))^{م}}\cancel{(ن(س))^{م}}\times ن'(س)}{ن(س)}\right]}{\cancel{(ن(س))^{م}}\times\cancel{(هـ(س))^{م}}}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$= م\left[\frac{هـ'(س)}{هـ(س)} + \frac{ن'(س)}{ن(س)}\right]$ = الطرف الأيسر

حل آخر : $ص = (ن(س))^{م} \times (هـ(س))^{م}$ بأخذ اللوغاريتم للطرفين

$لـو_{هـ} ص = لـو_{هـ}\left[(ن(س))^{م} \times (هـ(س))^{م}\right] = لـو_{هـ}(ن(س))^{م} + لـو_{هـ}(هـ(س))^{م}$

$لـو_{هـ} ص = م لـو_{هـ}(ن(س)) + م لـو_{هـ}(هـ(س)) = م\left[لـو_{هـ}(ن(س)) + لـو_{هـ}(هـ(س))\right]$ بإشتقاق الطرفين

$\frac{ص'}{ص} = م\left[\frac{ن'}{ن} + \frac{هـ'}{هـ}\right]$

الدرس الثامن :

السؤال الأول : فرع أ : $س^{٣} + س ص + ٢ص^{٢} = ٥ \Leftarrow ٣س^{٢} + س ص' + ص + ٤ص ص' = ٠$

$ص'(س + ٤ص) = -٣س^{٢} - ص \Leftarrow \boxed{ص' = \frac{-٣س^{٢} - ص}{س + ٤ص}}$

فرع ب : $ص = \sqrt[٥]{١ - س^{٢}} + ٣ \Leftarrow ص = (١ - س^{٢})^{\frac{١}{٥}} + ٣ \Leftarrow ص' = \frac{١}{٥} \times -٢س \times (١ - س^{٢})^{-\frac{٤}{٥}}$

فرع جـ :

$ص = جا(س + ص) \Leftarrow ص' = (١ + ص')جتا(س + ص) \Leftarrow ص' = جتا(س + ص) + ص' جتا(س + ص)$

$ص' - ص' جتا(س + ص) = جتا(س + ص) \Leftarrow ص'(١ - جتا(س + ص)) = جتا(س + ص)$

$\Leftarrow ص' = \frac{جتا(س + ص)}{(١ - جتا(س + ص))}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

فرع د : $\frac{١}{ص} + \frac{١}{س} = ٢ \Leftarrow ص^{-١} + س^{-١} = ٢$

$$-ص^{-٢} \times ص' + -١ \times س^{-٢} = ٠ \Leftarrow \frac{١}{ص^{٢}} ص' - \frac{١}{س^{٢}} = ٠ \Leftarrow ص' = -\frac{ص^{٢}}{س^{٢}}$$

السؤال الثاني :

المنحنى : $ص = س^{٢} - ٣س + ٥$ ، الدائرة :$س^{٢} - ٣س + ص^{٢} = ٢٥$ أوجد معادلة العمودي على المنحنى؟؟؟

لكي نجد معادلة العمودي لابد من توفر ميل العمودي ونقطة كالتالي:

أولا/ نوجد نقطة تقاطع المنحنى مع الدائرة :-

$ص = س^{٢} - ٣س + ٥ \leftarrow ص - ٥ = س^{٢} - ٣س$ بالتعويض في معادلة الدائرة

$س^{٢} - ٣س + ص^{٢} = ٢٥$

$ص - ٥ + ص^{٢} = ٢٥ \leftarrow ص^{٢} + ص - ٣٠ = ٠$ ومنها $(ص + ٦)(ص - ٥) = ٠ \leftarrow$ $\boxed{ص = -٦ ، ٥}$

عندما ص = -6 فان $-٦ = س^{٢} - ٣س + ٥$ وبالتالي $س^{٢} - ٣س + ١١ = ٠$ ، لكن المميز < ٠ فلا يوجد حلول

عندما ص = 5 فان $٥ = س^{٢} - ٣س + ٥$ وبالتالي $س^{٢} - ٣س = ٠ \leftarrow س(س - ٣) = ٠$ ، ومنها $\boxed{س = ٠ ، ٣}$

النقاط هي (0، 5) و (3، 5)

ثانيا / ميل المماس = المشتقة الأولى لمعادلة المنحنى $ص = س^{٢} - ٣س + ٥$ أي أن $ص' = ٢س - ٣$

عند النقطة (0، 5) $\leftarrow$ $ص' = -٣$ ، فيكون ميل العمودي = $\frac{١}{٣}$

معادلة العمودي : $ص - ٥ = \frac{١}{٣}(س - ٠)$ ، ومنها $\boxed{ص = \frac{١}{٣}س + ٥}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

عند النقطة (3، 5) ← ص$'$ = ٦ − ٣ = ٣ ، فيكون ميل العمودي = $\frac{-١}{٣}$

معادلة العمودي : ص − ٥ = $\frac{-١}{٣}$(س − ٣) ← ص − ٥ = $\frac{-١}{٣}$س + ١ ، ومنها $\boxed{ص = \frac{-١}{٣}س + ٦}$

السؤال الثالث : ف^{٢} = ٤ن^{٢} + ٢٤ ، عندما ن=2 ينتج $\boxed{ف^{٢} = ٤ن^{٢} + ٢٤}$-------(1)

بالاشتقاق ينتج : ٢ف ف$'$ = ٨ن ← ف ف$'$ = ٤ن بالتربيع للطرفين ف^{٢} ع^{٢} = ن^{٢} ------(2)

بالتعويض عن قيمة ف^{2} من معادلة (1) وقيمة ع =1 و ن=2 في المعادلة (2) ينتج

← (٤ن^{٢} + ٢٤) × ١ = ٤ × ن^{٢} ٤ن^{٢} + ٢٤ = ن^{٢} ← ن^{٢} − ٤ن − ٢٤ = ٠ بتحليل المعادلة التربيعية ينتج

ن^{٢} − ن − ٦ = ٠ ← (ن − ٣)(ن + ٢) = ٠ ومنها $\boxed{ن = ٣}$، $\boxed{ن = -٢}$"مرفوض"

السؤال الرابع :

ف = جا(٢ن + م) ، نشتق المعادلة فينتج ع = ف$'$ = ٢جتا(٢ن + م) ، بالاشتقاق مرة أخرى ينتج

ت = ع$'$ = −٤جا(٢ن + م) وبالمقارنة بين ت وف نتوصل الى ان $\boxed{ت = -٤ف}$

السؤال الخامس : ٤س^{٢} + ص^{٢} = ٤ نشتق ضمني

٨س + ٢ص صَ = ٠ ⇐ صَ = $\frac{-٤س}{ص}$

نفرض نقطة التماس (س$_{١}$، ص$_{١}$) فيكون $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ع ص}{ع س}$ ⇐ $\frac{ص_{١} - ٠}{س_{١} + ٢} = \frac{-٤س_{١}}{ص_{١}}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ص_{١}^{٢} = -٤س_{١}^{٢} - ٨س_{١} \Leftarrow ص_{١}^{٢} + ٤س_{١}^{٢} = -٨س_{١}$ $\quad ٤ = -٨س_{١} \Leftarrow س_{١} = \frac{-١}{٢}$

$\Leftarrow ص_{١}^{٢} + ٤(\frac{-١}{٢})^{٢} = ٤ \Leftarrow ص^{٢} + ١ = ٤ \Leftarrow ص^{٢} = ٣ \Leftarrow ص^{٢} = \pm \sqrt{٣}$

نقاط التماس هي $\left(\frac{-١}{٢}، \pm \sqrt{٣}\right)$

حل آخر السؤال الخامس : المنحنى $٤س^{٢} + ص^{٢} = ٤$ ، المستقيم : $ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$ ، (0 ،2-) تقع على المستقيم .

المطلوب إيجاد نقاط التماس؟

$٤س^{٢} + ص^{٢} = ٤$ بالاشتقاق ينتج $٨س + ٢ص ص' = ٠ \Leftarrow ص' = \frac{-٤س}{ص}$ اذن المشتقة عند نقطة التماس ولتكن $(س_{1}، ص_{1})$ هي $ص' = \frac{-٤س_{١}}{ص_{١}}$ ، لكن النقطة $(س_{1}، ص_{1})$ تقع على المنحنى فهي تحقق معادلته :

$\boxed{٤س_{١}^{٢} + ص_{١}^{٢} = ٤}$ -------(1)

بالتعويض عن النقطة $(س_{1}، ص_{1})$ (0 ،2-) ، و ميل المستقيم م $= ص' = \frac{-٤س_{١}}{ص_{١}}$ في معادلة الخط المستقيم

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١}) \leftarrow ص - ص_{١} = \frac{-٤س_{١}}{ص_{١}}(س - س_{١}) \leftarrow ٠ - ص_{١} = \frac{-٤س_{١}}{ص_{١}}(-٢ - س_{١})$

$-ص_{١}^{٢} = -٤س_{١}(-٢ - س_{١}) \leftarrow -ص_{١}^{٢} = ٨س_{١} + ٤س_{١}^{٢}$ ومنها $٨س_{١} + (ص_{١}^{٢} + ٤س_{١}^{٢}) = ٠$

بالتعويض عن قيمة القوس ينتج $٨س_{١} + ٤ = ٠ \leftarrow \boxed{س_{١} = \frac{-١}{٢}}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

لايجاد قيم ص نعوض عن س$_1$ في المعادلة (1) : $٤\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٢} + ص_{١}^{٢} = ٤$ ومنها

$ص_{١}^{٢} = ٣ \leftarrow ص_{١} = \pm\sqrt{٣}$

فتكون نقاط التماس هي $\left(\frac{-١}{٢}، \sqrt{٣}\right)$ ، $\left(\frac{-١}{٢}، -\sqrt{٣}\right)$

السؤال السادس : $هـ^{ص} + هـ^{س} = هـ^{-ص} + هـ^{-س}$ ، أوجد المشتقة عند (-1، 1) ؟

$$هـ^{ص} + هـ^{س} = \frac{١}{هـ^{ص}} + \frac{١}{هـ^{س}} \Leftarrow هـ^{ص} + هـ^{س} = \frac{هـ^{س} + هـ^{ص}}{هـ^{ص} هـ^{س}}$$

$$هـ^{ص} هـ^{س} = ١ \Leftarrow هـ^{ص} = هـ^{-س}$$

$$هـ^{ص} ص_{َ} = -هـ^{-س} \text{ ، } (-١،١) \Leftarrow هـ ص_{َ} = -هـ \Leftarrow ص_{َ} = -١$$

حل آخر :

$$ص_{َ} هـ^{ص} + هـ^{س} = -ص_{َ} هـ^{-ص} + -هـ^{-س} \leftarrow ص_{َ} هـ^{ص} + ص_{َ} هـ^{-ص} = -هـ^{س} - هـ^{-س}$$

$$ص_{َ}\left(هـ^{ص} + هـ^{-ص}\right) = -هـ^{س} - هـ^{-س} \leftarrow ص_{َ} = \frac{-هـ^{س} - هـ^{-س}}{هـ^{ص} + هـ^{-ص}}$$

نعوض عن (-1، 1) في المشتقة فينتج $ص_{َ} = \frac{-هـ - هـ^{-١}}{هـ + هـ^{-١}} \leftarrow ص_{َ} = \frac{-(هـ + هـ^{-١})}{هـ + هـ^{-١}} \leftarrow \boxed{ص_{َ} = -١}$

السؤال السابع : اذا كانت $س^{٢} = لـو_{هـ}(س ص)$ ، اوجد قيمة المشتقة عند (1 ، هـ)؟

$س^{٢} = لـو_{هـ} س + لـو_{هـ} ص$ بالاشتقاق $٢س = \frac{١}{س} + ص_{َ} \times \frac{١}{ص} \leftarrow \frac{ص_{َ}}{ص} = ٢س - \frac{١}{س}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

← ص′ = $\left(٢س - \frac{١}{س}\right)$ × ص بالتعويض عن النقطة (1 ، هـ) في المشتقة ينتج ص′ = (−١+٢) × هـ = هـ

تمارين عامة :

السؤال الأول :

الفرع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
رمز الاجابة	د	ب	د	أ	جـ	د	جـ	د	د	جـ	أ	ب	ب	د

السؤال الثاني : جد متوسط التغير للاقتران ص = ق(س)=$(س + ١)هـ^{س^{٢}-س}$ عندما تتغير س من 0 إلى1

متوسط التغير=

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_{٢}) - ق(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{ق(١) - ق(٠)}{١ - ٠} = \frac{هـ^{١-١}(١+١) - هـ^{٠}(١+٠)}{١} = ١$$

السؤال الثالث : $\lim_{س \to ٠} \frac{ق(س^{٢} + ٢س - ١) - ق(٢)}{س^{٢} - ١}$: بفرض ل(س) = ق$(س^{٢} + ٢س - ١)$

←يكون ل(١) = ق(٢)

$$\lim_{س \to ١} \frac{ق(س^{٢} + ٢س - ١) - ق(٢)}{س^{٢} - ١} = \lim_{س \to ١} \left[\frac{١}{س + ١} \times \frac{ل(س) - ل(١)}{س - ١}\right] = ل'(١) \times \frac{١}{٢} = ل'(١)$$

ل(س) = ق$(س^{٢} + ٢س - ١)$ ← ل′(س) = ق′$(س^{٢} + ٢س - ١)$ × (٢س + ٢)

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ل'(١) = (٢+٢) \times ن'(١+٢-١) = ٤ن'(٢) = ٤ \times ١- = ٤-$ ← النهاية =

$\frac{١}{٢} ل'(١) = \frac{١}{٢} \times ٤- = ٢-$

حل آخر : ممكن استخدام قاعدة لوبيتال

السؤال الرابع : فرع أ : $\lim_{س \to ٠} \frac{هـ^{٤س} - ١}{ظاس}$: بالتعويض المباشر $= \frac{هـ^{٠} - ١}{ظا٠} = \frac{٠}{٠}$ " صورة غير معينة "

باستخدام لوبيتال $\lim_{س \to ٠} \frac{٤هـ^{٤س}}{قا^{٢}س} = \frac{٤هـ^{٠}}{قا^{٢}٠} = \frac{٤}{١} = ٤$

فرع ب : $\lim_{س \to ٠} \frac{هـ^{س^{٢}} - هـ^{س}}{٢س}$ بالتعويض المباشر " $\frac{٠}{٠}$ " صورة غير معينة

باستخدام لوبيتال $\lim_{س \to ٠} \frac{٢سهـ^{س^{٢}} - هـ^{س}}{٢} = \frac{٠-١}{٢} = \frac{١-}{٢}$

فرع جـ $\lim_{س \to ٠} \frac{جا٢س - جاس}{٢س}$ بالتعويض المباشر " $\frac{٠}{٠}$ " صورة غير معينة

باستخدام لوبيتال $\lim_{س \to ٠} \frac{٢جتا٢س - جتاس}{٢} = \frac{٢جتا٠ - جتا٠}{٢} = \frac{٢-١}{٢} = \frac{١}{٢}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

فرع د $\lim_{س\to 0} \frac{١-جتاس}{س جاس}$:بالتعويض المباشر" $\frac{٠}{٠}$" صورة غير معينة

باستخدام لوبيتال : $\lim_{س\to 0} \frac{جاس}{س جتاس + جاس} = \frac{٠}{٠}$ لوبيتال مرة أخرى

$$\lim_{س\to 0} \frac{جتاس}{-س جاس + جتاس + جتاس} = \frac{جتا٠}{-٠ \times جا٠ + ٢ جتا٠} = \frac{١}{٢}$$

السؤال الخامس : فرع أ : $ق(س) = (س+١)\sqrt{س}$

$$ق'(١) = \lim_{س\to 1} \frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١} = \lim_{س\to 1} \frac{(س+١)\sqrt{س} - ٢}{س - ١} = \lim_{س\to 1} \frac{س^{\frac{٣}{٢}} + س^{\frac{١}{٢}} - ٢}{س - ١}$$

بفرض ص $= س^{\frac{١}{٢}} \leftarrow ص^{٢} = س$ ، عندما س=1 فان ص=1

$$\lim_{س\to 1} \frac{س^{\frac{٣}{٢}} + س^{\frac{١}{٢}} - ٢}{س - ١} = \lim_{ص\to 1} \frac{ص^{٣} + ص - ٢}{ص^{٢} - ١} = \lim_{ص\to 1} \frac{(ص-١)(ص^{٢} + ص + ٢)}{(ص-١)(ص+١)}$$

$$= \lim_{ص\to 1} \frac{ص^{٢} + ص + ٢}{ص + ١} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

فرع ب :

$$ق(س) = \sqrt[٣]{٢س - ١} \leftarrow ق'(١) = \lim_{س\to 1} \frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١} = ق'(١) = \lim_{س\to 1} \frac{\sqrt[٣]{٢س-١} - ١}{س - ١}$$

بضرب البسط والمقام ب 2 $\leftarrow \lim_{س\to 1} \frac{\sqrt[٣]{٢س-١} - ١}{س - ١} = ٢ \lim_{س\to 1} \frac{\sqrt[٣]{٢س-١} - ١}{٢س - ٢} = ٢ \lim_{س\to 1} \frac{(٢س-١)^{\frac{١}{٣}} - ١}{(١ - (١ - ٢س)}$

بفرض ص= 2س-1 ، عندما س=1 فان ص=1 ::

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$\text{٢ نهـــا}_{س\leftarrow ١}\frac{(٢س-١)^{\frac{١}{٣}}-١}{(٢س-١)-١}=\text{٢ نهـــا}_{س\leftarrow ١}\frac{ص^{\frac{١}{٣}}-١}{ص-١}=٢\left(ص^{\frac{١}{٣}}\right)'_{ص=١}=٢\times\frac{١}{٣}\times(١)^{\frac{١}{٣}-١}=\frac{٢}{٣}\leftarrow \textbf{النهاية} = \frac{٢}{٣}$$

السؤال السادس :

متوسط التغير في الفترة [٢،٠] يساوي 2 $\leftarrow \frac{ن(٢)-ن(٠)}{٢-٠}=٣\leftarrow ن(٢)-ن(٠)=٦$

متوسط التغير في الفترة [٣،٠] $= \frac{هـ(٣)-هـ(٠)}{٣-٠}=\frac{ن(٢)+٩-ن(٠)}{٣}=\frac{٦+٩}{٣}=٥$

السؤال السابع : الاقتران ق(س) متصل $\Leftarrow$ $\text{نهـــا}_{س\leftarrow ١}\frac{ن(س)-٢}{س-١}=٣$

$\Leftarrow ن(١)=٢$ ، $ن'(١)=٣$

$\text{نهـــا}_{س\leftarrow ١}\frac{س^{٣}ن(س)-ن(١)}{س-١}$ **باستخدام لوبيتال**

$$\text{نهـــا}_{س\leftarrow ١}\frac{س^{٣}ن'(س)-ن(س)\times ٣س^{٢}}{١}=١\times ن'(١)+ن(١)\times ٣=٣\times ٢+٣=٩$$

حل آخر : $\text{نهـــا}_{س\leftarrow ١}\frac{س^{٣}ن(س)-ن(١)}{س-١}$ ، $\text{نهـــا}_{س\leftarrow ١}\frac{ن(س)-٢}{س-١}=٣$ ،

الاقتران ق(س) متصل على مجاله $\leftarrow \text{نهـــا}_{س\leftarrow ١}ن(س)$ موجودة ، $\because \text{نهـــا}_{س\leftarrow ١}س-١=٠$

$\therefore \text{نهـــا}_{س\leftarrow ١}ن(س)-٢=٠$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$\therefore$ ن(١) = ٢ ، ومنها ، $\lim_{س\to١} \frac{ن(س)-ن(١)}{س-١} = ٣ \leftarrow$ $\boxed{ن'(١) = ٣}$ ، الان بإضافة وطرح س^{3}ق(1) الى البسط كالتالي /

$$\lim_{س\to١} \frac{س^{٣}ن(س)-س^{٣}ن(١)+س^{٣}ن(١)-ن(١)}{س-١} = \lim_{س\to١} \frac{س^{٣}(ن(س)-ن(١))}{س-١} + \lim_{س\to١} \frac{ن(١)(س^{٣}-١)}{س-١}$$

$$= \lim_{س\to١} س^{٣} \times \lim_{س\to١} \frac{ن(س)-ن(١)}{س-١} + ن(١) \times \lim_{س\to١} \frac{(س-١)(س^{٢}+س+١)}{س-١} = ١ \times ن'(١) + ٢ \times ٣ = ٩$$

السؤال الثامن :

المسافة التي قطعها أحمد = المسافة التي قطعها نزار $\leftarrow ٥ن^{٢} = ٥ن + ٥ن^{٢} \leftarrow ٥ن = ٠ \leftarrow ن = ٠$

المسافة التي قطعها أحمد بدلالة الزمن = $5(ر+1)^2 = 5(ر^2+2ر+1) = 5ر^2+10ر+5$

المسافة التي قطعها نزار بدلالة الزمن = $15ر+5ر^2$

$5ر^2+10ر+5 = 15ر+5ر^2 \leftarrow 5ر = 5 \leftarrow$ ر = **1 ث**

سرعة نزار = ف'(١) = 15+10(1)=15+10=25 م/ث

السؤال التاسع : بعد التعديل

$$(هـ \circ ن)'(س) = هـ'(ن(س)) \times ن'(س)$$

$$(هـ \circ ن)'\left(\frac{\pi}{٦}\right) = هـ'\left(ن\left(\frac{\pi}{٦}\right)\right) \times ن'\left(\frac{\pi}{٦}\right)$$

$$(هـ \circ ن)'\left(\frac{\pi}{٦}\right) = ٠ \leftarrow ن'\left(\frac{\pi}{٦}\right) = ٠ \leftarrow \text{جتا}\frac{\pi}{٦} = ٠ \leftarrow \boxed{أ = ٠}$$

أو $هـ'\left(ن\left(\frac{\pi}{٦}\right)\right) = ٠$ ، لكن $ن\left(\frac{\pi}{٦}\right) = \frac{أ}{٢}$ اذن $هـ'\left(\frac{أ}{٢}\right) = ٠$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$هـ'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{-٣\left(\frac{\pi}{2}\right)^{٢}+٣}{\left(١+\left(\frac{\pi}{2}\right)^{٢}\right)^{٢}}=٠ \text{ أي أن}$$

$$-٣\left(\frac{\pi}{2}\right)^{٢}+٣=٠ \leftarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^{٢}=\frac{٣}{٣} \leftarrow \frac{\pi^{٢}}{٤}=١ \leftarrow \pi^{٢}=٤ \leftarrow \boxed{\pi=\pm ٢}$$

السؤال العاشر :

أولا / نقوم بإعادة تعريف $[٢-س]$ كالتالي : $=\begin{cases}١ & ، \ ٠<س\leq ١\\ ٠ & ، \ ١<س\leq ٢\\ ٢ & ، \ س=٠\end{cases}$ $[٢-س]$ حيث طول الدرجة = 1

$$ن(س)=\begin{cases}٢+س^{٢} & ، \ س=٠\\ ١+س^{٢} & ، \ ٠<س\leq ١\\ س^{٢} & ، \ ١<س<٢\\ \frac{٢}{س+١} & ، \ س\geq ٢\end{cases}$$

ومنها

$$ن'(س)=\begin{cases}٢س & ، \ ٠<س<١\\ ٢س & ، \ ١<س<٢\\ \frac{-٢}{(س+١)^{٢}} & ، \ س<٢\\ غ.م & ، \ س\in\{٠،١،٢\}\end{cases}$$

السؤال الحادي عشر : $ف=٢(هـ^{٢ن}-هـ^{-٢ن}) \Leftarrow ع=ف'=٢(٢هـ^{٢ن}+٢هـ^{-٢ن})=٤(هـ^{٢ن}+هـ^{-٢ن})$

$$ت=ع'=٤(٢هـ^{٢ن}-٢هـ^{-٢ن})=٤\times\left[٢(هـ^{٢ن}-هـ^{-٢ن})\right]=٤ف$$

السؤال الثاني عشر :

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ن(س)=جا^{٣}س-جتا^{٣}س$

$ن'(س)=٣جا^{٢}س جتاس+٣جتا^{٢}س جاس=٣جتاس جاس(جتاس+جاس)$

$ن''(س)=٣جتاس جاس(جتاس-جاس)+٣(جتاس+جاس)(جتا^{٢}س-جا^{٢}س)$

$=٣جتاس جاس(جتاس-جاس)+٣(جتاس+جاس)^{٢}(جتاس-جاس)$

$=٣(جتاس-جاس)[جتاس جاس+(جتاس+جاس)^{٢}]$

$ن''(\frac{\pi}{٤})=٣(جتا\frac{\pi}{٤}-جا\frac{\pi}{٤})[جتا\frac{\pi}{٤}جا\frac{\pi}{٤}+(جتا\frac{\pi}{٤}+جا\frac{\pi}{٤})^{٢}]=٣\underbrace{(\frac{١}{٢\sqrt{}}-\frac{١}{٢\sqrt{}})}_{=٠}(\frac{١}{٢\sqrt{}}\times\frac{١}{٢\sqrt{}}+\frac{١}{٢\sqrt{}}+\frac{١}{٢\sqrt{}})^{٢}=٠$

السؤال الثالث عشر : فرع أ : $ن'(س)=(س-٢)^{٣}\times٤(٣+٢س)^{٣}\times٢+(٣+٢س)^{٤}\times٣(س-٢)^{٢}$

$=٨(س-٢)^{٣}(٣+٢س)^{٣}+٣(٣+٢س)^{٤}(س-٢)^{٢}$

$ن'(س)=٠\leftarrow٨(س-٢)^{٣}(٣+٢س)^{٣}+٣(٣+٢س)^{٤}(س-٢)^{٢}=٠$

$(س-٢)^{٢}(٣+٢س)^{٣}(١٤س-٧)=٠$

اما $(س-٢)=٠\leftarrow س=٢$ أو $٣+٢س=٠\leftarrow س=\frac{-٣}{٢}$ أو $١٤س-٧=٠\leftarrow س=\frac{١}{٢}$

فرع ب : $ن(س)=جاس(س+جتاس)، س\in[٠،\frac{\pi}{٢}]$

$ن'(س)=جاس\times-جاس+جتاس(١+جتاس)=-جا^{٢}س+جتا^{٢}س+جتاس$

$ن'(س)=٠\leftarrow جتا^{٢}س-جا^{٢}س+جتاس=٠\leftarrow جتا^{٢}س+١+جتاس=٠\leftarrow ٢جتا^{٢}س+جتاس-١=٠$

$(٢جتاس-١)(جتاس+١)=٠$ ومنها : $٢جتاس-١=٠\leftarrow جتاس=\frac{١}{٢}\leftarrow س=\frac{\pi}{٣}$

أو $جتاس+١=٠\leftarrow جتاس=-١\leftarrow س=\pi\notin[٠،\frac{\pi}{٢}]$

السؤال الرابع عشر : فرع أ : $ص=ن(س)=\frac{س هـ^{٦س}}{جاس}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$ن'(س) = \frac{جاس(هـ^{٦س} + ٦سهـ^{٦س}) - سهـ^{٦س} جتاس}{جا^{٢}س} = \frac{هـ^{٦س}[جاس + ٦سجاس - سجتاس]}{جا^{٢}س}$$

حل آخر ممكن حل السؤال بأخذ لوغاريتم للطرفين

فرع ب : $ص = ن(س) = \frac{س لـو_{هـ} س}{جتاس}$

$$ن'(س) = \frac{جتاس(١ + لـو_{هـ} س) - س لـو_{هـ} س \times -جاس}{جتا^{٢}س} = \frac{جتاس لـو_{هـ} س + جتاس + س جاس لـو_{هـ} س}{جتا^{٢}س}$$

السؤال الخامس عشر : $ن(س) = س + \frac{١}{س} \leftarrow ن'(س) = ١ - \frac{١}{س^{٢}}$

المماس يوازي القاطع ← ميل المماس = ميل القاطع $= \frac{٥/٢ - ٢}{١ - ٢} = \frac{١}{٢}$

ميل المماس = المشتقة الأولى لمنحنى ق(س) عند النقطة (س1، ق(س1))

$\therefore ن'(س_{١}) = \frac{١}{٢} \leftarrow ١ - \frac{١}{س_{١}^{٢}} = \frac{١}{٢} \leftarrow \frac{١}{س_{١}^{٢}} = \frac{١}{٢}$ ومنها $س_{١}^{٢} = ٢ \leftarrow س_{١} = \pm \sqrt{٢}$

النقط هي $(\sqrt{٢}، ن(\sqrt{٢}))$ ، $(-\sqrt{٢}، ن(-\sqrt{٢}))$

انتهت أسئلة الوحدة الأولى بحمد الله

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسين المتولي
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

الوحدة الثانية :

الدرس الأول :

السؤال الأول :

فرع أ : $ن(س) = \sqrt{٤س - س^{٢}}$ ، $س \in [٠،٤]$

$ن(س)$ متصل ما عدا عند $٤س - س^{٢} < ٠$

$٤س - س^{٢} = ٠ \Leftarrow س(٤ - س) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، س = ٤$

مجال الأقتران $ن(س)$ هو $[٠،٤]$

$ن(س)$ متصل على مجاله

$ن'(س) = \frac{٤ - ٢س}{٢\sqrt{٤س - س^{٢}}}$ قابل للأشتقاق على الفترة $]٠،٤[$

$ن(٠) = ن(٤) = ٠$ ، $ن(س)$ يحقق شروط نظرية رول

E جـ $\in]٠،٤[$ بحيث أن $ن'(جـ) = ٠$

$ن'(جـ) = ٠ \Leftarrow \frac{٤ - ٢جـ}{٢\sqrt{٤جـ - جـ^{٢}}} = ٠$

$\Leftarrow ٤ - ٢جـ = ٠ \Leftarrow -٢جـ = -٤ \Leftarrow جـ = ٢ \quad جـ \in]٠،٤[$

فرع ب : $ن(س) = س^{٢} - ٢س - ٣$ ، $س \in [-١،٣]$

$ن(س)$ متصل على $[-١،٣]$ لأنه كثير حدود

$ن(س)$ قابل للأشتقاق على الفترة $]-١،٣[$ لأنه كثير حدود

$ن(-١) = ١ + ٢ - ٣ = ٠$ ، $ن(-١) = ن(٣)$ ، $ن(س)$ يحقق شروط نظرية رول

$ن(٣) = ٩ - ٦ - ٣ = ٠$

E جـ $\in]-١،٣[$ بحيث أن $ن'(جـ) = ٠$

إعداد : أ ـ سليم عبد الكريم السيقلي أ ـ الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ ـ الاء عبد الساتر البرعي أ ـ سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ن'(جـ) = ٠ \Leftarrow ٢جـ - ٢ = ٠ \Leftarrow ٢جـ = ٢ \Leftarrow جـ = ١ \quad جـ \in]-١،٣[$

فرع جـ : $ن(س) = لـو_{هـ}(س + \frac{١}{س})$ ، $س \in]\frac{١}{٢}،٢]$

$ن(س) = لـو_{هـ}(\frac{س^{٢}+١}{س})$

$ن(س)$ متصل مجاله

مجال المنحنى $\frac{س^{٢}+١}{س} \succ ٠$ بضرب الطرفين في س لأن $س \in]\frac{١}{٢}،٢]$

$س^{٢}+١ \succ ٠$

$ن(س)$ متصل $\forall$ س $\in$ ح ، $ن(س)$ متصل $\forall$ س $\in]\frac{١}{٢}،٢]$

$ن(س) = لـو_{هـ}(س + \frac{١}{س}) = لـو_{هـ}(\frac{س^{٢}+١}{س}) = لـو_{هـ}(س^{٢}+١) - لـو_{هـ}(س)$

$ن'(س) = \frac{٢س}{س^{٢}+١} - \frac{١}{س}$

$ن(س)$ قابل للأشتقاق على مجاله , $ن(س)$ قابل للأشتقاق $\forall$ س $\in$ ح - {٠}

$ن(س)$ قابل للأشتقاق $\forall$ س $\in]\frac{١}{٢}،٢[$

$ن(\frac{١}{٢}) = لـو_{هـ}(\frac{١}{٢}+٢) = لـو_{هـ}(٢\frac{١}{٢})$

$ن(٢) = لـو_{هـ}(٢+\frac{١}{٢}) = لـو_{هـ}(٢\frac{١}{٢})$, $ن(\frac{١}{٢}) = ن(٢)$, $ن(س)$ يحقق شروط نظرية رول

$E\ جـ \in]\frac{١}{٢}،٢[$ بحيث أن $ن'(جـ) = ٠$

$ن'(جـ) = ٠ \Leftarrow \frac{٢جـ}{جـ^{٢}+١} - \frac{١}{جـ} = ٠ \Leftarrow \frac{٢جـ^{٢} - (جـ^{٢}+١)}{جـ(جـ^{٢}+١)} = ٠ \Leftarrow ٢جـ^{٢} - جـ^{٢} - ١ = ٠$

$جـ^{٢} - ١ = ٠ \Leftarrow جـ^{٢} = ١ \Leftarrow جـ = \pm ١ \Leftarrow جـ = ١$ ، $جـ = -١$ مرفوض

$ن(س)$ متصل على مجاله

اللوغاريتم معرف عندما ما بداخل اللوغاريتم $\succ ٠ \Leftarrow \frac{س^{٢}+١}{س} \succ ٠$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

فرع د : ن(س) = جا٢س + ٢جاس , س ∈ [٠، π]

ن(س) متصل على [٠، π]

ن(س) قابل للأشتقاق على الفترة]٠، π[

ن(٠) = جا٠ + ٢جا٠ = ٠

ن(π) = جا٢π + ٢جاπ = ٠ , ن(٠) = ن(π) , ن(س) يحقق شروط نظرية رول

E جـ ∈]٠، π[بحيث أن ن`(جـ) = ٠

ن`(جـ) = ٢جتا٢جـ + ٢جتاجـ ⇐ ٢جتا٢جـ + ٢جتاجـ = ٠ ⇐ ٢(٢جتا٢جـ − ١) + ٢جتاجـ = ٠

⇐ ٢(٢جتا٢جـ − ١) + ٢جتاجـ = ٠ ⇐ ٤جتا٢جـ − ٢ + ٢جتاجـ = ٠ ⇐ ٤جتا٢جـ + ٢جتاجـ − ٢ = ٠

٢جتا٢جـ + جتاجـ − ١ = ٠ ⇐ (جتاجـ + ١)(٢جتاجـ − ١) = ٠

(جتاجـ + ١) = ٠ ⇐ جتاجـ = −١ ⇐ جـ = π مرفوض

(٢جتاجـ − ١) = ٠ ⇐ ٢جتاجـ = ١ ⇐ جتاجـ = ١/٢ ⇐ جـ = π/٣

السؤال الثاني : فرع أ : ن(س) = س٣ − س − ١ , س ∈ [−٢، ١]

ن(س) متصل على [−٢، ١] لأنه كثير حدود

ن(س) قابل للأشتقاق على]−٢، ١[لأنه كثير حدود

E جـ ∈]−٢، ١[بحيث أن ن`(جـ) = (ن(٢) − ن(−١)) / (٢ − −١)

ن`(جـ) = (٥ − −١)/٣ = ٢ ⇐ ٣جـ٢ − ١ = ٢ ⇐ جـ٢ = ١ ⇐ جـ = ±١ ⇐ جـ = ١، جـ ≠ −١ مرفوض

فرع ب ن(س) = ٤/(س + ٢) : , س ∈ [−٢، ١]

ن(س) متصل ∀ س ∈ ح - {−٢}

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)

أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

ن(س) متصل ∀ س ∈]−١،٢[

ن´(س) = $\frac{-٤}{(س+٢)^{٢}}$ قابل للأشتقاق ∀ س ∈ ح - {−٢}

⇐ ن´(س) قابل للأشتقاق ∀ س ∈]−١،٢[

ن(س) تحقق نظرية القيمة المتوسطة ∃ جـ ∈ E]−١،٢[بحيث أن ن´(جـ) = $\frac{ن(٢)-ن(-١)}{٢--١}$

ن´(جـ) = $\frac{-١-٤}{٣}$ = −١ ⇐ $\frac{-٤}{(جـ+٢)^{٢}}$ = −١ ⇐ $(جـ+٢)^{٢}$ = ٤ ⇐ جـ + ٢ = ±٢

جـ + ٢ = ٢ ⇐ جـ = ٠ ∈]−١،٢[جـ − ٢ = ٢ ⇐ جـ = ٤ مرفوض

فرع جـ : ن(س) = $\sqrt{س}$ ٢ + س ، س ∈ [٤،٩]

ن(س) متصل لأنه حاصل جمع أقترانين متصلين على [−١،٢]

ن´(س) = $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$ + ٢ ، س ∈]٤،٩[

⇐ ن´(س) قابل للأشتقاق على مجاله

ن(س) تحقق نظرية القيمة المتوسطة]−١،٢[بحيث أن ن´(جـ) = $\frac{ن(٩)-ن(٤)}{٩-٤}$

ن´(جـ) = $\frac{(٣+١٨)-(٢+٨)}{٥}$ = $\frac{١١}{٥}$

⇐ $\frac{١}{٢\sqrt{جـ}}$ + ٢ = $\frac{١١}{٥}$ ⇐ $\frac{١}{٢\sqrt{جـ}}$ = $\frac{١}{٥}$ ⇐ ٢$\sqrt{جـ}$ = ٥ ⇐ $\sqrt{جـ}$ = $\frac{٥}{٢}$ ⇐ جـ = $\frac{٢٥}{٤}$

السؤال الثالث : ن(س) يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

⇐ ن(س) متصل على مجاله ⇐ نهـــا ن(س) = نهـــا ن(س)
س←٢⁺ س←٢⁻

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$٤أ^{٢} + ٤ = ٨ - ٢ب + ١٢$$
$$٤أ^{٢} + ٢ب = ١٦$$
$$٢أ^{٢} + ب = ٨ \leftarrow \boxed{١}$$

$$\leftarrow ن(س) \text{ قابل للأشتقاق} \quad \Leftarrow ن'(س) = \begin{cases} ٢أ^{٢}س + ٢ & ، \ ٠ < س < ٢ \\ ٣س^{٢} - ب & ، \ ٢ < س < ٣ \end{cases}$$

$$ن'(٢)^{+} = ن'(٢)^{-}$$
$$٤أ^{٢} + ٢ = ١٢ - ب \quad \text{بطرح المعادلة ١ من المعادلة ٢}$$
$$٤أ^{٢} + ب = ١٠ \leftarrow \boxed{٢}$$
$$٢أ^{٢} = ٢ \Leftarrow \boxed{أ = ١} \quad \text{بالتعويض في المعادلة ١}$$
$$٢ + ب = ٨ \Leftarrow \boxed{ب = ٦}$$

$$ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢س & ، \ ٠ \leq س \leq ٢ \\ س^{٣} - ٦س + ١٢ & ، \ ٢ \leq س \leq ٣ \end{cases} \Leftarrow ن'(س) = \begin{cases} ٢س + ٢ & ، \ ٠ < س < ٢ \\ ٣س^{٢} - ٦ & ، \ ٢ < س < ٣ \end{cases}$$

عندما $٠ < جـ \leq ٢ \Leftarrow ن'(جـ) = \dfrac{ن(٣) - ن(٠)}{٣}$

$$\leftarrow ٢جـ + ٢ = \frac{٢١ - ٠}{٣} = ٧ \leftarrow ٢جـ = ٥ \leftarrow جـ = \frac{٥}{٢} \text{ مرفوض}$$

عندما $٢ < جـ < ٣ \Leftarrow ن'(جـ) = ٧$

$$\leftarrow ٣جـ^{٢} - ٦ = ٧ \leftarrow ٣جـ^{٢} = ١٣ \leftarrow جـ^{٢} = \frac{١٣}{٣} \leftarrow جـ = \frac{١٣}{٣}$$

السؤال الرابع : $ن(س) = \dfrac{١}{س}$ ، $[أ، ب]$

$ن(س)$ اقتران متصل على مجاله لان $س \neq ٠$

$ن'(س) = \dfrac{-١}{س^{٢}}$ قابل للأشتقاق $\forall س \in]أ، ب[$

$ن(س)$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

$\exists جـ \in]أ، ب[$ بحيث أن : $ن'(جـ) = \dfrac{ن(ب) - ن(أ)}{ب - أ}$

إعداد : أ ـ سليم عبد الكريم السيقلي | أ ـ الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ ـ الاء عبد الساتر البرعي | أ ـ سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$\Leftarrow \frac{-١}{جـ^{٢}} = \frac{-١}{ب - ا} \Leftarrow \frac{\frac{١}{ب} - \frac{١}{ا}}{ب - ا} = \frac{-١}{جـ^{٢}} \Leftarrow \frac{\frac{ا - ب}{اب}}{ب - ا} = \frac{-١}{جـ^{٢}} \Leftarrow \frac{-١}{ا ب} = \frac{-١}{جـ^{٢}} \quad جـ^{٢} = ا ب$$

السؤال الخامس : مماساً أفقياً واحداً على الأقل بحيث أن ن(س) يحقق نظرية رول على الفترة $[\pi ، ٠]$

ن(س) = ٤جا٢س ، $[\pi ، ٠]$

ن(س) أقتران متصل على $[\pi ، ٠]$

ن(س) أقتران قابل للأشتقاق $]\pi ، ٠[$

ن(٠) = ٤ جا٠ = ٠

$\Leftarrow$ ن(٠) = ن(π)

ن(π) = ٤ جا٢π = ٠

ن(س) يحقق شروط نظرية رول

$\exists$ جـ $\in$ $]\pi ، ٠[$ بحيث أن : نَ(جـ) = ٠

يوجد للمنحنى مماساً أفقياً على الأقل في الفترة $]\pi ، ٠[$

لإيجاد نقطة التماس وهي (جـ ، ن(جـ))

نَ(س) = ٨جتا٢س ، نَ(جـ) = ٠ $\Leftarrow$ ٨جتا٢جـ = ٠ $\Leftarrow$ جتا٢جـ = ٠

٢جتا^{٢}جـ − ١ = ٠ $\Leftarrow$ ٢جتا^{٢}جـ = ١ $\Leftarrow$ جتا^{٢}جـ = $\frac{١}{٢}$ $\Leftarrow$ جتاجـ = $\pm \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$\Leftarrow$ جتاجـ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ $\Leftarrow$ جـ = $\frac{\pi}{٤}$ $\exists$ $]\pi ، ٠[$

$\Leftarrow$ جتاجـ = $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ $\Leftarrow$ جـ = $\frac{\pi ٣}{٤}$ $\exists$ $]\pi ، ٠[$

نقاط التماس هي : $(\frac{\pi}{٤} ، ٤)$ ، $(\frac{\pi ٣}{٤} ، -٤)$

السؤال السادس : ن(س) متصل $[ا ، ب]$

ن(س) قابل للأشتقاق $]ا ، ب[$

ن(س) يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة حيث يوجد جـ $\exists$ $]ا ، ب[$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$ن'(جـ) = \frac{ن(ب) - ن(أ)}{ب - أ}$$

$$ع(أ) = ن(هـ(أ)) \Leftarrow ع(أ) = ن(ب) \text{ لأن } هـ(أ) = ب$$

$$ع(ب) = ن(هـ(ب)) \Leftarrow ع(ب) = ن(أ) \text{ لأن } هـ(ب) = أ$$

$$ن'(جـ) = \frac{ع(أ) - ع(ب)}{ب - أ} \Leftarrow (ب - أ)ن'(جـ) = ع(أ) - ع(ب)$$

السؤال السابع : $ن(س) = س جتاس$ على س $\in [0، \frac{\pi}{2}]$

$ن(س)$ متصل لأنه حاصل ضرب أقترانين متصلين $\forall$ س $\in [0، \frac{\pi}{2}]$

$ن(س)$ قابل للأشتقاق لأنه حاصل ضرب أقترانين قابلين للأشتقاق $\forall$ س $\in]0، \frac{\pi}{2}[$

$$\left.\begin{array}{l} ن(0) = 0 \\ ن(\frac{\pi}{2}) = 0 \end{array}\right\} \Leftarrow ن(0) = ن(\frac{\pi}{2})$$

$ن(س)$ يحقق شروط نظرية رول

$\exists$ جـ $\in]0، \frac{\pi}{2}[$ بحيث أن : $ن'(جـ) = 0$

$ن'(س) = -س جاس + جتاس$ ، $ن'(جـ) = 0$

$$-جـ جاجـ + جتاجـ = 0 \Leftarrow -جـ جاجـ = -جتاجـ \Leftarrow جـ = \frac{جتاجـ}{جاجـ} \Leftarrow جـ = ظتاجـ$$

إعداد : أ ـ سليم عبد الكريم السيقلي أ ـ الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ ـ الاء عبد الساتر البرعي أ ـ سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

الدرس الثاني :

السؤال الأول :

فرع أ : $ن(س) = ٣س^{٢} - س^{٣}$, $س \in [-٢، ٥]$

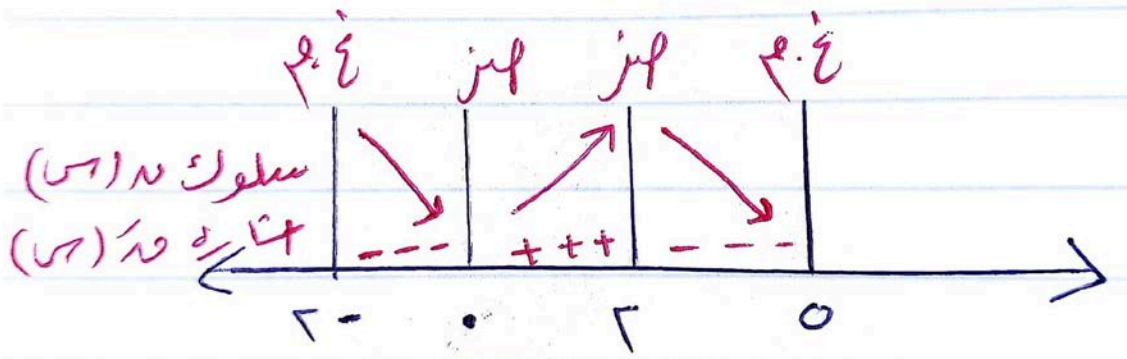
$ن(س)$ متصل $\forall$ $س \in [-٢، ٥]$ لأنه كثير حدود

وقابل للأشتقاق $س \in]-٢، ٥[$

$ن'(س) = ٦س - ٣س^{٢}$, نفرض أن $ن'(س) = ٠$

$٦س - ٣س^{٢} = ٠ \Leftarrow س(٦ - ٣س) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، س = ٢$

منحنى $ن(س)$ متزايد في الفترة $[٢، ٠]$ ومتناقص في الفترة $[٥، ٢]$, $[-٢، ٠]$



فرع ب : $ن(س) = س + جا^{٢}س$, $س \in [٠، \pi]$

$ن(س)$ متصل $\forall$ $س \in [٠، \pi]$ لأنه حاصل جمع أقترانين متصلين

$ن(س)$ قابل للأشتقاق $\forall$ $س \in]٠، \pi[$

$ن'(س) = ١ + ٢جاسجتاس = ١ + جا٢س$, نفرض أن $ن'(س) = ٠$

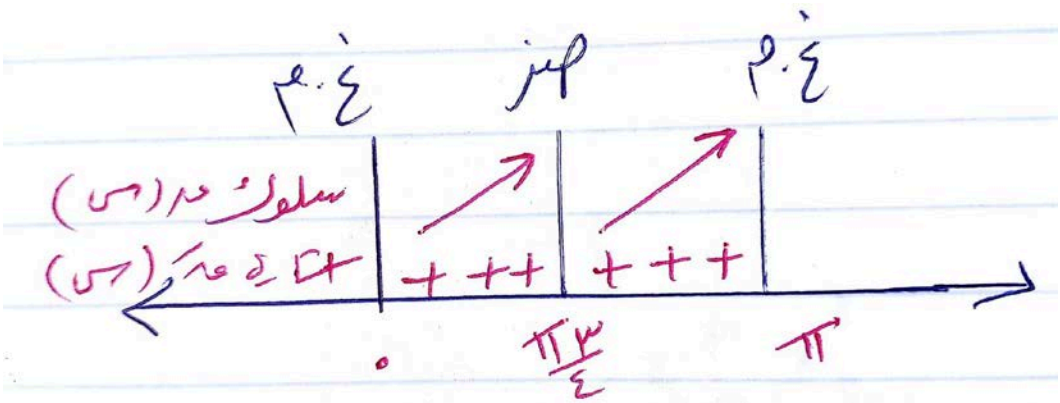
$١ + جا٢س = ٠ \Leftarrow جا٢س = -١ \Leftarrow ٢س = \frac{٣\pi}{٢} \Leftarrow س = \frac{٣\pi}{٤}$

$ن(س)$ متزايد في الفترة $[٠، \frac{٣\pi}{٤}]$, $[\frac{٣\pi}{٤}، \pi]$

أي أن $ن(س)$ متزايد في الفترة $[٠، \pi]$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)

أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي



فرع جـ : $ن(س) = \sqrt{س^{٢} - ٢س + ١}$ ، $س \in ح$

$ن(س) = \sqrt{(س-١)^{٢}} = |س-١|$

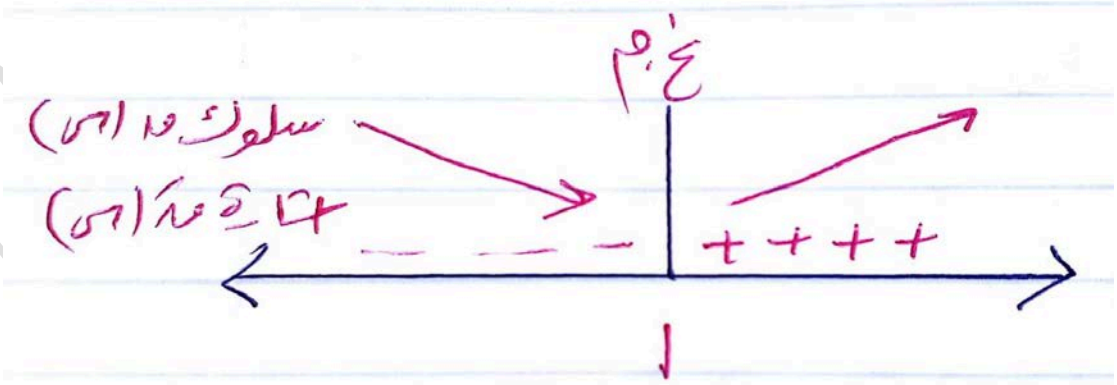
$ن(س)$ متصل $\forall$ $س \in ح$ لأنه أقتران قيمة مطلقة

$$ن(س) = \begin{cases} س-١ & ، \ س \geq ١ \\ ١-س & ، \ س < ١ \end{cases}$$

$$ن'(س) = \begin{cases} ١ & ، \ س > ١ \\ -١ & ، \ س < ١ \end{cases} \quad ، \quad ن'(س) \neq ٠$$

$ن'(١)$ غير موجودة لأن $(ن'(١)^{+} \neq ن'(١)^{-})$

يكون منحنى $ن(س)$ متزايد في الفترة $[١، \infty[$ ومتناقص في الفترة $]-\infty، ١]$

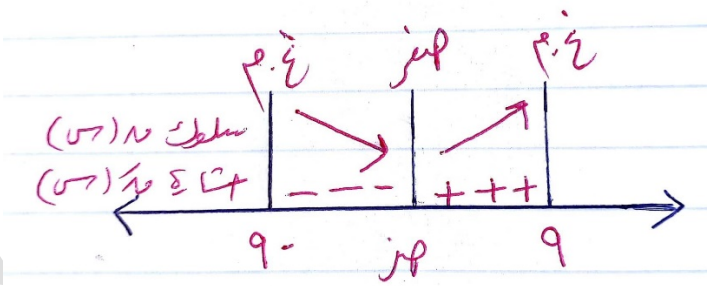


إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

فرع د : $\text{ق}(س) = \frac{س}{س^{٢} + ٩}$ ، $س \in [-٩، ٩]$

نفرض أن $\text{ق}(س) = ٠ \Leftarrow س = ٠$

ق(س) متزايد في الفترة $[٩، ٠]$ ومتناقص في الفترة $[-٩، ٠]$ ،



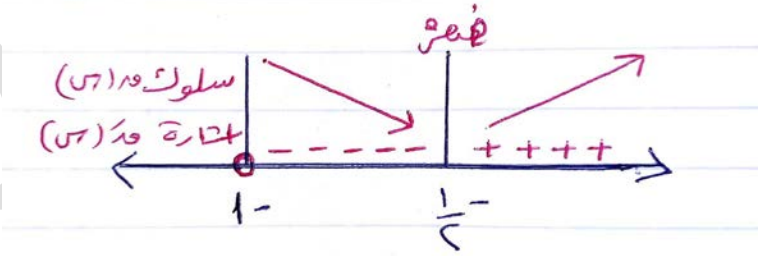
السؤال الثاني : إذا كان $\text{ق}(س) = ٢س - \text{لـو}_{هـ}(س + ١)$ ، $س > -١$

ق(س) متصل $\forall$ س > -١ لأنه حاصل طرح أقترانين متصلين

$\text{ق}(س) = ٢ - \frac{١}{س + ١} = \frac{٢س + ٢ - ١}{س + ١} = \frac{٢س + ١}{س + ١}$ ، نفرض أن $\text{ق}(س) = ٠$

$\frac{٢س + ١}{س + ١} = ٠ \Leftarrow ٢س + ١ = ٠ \Leftarrow ٢س = -١ \Leftarrow س = \frac{-١}{٢}$

بما أن ق(س) متزايد على $[\frac{-١}{٢}، \infty[$ ، فإن ق(س) متزايد على ع^{+}



السؤال الثالث : $\text{ق}(س) = \begin{cases} س^{٣} & ، \ ٠ \geq س > ١ \\ س^{٢} - ٢ & ، \ ١ \geq س \geq ٢ \end{cases} \Leftarrow \text{ق}(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} & ، \ ٠ < س < ١ \\ ٢س & ، \ ١ < س < ٢ \end{cases}$

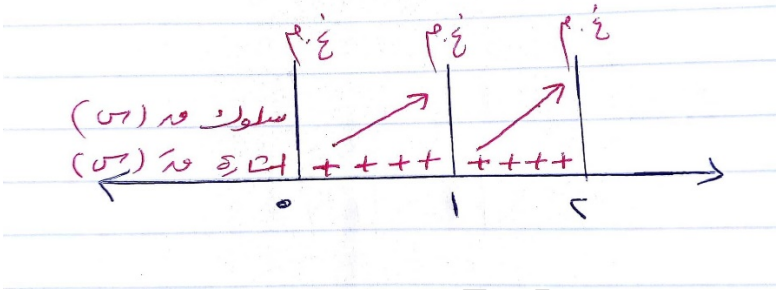
ق(١) غير موجودة

نفرض أن $\text{ق}(س) = ٠ \Leftarrow ٣س^{٢} = ٠ \Leftarrow س = ٠$

$٢س = ٠ \Leftarrow س = ٠$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

ن(س) متزايد في الفترة [٠،١[و الفترة]١،٢]



السؤال الرابع : ك(س) = ن^{٢}(س) + هـ^{٢}(س) + س^{٢}

ك(س) متصل لأنه حاصل جمع أقترانات متصلة ∀ س ∈ ح

ك(س) قابل للأشتقاق

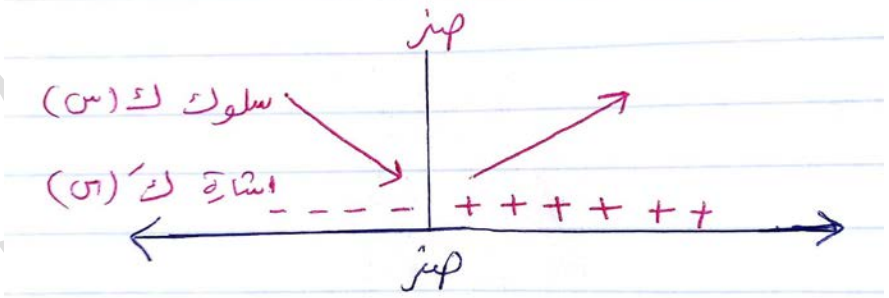
ك(س) = ٢ن(س)×نَ(س) + ٢هـ(س)×هـَ(س) + ٢س , نفرض أن كَ(س) = ٠

= ٢ن(س)×هـ(س) + ٢هـ(س)×−ن(س) + ٢س = ٢س

٢س = ٠ ⇐ س = ٠

ك(س) متزايد في الفترة [٠،∞[

ك(س) متناقص في الفترة]−∞،٠]



السؤال الخامس : ك(س) = ن(س^{٢} − ٤س)

ك(س) أقتران متصل لأنه حاصل تركيب أقترانين كثيري حدود

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

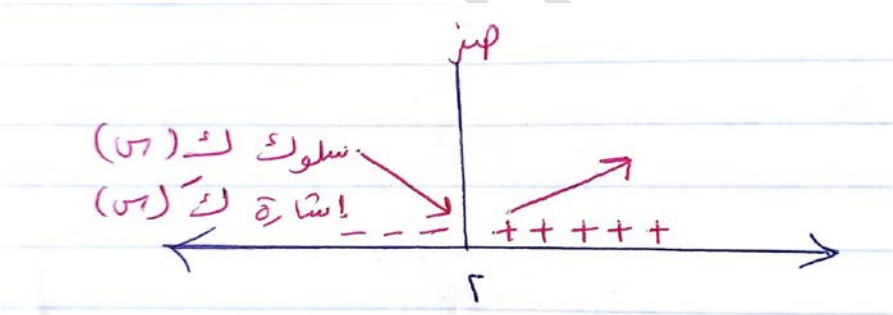
لَ(س) = ق(س^{٢} − ٤س) × (٢س − ٤) = (٢س − ٤) × قَ(س^{٢} − ٤س) , نفرض أن لَ(س) = ٠

إما (٢س − ٤) = ٠ ⇐ ٢س = ٤ ⇐ س = ٢

أو قَ(س^{٢} − ٤س) = ٠ مستحيل لأن ق(س) متزايد أي أن قَ(س) ≻ ٠

لـ(س) متزايد في الفترة [٢، ∞[

لـ(س) متناقص في الفترة]− ∞، ٢]



السؤال السادس : ق(س) متناقص أي أن قَ(س) < ٠ ∀ س ∈]٠، ٤[

ق(س) يقع في الربع الرابع أي أن ق(س) < ٠ ∀ س ∈ [٠، ٤]

هـ(س) متزايد أي أن هَ(س) > ٠ ∀ س ∈]٠، ٤[

هـ(س) يقع في الربع الأول أي أن هـ(س) > ٠ ∀ س ∈ [٠، ٤]

نفرض أن لـ(س) = ق(س) × هـ(س)

لـ(س) أقتران متصل لأنه حاصل ضرب أقترانين متصلين

لَ(س) = ق(س) × هَ(س) + هـ(س) × قَ(س) = [−] × [+] + [+] × [−] = [−] + [−] = [−]

لَ(س) ≺ ٠ ∀ س ∈]٠، ٤[

لـ(س) متناقص ∀ س ∈ [٠، ٤]

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال السابع : ق(س) = جاس + جتاس , س ∈ [٠، $\frac{\pi}{٢}$]

ق`(س) = جتاس − جاس , س ∈]٠، $\frac{\pi}{٢}$[

ق`(س) أقتران متصل لأنه حاصل طرح أقترانين متصلين

ق`(س) قابل للأشتقاق

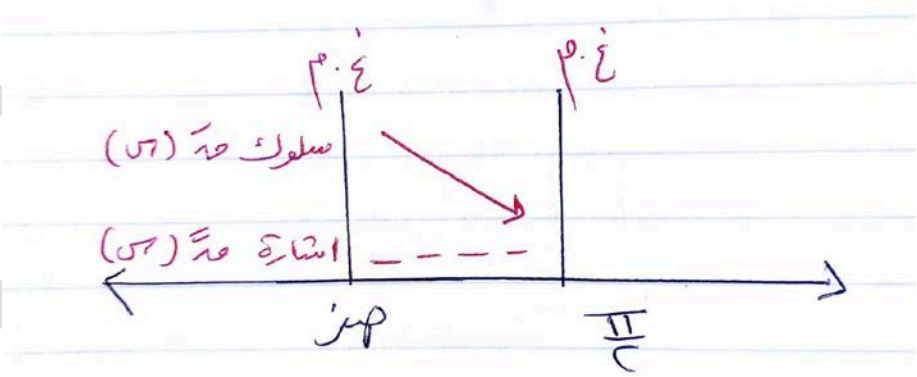
ق``(س) = − جاس − جتاس , س ∈]٠، $\frac{\pi}{٢}$[, نفرض أن ق`(س) = ٠

− جاس − جتاس = ٠ ⇐ − جاس = جتاس

إما الربع الثاني س = $\frac{٣}{٤}\pi$ مرفوض لا ينتمي للفترة

أو الربع الرابع س = $\frac{٧}{٤}\pi$ مرفوض لا ينتمي للفترة

ق`(س) متناقض ∀ س ∈]٠، $\frac{\pi}{٢}$[



الدرس الثالث :

السؤال الأول : فرع أ : ق(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} − س^{٢} + $\frac{١}{٣}$, س ∈ [−٢، ٣]

ق`(س) = س$^{٢}$ − ٢س , نفرض أن ق`(س) = ٠

س^{٢} − ٢س = ٠ ⇐ س(س − ٢) = ٠ ⇐ **س = ٠** ، **س = ٢**

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$\acute{د}(س)$ غ.م عند $س = -٢ ، س = ٣$

النقاط الحرجة هي $(٠ ، د(٠)) = (٠ ، \frac{١}{٣})$, $(٢ ، د(٢)) = (٢ ، -١)$

$(-٢ ، د(-٢)) = (-٢ ، \frac{-١٩}{٣})$, $(٣ ، د(٣)) = (٣ ، ٠)$

فرع ب : $د(س) = س^{\frac{٢}{٣}}$, $س \in [-٨ ، ٨]$

$\acute{د}(س) = \frac{٢}{٣} س^{\frac{-١}{٣}} = \frac{٢}{٣ س^{\frac{١}{٣}}} = \frac{٢}{٣ \sqrt[٣]{س}}$ ، $س \neq ٠$, $\acute{د}(س) \neq ٠$

$\acute{د}(س)$ غ.م عند $س = -٨ ، س = ٨ ، س = ٠$

النقاط الحرجة هي $(-٨ ، د(-٨)) = (-٨ ، ٤)$, $(٨ ، د(٨)) = (٨ ، ٤)$

$(٠ ، د(٠)) = (٠ ، ٠)$

السؤال الثاني : فرع أ : $د(س) = س^{٣} - ٩س^{٢} + ٢٤س$, $س \in ح$

$د(س)$ متصل على مجاله

$\acute{د}(س) = ٣س^{٢} - ١٨س + ٢٤$, نفرض أن $\acute{د}(س) = ٠$

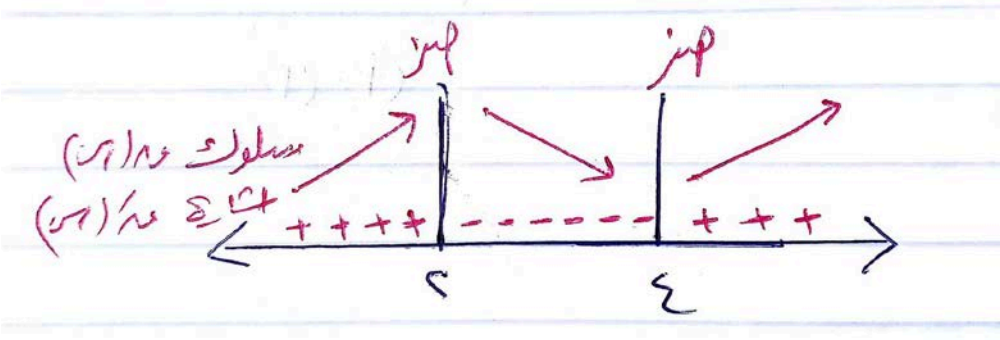
$٣س^{٢} - ١٨س + ٢٤ = ٠ \Leftarrow س^{٢} - ٦س + ٨ = ٠$

$\Leftarrow (س - ٤)(س - ٢) = ٠ \Leftarrow \boxed{س = ٤} ، \boxed{س = ٢}$

$د(٢) = ٢٠$ قيمة عظمى محلية

$د(٤) = ١٦$ قيمة صغرى محلية

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي



فرع ب : $ن(س) = \sqrt{٤ - س^{٢}}$

يجب أن نجد مجال ن(س) $\Leftarrow ٤ - س^{٢} \geq ٠$

مجال ن(س) هو $[-٢،٢]$

ن(س) متصل على $[-٢،٢]$

$ن'(س) = \frac{-٢س}{٢\sqrt{٤ - س^{٢}}}$ ، $س \in]-٢،٢[$

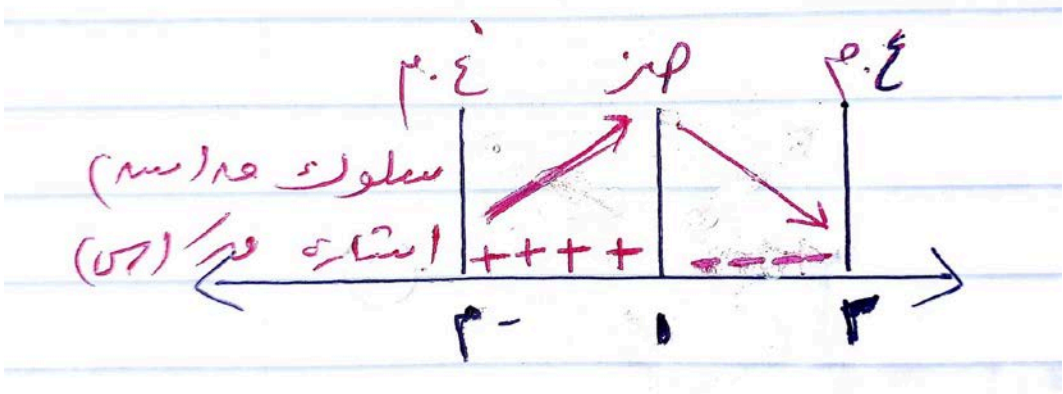
نفرض أن $ن'(س) = ٠ \Leftarrow \frac{-٢س}{٢\sqrt{٤ - س^{٢}}} = ٠$

$\Leftarrow -٢س = ٠ \Leftarrow \boxed{س = ٠}$

$ن(٢) = ن(-٢) = ٠$ قيمة صغرى مطلقة

$ن(٠) = ٢$ قيمة عظمى مطلقة

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي



فرع جـ : د(س) = (س^{٣} − ٣)هـ^{س} ، س ∈ ح

د(س) متصل على مجاله

د'(س) = (س^{٣} − ٣)هـ^{س} + (٣س^{٢})هـ^{س} = هـ^{س} (س^{٣} + ٣س^{٢} − ٣) ، نفرض أن د'(س) = ٠

(س^{٣} − ٣)هـ^{س} + (٣س^{٢})هـ^{س} = ٠ ⇐ (س^{٣} − ٣ + ٣س^{٢})هـ^{س} = ٠

هـ^{س} موجب دائماً إذاً الأعتماد على إشارة

س^{٣} + ٣س^{٢} − ٣ ويكون س = ١ أحد الجذور

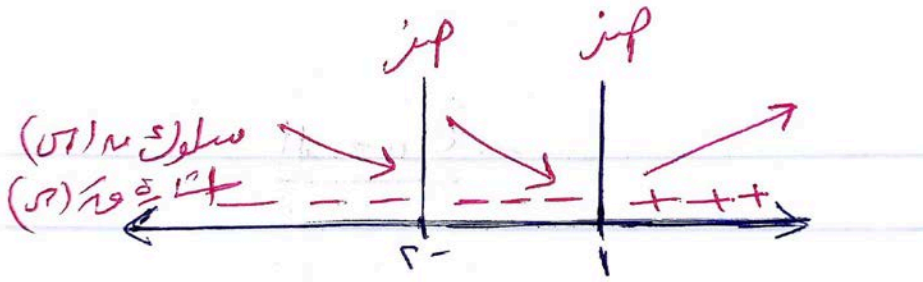
⇐ س − ١ أحد العوامل

$$
\begin{array}{r|l}
 & \text{س}^{٢} + ٤\text{س} + ٤ \\
\hline
\text{س} - ١ & \text{س}^{٣} + ٣\text{س}^{٢} - ٤ \\
 & -\text{س}^{٣} \pm \text{س}^{٢} \\
\hline
 & ٤\text{س}^{٢} - ٤ \\
 & -٤\text{س}^{٢} \pm ٤\text{س} \\
\hline
 & ٤\text{س} - ٤ \\
 & -٤\text{س} \pm ٤ \\
\hline
 & \text{رفص}
\end{array}
$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ن'(س) = هـ^{س}(س^{٣} + ٣س^{٢} - ٤) = هـ^{س}(س-١)(س^{٢} + ٤س + ٤) = هـ^{س}(س-١)(س+٢)^{٢}$

$ن(١) = -٢هـ$ قيمة صغرى مطلقة



فرع د : $ن(س) = \frac{س^{٣}-١}{س-١}$

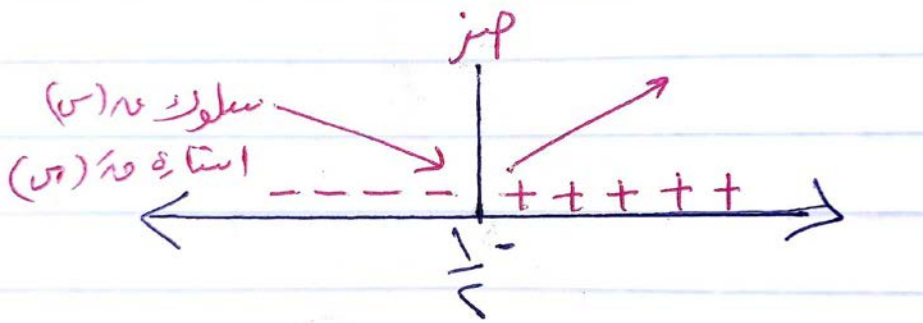
$ن(س)$ متصل على مجال $ع - \{١\}$

$ن(س) = \frac{س^{٣}-١}{س-١} = \frac{(س-١)(س^{٢}+س+١)}{س-١} = س^{٢}+س+١$

$ن'(س) = ٢س+١$, نفرض أن $ن'(س) = ٠$

$٢س+١ = ٠ \Leftarrow ٢س = -١ \Leftarrow س = \frac{-١}{٢}$ ∈ مجال $ن(س)$

$ن(-١) = ٣$ قيمة صغرى محلية



فرع هـ : $ن(س) = جتا^{٢}س - جا^{٢}س$, $س \in [٠، \pi]$

$ن(س)$ متصل على مجاله

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ن'(س) = -٢جتاس جاس - ٢جاس جتاس = -٤جاس جتاس$, نفرض أن $ن'(س) = ٠$

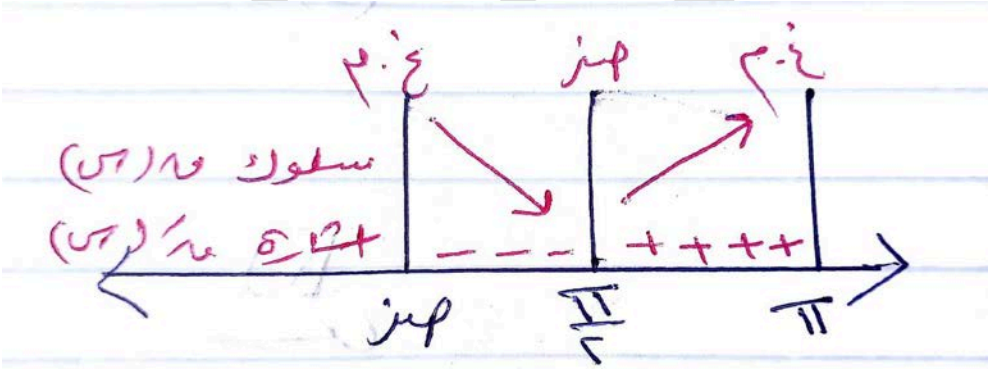
$-٤جاس جتاس = ٠ \Leftarrow -٢جا٢س = ٠ \Leftarrow جا٢س = ٠$

$٢س = \pi \Leftarrow س = \frac{\pi}{٢}$

$٢س = ٢\pi \Leftarrow س = \pi$

$ن(٠) = ن(\pi) = ١$ قيمة عظمى محلية

$ن(\frac{\pi}{٢}) = ٠$ قيمة صغرى محلية



فرع و : $ن(س) = هـ^{-(س-٢)^٢}$, $س \in ح$

ن(س) متصل على مجاله

$ن'(س) = -٢(س-٢)هـ^{-(س-٢)^٢}$, نفرض أن $ن'(س) = ٠$

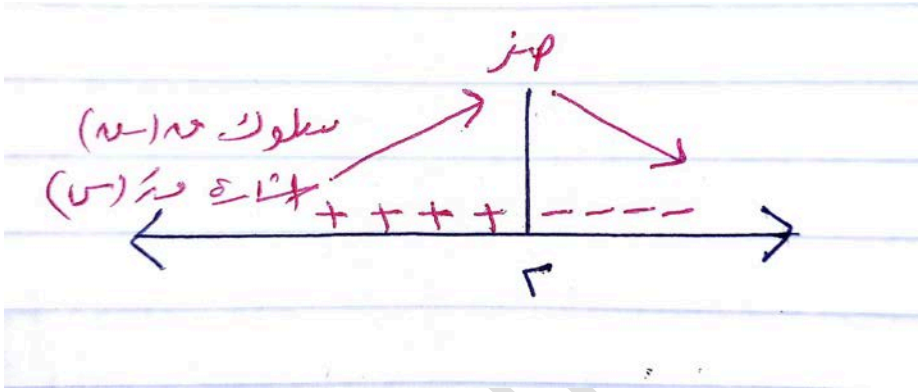
$-٢(س-٢)هـ^{-(س-٢)^٢} = ٠ \Leftarrow (س-٢)هـ^{-(س-٢)^٢} = ٠$

إما $\Leftarrow (س-٢) = ٠ \Leftarrow س = ٢$

أو $\Leftarrow هـ^{-(س-٢)^٢} = ٠$ مرفوض

$ن(٢) = ١$ قيمة عظمى محلية

إعداد : أ ـ سليم عبد الكريم السيقلي أ ـ الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ ـ الاء عبد الساتر البرعي أ ـ سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي



السؤال الثالث : فرع أ : $ن(س) = \begin{cases} س^{٣} & ، \ ٠ \leq س \leq ٢ \\ س^{٢} + ٤ & ، \ ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$, س $\in$ [٠،٣]

ن(س) أقتراناً متصلاً في [٠،٣]

$ن'(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} & ، \ ٠ < س < ٢ \\ ٢س & ، \ ٢ < س < ٣ \end{cases}$, بوضع $ن'(س) = ٠$

$٣س^{٢} = ٠ \Leftarrow س = ٠$ لا تنتمي]٠،٢[

$٢س = ٠ \Leftarrow س = ٠$ لا تنتمي]٢،٣[

$ن'(س)$ غ.م عند $س = ٠ ، س = ٢ ، س = ٣$

$ن(٠) = ٠ ، ن(٢) = ٨ ، ن(٣) = ١٣$

أصغر قيمة للاقتران هي $ن(٠) = ٠ \longleftarrow ن(٠) = ٠$ قيمة صغرى مطلقة

أكبر قيمة للاقتران هي $ن(٣) = ١٣ \longleftarrow ن(٣) = ١٣$ قيمة عظمى مطلقة

"باستخدام نظرية القيمة القصوى المطلقة "

فرع ب : $ن(س) = هـ^{س} - هـس$ س $\in$ [٠،٣]

ن(س) اقتراناً متصلاً على مجاله

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ن'(س) = هـ^{س} - هـ$ ، $س \in]٠، ٣[$

نفرض أن $ن'(س) = ٠$

$هـ^{س} - هـ = ٠ \Leftarrow هـ^{س} = هـ \Leftarrow س = ١ \in]٠، ٣[$

$ن(٠) = ١$ ، $ن(١) = ٠$ ، $ن(٣) = هـ^{٣} - ٣هـ$

أصغر قيمة للاقتران هي $ن(١) = ٠ \leftarrow ن(١) = ٠$ هي قيمة صغرى مطلقة

أكبر قيمة للاقتران هي $ن(٣) = هـ^{٣} - ٣هـ \leftarrow ن(٣) = هـ^{٣} - ٣هـ$ هي قيمة عظمى مطلقة

باستخدام نظرية القيمة القصوى المطلقة

فرع جـ : $ن(س) = جتاس - \frac{١}{٣}جتا^{٣}س$ $س \in [\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi ٣}{٢}]$

$ن(س)$ متصل على مجاله (حاصل طرح أقترانين متصلين)

$ن'(س) = جاس + جتا^{٢}س جاس$ ، $س \in]\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi ٣}{٢}[$

نفرض أن $ن'(س) = ٠$

$جاس + جتا^{٢}س جاس = ٠ \Leftarrow جاس(١ + جتا^{٢}س) = ٠$

$\Leftarrow$ جاس $\times -جا^{٢}س = ٠ \Leftarrow -جا^{٣}س = ٠ \Leftarrow$ جاس $= ٠$

$س = \pi \in]\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi ٣}{٢}[$

$س = \pi ٢$ لا تنتمي للفترة $]\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi ٣}{٢}[$

$ن(\frac{\pi}{٢}) = ٠$ ، $ن(\pi) = \frac{-٢}{٣}$ ، $ن(\frac{\pi ٣}{٢}) = ٠$

أكبر قيمة للاقتران هي $ن(\frac{\pi}{٢}) = ٠ \leftarrow ن(\frac{\pi}{٢}) = ٠$ هي قيمة عظمى مطلقة

أكبر قيمة للاقتران هي $ن(\frac{\pi ٣}{٢}) = ٠ \leftarrow ن(\frac{\pi ٣}{٢}) = ٠$ هي قيمة عظمى مطلقة

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

أصغر قيمة للاقتران هي $ن(\pi) = \frac{-٢}{٣}$ ⟵ $ن(\pi) = \frac{-٢}{٣}$ هي قيمة صغرى مطلقة
باستخدام نظرية القيمة القصوى المطلقة

السؤال الرابع : $ن(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + ٩س + ١$

$ن'(س) = ٣أ س^{٢} + ٢ب س + ٩$

قيمة عظمى محلية عند $س = ١$ ⟸ $ن'(١) = ٠$ ⟸ $٣أ + ٢ب + ٩ = ٠$

⟸ $٣أ + ٢ب = -٩$ ← [١]

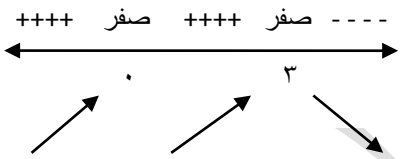
قيمة صغرى محلية عند $س = ٣$ ⟸ $ن'(٣) = ٠$ ⟸ $٢٧أ + ٦ب + ٩ = ٠$

⟸ $٢٧أ + ٦ب = -٩$ ⟸ $٩أ + ٢ب = -٣$ ← [٢]

بطرح المعادلة ١ من المعادلة ٢ $١٦أ = ٦$ ⟸ [$أ = ١$] بالتعويض في المعادلة ١

$٣ + ٢ب = -٩$ ⟸ $٢ب = -١٢$ ⟸ $ب = -٦$

السؤال الخامس : $٤س^{٣} - س^{٤} - ٢٩$ سالب دائماً



نفرض أن $ن(س) = ٤س^{٣} - س^{٤} - ٢٩$

$ن'(س) = ١٢ س^{٢} - ٤س^{٣}$, نفرض أن $ن'(س) = ٠$

$١٢ س^{٢} - ٤س^{٣} = ٠$ ⟸ $٤س^{٢}(٣ - س) = ٠$ ⟸ [$س = ٠$] ، [$س = ٣$]

بما أنه يوجد عند $س = ٣$ قيمة عظمى مطلقة

$ن(٣) = ٤(٣)^{٣} - (٣)^{٤} - ٢٩ = ١٠٨ - ٨١ - ٢٩ < ٠$

$ن(س)$ سالب دائماً

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

الدرس الرابع :

السؤال الأول : فرع أ :

$هـ(س) = (س^{٢} - ٣س - ٤)(س + ٢)$ نفرض أن , $هـ'(س) = ٠$

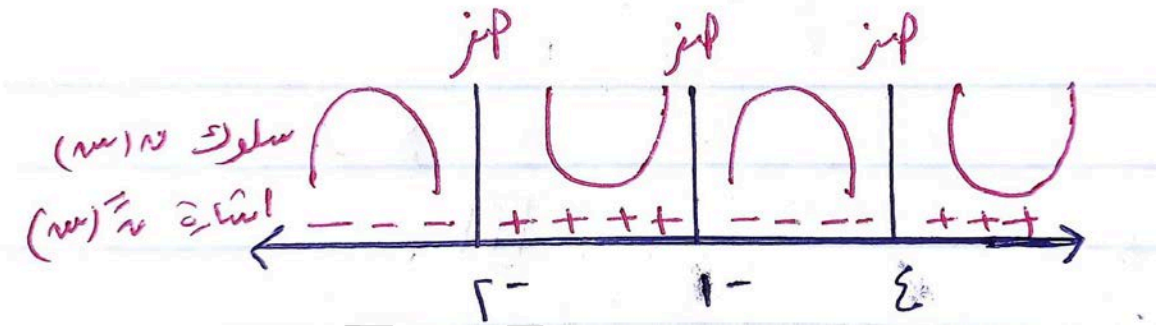
$\Leftarrow (س^{٢} - ٣س - ٤)(س + ٢) = ٠$

$\Leftarrow$ إما $س^{٢} - ٣س - ٤ = ٠$ $\Leftarrow$ $(س - ٤)(س + ١) = ٠$ $\Leftarrow$ $\boxed{س = ٤}$ ، $\boxed{س = -١}$

و أ $س + ٢ = ٠ \Leftarrow \boxed{س = -٢}$

الاقتران مقعر للأعلى في الفترة $[-٢، -١]$ ، $[٤، \infty[$

الاقتران مقعر للأسفل في الفترة $[-١، ٤]$ ، $]-\infty، -٢[$



فرع ب : $هـ(س) = جاس - س$ ، $س \in \left[-\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٢}\right]$

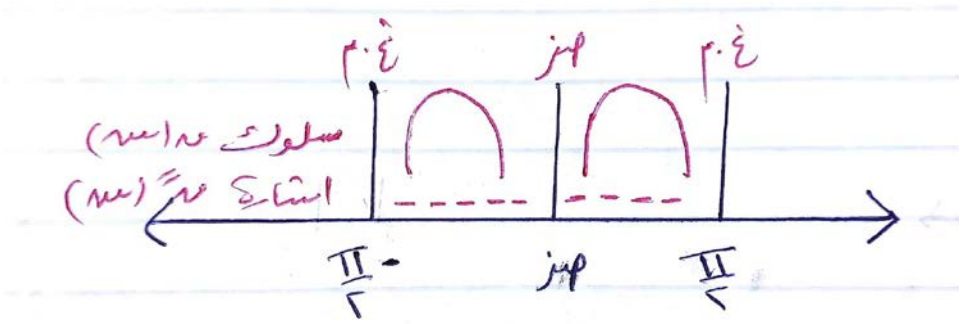
$هـ'(س) = جتاس - ١$ ، $س \in \left[-\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٢}\right]$

$هـ'(س) = ٠ \Leftarrow جتاس - ١ = ٠ \Leftarrow جتاس = ١$

إما $س = ٠ \in \left[-\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٢}\right]$ أو $س = \pi \notin \left[-\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٢}\right] \Leftarrow$

الاقتران مقعر للأسفل في الفترة $\left[-\frac{\pi}{٢}، ٠\right]$ ، $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي



فرع جـ : هـ(س) = ٤س^{٣} − س^{٤} + س ، س ∈ [٠ ، ٤]

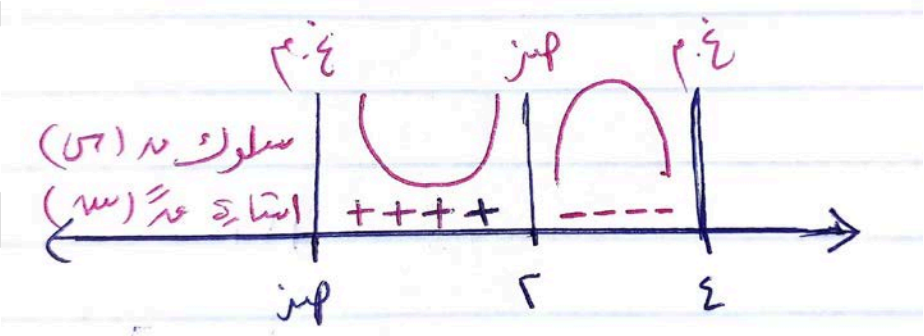
هـ(س) متصل على مجاله

هـ′ (س) = ١٢س^{٢} − ٤س^{٣} + ١ ، س ∈]٠ ، ٤[

هـ″ (س) = ٢٤ س − ١٢ س^{٢} ، س ∈]٠ ، ٤[, نفرض أن هـ″ (س) = ٠

⇐ ٢٤ س − ١٢ س^{٢} = ٠ ⇐ ١٢س(٢ − س) = ٠ ⇐ $\boxed{\text{س} = ٠}$ ، $\boxed{\text{س} = ٢}$

الاقتران مقعر للأسفل في الفترة [٢ ، ٤] ، الاقتران مقعر للأعلى في الفترة [٠ ، ٢]



فرع د : هـ(س) = $(\text{س} - ٣)^{\frac{٣}{٢}}$ = $\sqrt{(\text{س} - ٣)^{٣}}$

مجال هـ(س): $(\text{س} - ٣)^{٣} \geq ٠ \Leftarrow \text{س} - ٣ \geq ٠ \Leftarrow \text{س} \geq ٣$ المجال ⇐ [٣ ، ∞]

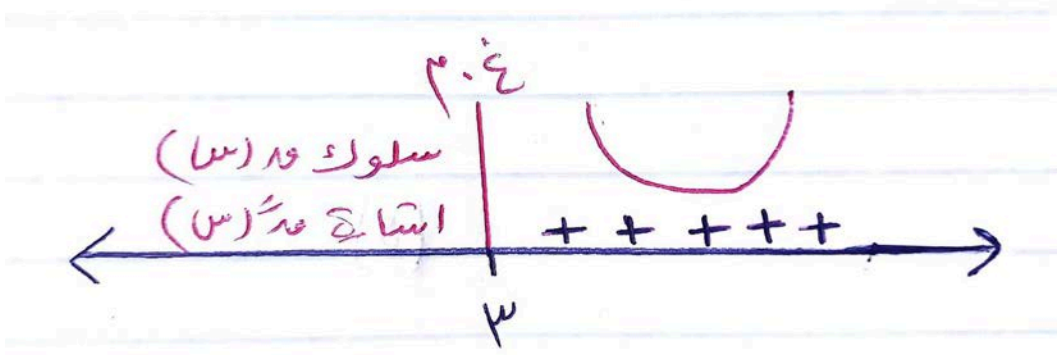
هـ(س) متصل على مجاله س ≥ ٣

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$هـ'(س) = \frac{٣}{٢}(س-٣)^{\frac{١}{٢}}$ ، $]٣ ، \infty[$

$هـ'(س) = \frac{٣}{٤}(س-٣)^{-\frac{١}{٢}}$ ، $]٣ ، \infty[\Leftarrow هـ'(س) = \frac{٣}{٤\sqrt{س-٣}}$ ، $هـ'(س) \neq ٠$

الاقتران مقعر للأعلى في الفترة $]٣ ، \infty[$



فرع هـ : $هـ(س) = جا\frac{س}{٢}$ ، $س \in [٠ ، \pi]$

$هـ(س)$ متصل على مجاله

$هـ'(س) = \frac{١}{٢} جتا\frac{س}{٢}$ ، $س \in]٠ ، \pi[$

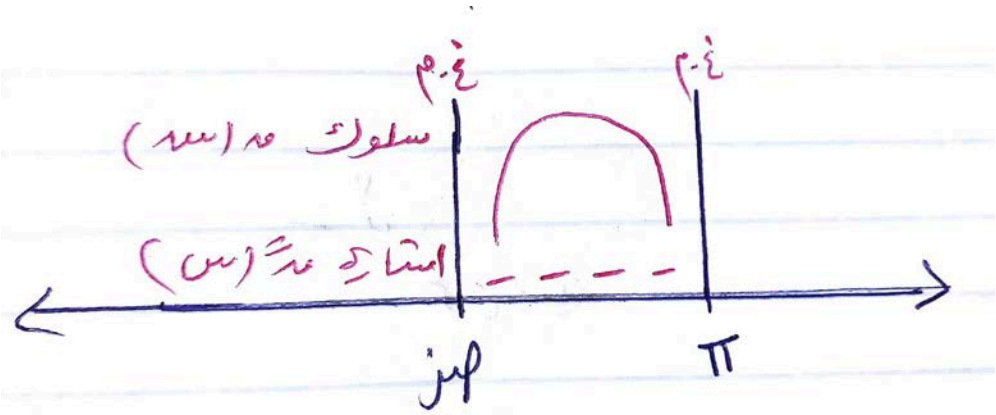
$هـ'(س) = -\frac{١}{٤} جا\frac{س}{٢}$ ، $س \in]٠ ، \pi[$, نفرض أن $هـ'(س) = ٠ \Leftarrow -\frac{١}{٤} جا\frac{س}{٢} = ٠ \Leftarrow جا\frac{س}{٢} = ٠$

إما $\frac{س}{٢} = \pi$ ، $س = ٢\pi \notin]٠ ، \pi[$

أو $\frac{س}{٢} = ٢\pi$ ، $س = ٤\pi \notin]٠ ، \pi[$

$هـ(س)$ مقعر للأسفل على الفترة $[٠ ، \pi]$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي | أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي



فرع و : ه(س)= هـ^س جتاس ،س∈ [٠ ، ٢π]

ه(س) متصل على مجاله

ه ً (س)=−هـ^س جاس + جتاس هـ^س ،س∈]٠ ، ٢π[

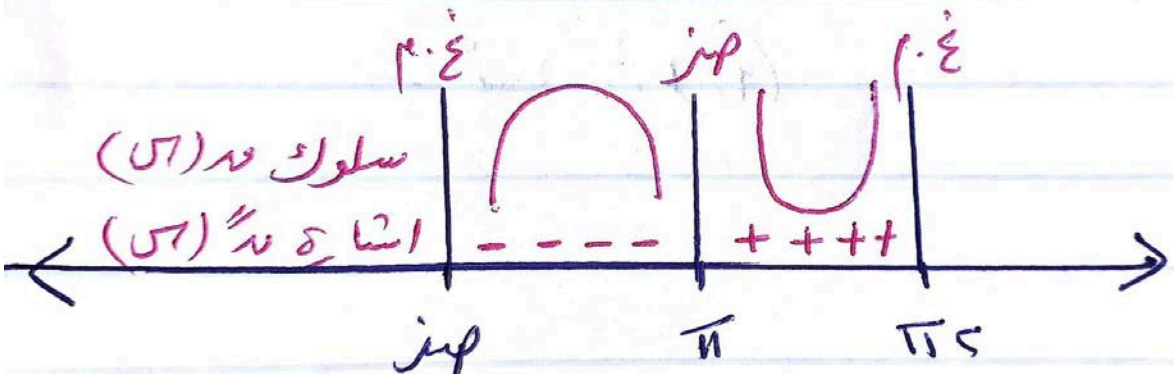
ه ً (س)=−هـ^س جاس +−~~هـ^س جتاس~~ + ~~هـ^س جتاس~~ +−جاس هـ^س

ه ً (س)= −٢هـ^س جاس ،س∈]٠ ، ٢π[, نفرض أن ه ً (س)= ٠ ⇐ −٢هـ^س جاس = ٠

إما هـ^س = ٠ مستحيل أو جاس = ٠ ⇐ س = π

الاقتران مقعر للأعلى غلى [π ، ٢π]

الاقتران مقعر للأسفل على[٠ ، π]



إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

فرع ز : $هـ(س) = \begin{cases} [\frac{١}{٣}س - ١] & ، ١ < س \geq ٣ \\ س^{٣} & ، ٣ < س \geq ٥ \end{cases} \Leftarrow هـ(س) = \begin{cases} -١ & ، ١ < س < ٣ \\ ٠ & ، س = ٣ \\ س^{٣} & ، ٣ < س \geq ٥ \end{cases}$

$هـ(س)$ غير متصل عند $س = ٣$

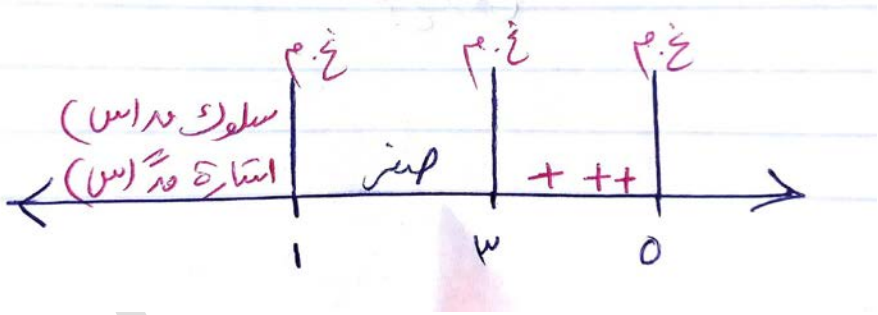
$هـ(س)$ متصل على $[١ ، ٥] - \{٣\}$

$هـ'(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} & ، ١ < س < ٣ \\ ٦س & ، ٣ < س < ٥ \\ م.غ & ، س = ٣ ، ٥ \end{cases} \Leftarrow هـ'(س) = \begin{cases} ٠ & ، ١ < س < ٣ \\ ٦س & ، ٣ < س < ٥ \\ م.غ & ، س = ٣ ، ٥ \end{cases}$

نفرض أن $هـ'(س) = ٠ \Leftarrow ٦س = ٠ \Leftarrow س = ٠ \notin]٣ ، ٥[$

ق اقتران ثابت في الفترة $[١ ، ٣[$

ق مقعر للأعلى في الفترة $]٣ ، ٥[$



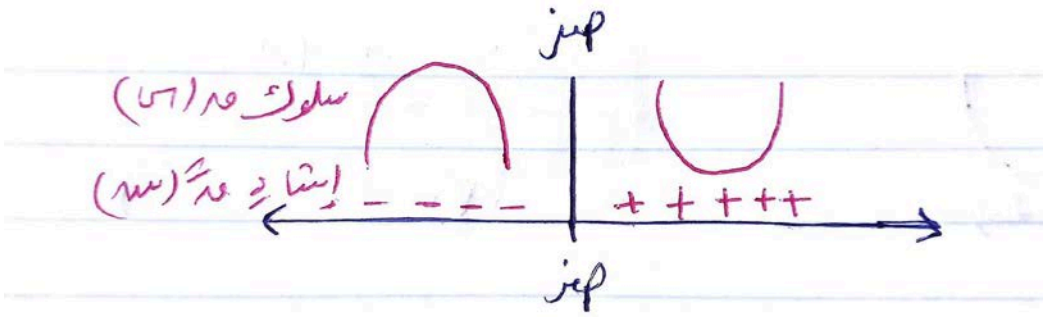
السؤال الثاني : فرع أ : $هـ(س) = س^{٣} + س$

$هـ(س)$ متصل لأنه كثير حدود

$هـ'(س) = ٣س^{٢} + ١ \Leftarrow هـ''(س) = ٦س$, نفرض أن $هـ''(س) = ٠ \Leftarrow ٦س = ٠ \Leftarrow س =$

النقطة (٠ ، ٠) هي نقطة انعطاف لأن $هـ(س)$ متصل , وعندها يغير من مجال التقعر .

إعداد : أ ـ سليم عبد الكريم السيقلي | أ ـ الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ ـ الاء عبد الساتر البرعي | أ ـ سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي



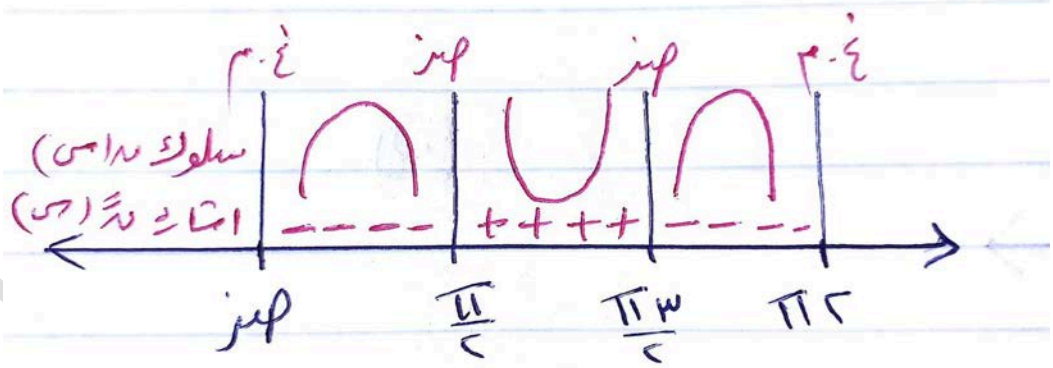
فرع ب : هـ(س) = جتاس ، س ∈ $\left[0 ، \frac{\pi}{2}\right[$ ⇐ هـ`(س) = −جاس ، س ∈ $\left[0 ، \frac{\pi}{2}\right[$

هـ``(س) = −جتاس ، س ∈ $\left[0 ، \frac{\pi}{2}\right[$ , نفرض أن هـ``(س) = ٠ ⇐ −جتاس = ٠

⇐ س = $\frac{\pi}{2}$ ، س = $\frac{\pi ٣}{2}$ ∉ $\left[0 ، \frac{\pi}{2}\right[$

نقاط التقعر هي $\left(\frac{\pi}{2} ، هـ\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) ، \left(\frac{\pi ٣}{2} ، هـ\left(\frac{\pi ٣}{2}\right)\right)$

لأن هـ(س) متصل , وعندها يغير من مجال التقعر .



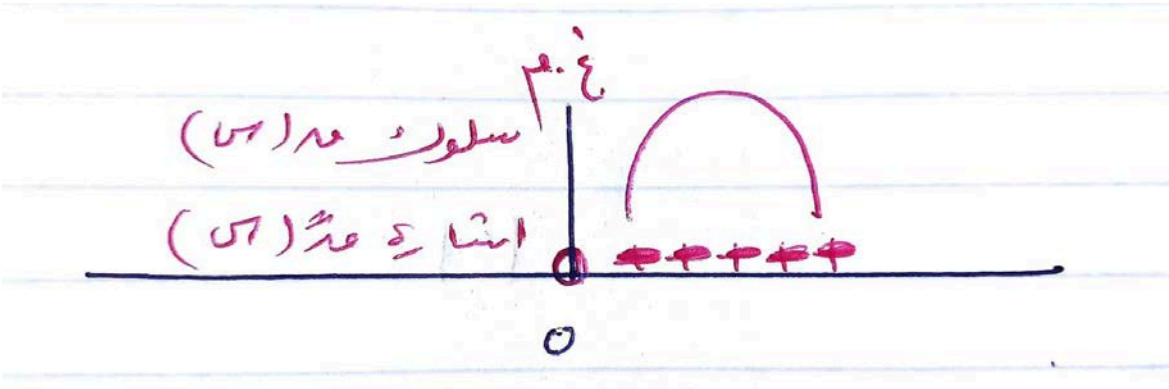
فرع جـ : هـ(س) = $\sqrt[٣]{٥ - س}$ ، س < ٥

هـ(س) متصل على مجاله

هـ`(س) = $\frac{١}{٣}(٥ - س)^{\frac{-٢}{٣}}$ ، س < ٥ ⇐ هـ`(س) = $\frac{-٢}{٩}(٥ - س)^{\frac{-٥}{٣}}$ ، س < ٥

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

هـ ً (س) ≠ ٠ ⟸ نأل فاطعنا قطقن دجوي ال: ∀س > ٥ ، هـ ً (س) <٠



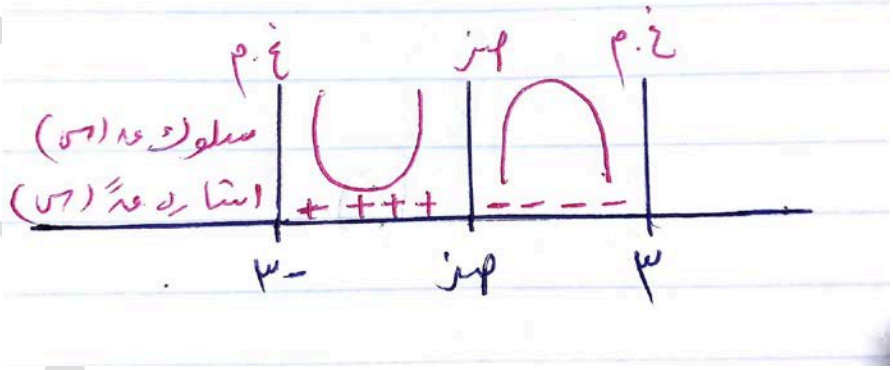
فرع د : هـ ً (س)= $\frac{}{٩ - س^{٢}}$

مجال هـ ً (س) : س∈[−٣ ، ٣]

هـ ً (س)= $\frac{-٢س}{٢\sqrt{٩ - س^{٢}}}$ ، س∈]−٣ ، ٣[نفرض أن هـ ً (س)=٠

⟸ −٢س=٠ ⟸ س =٠ ∈]−٣ ، ٣[

نقطة الانعطاف هي (٠ ، ق(٠)) لأن هـ(س) متصل , وعندها يغير من مجال التقعر .



السؤال الثالث: فرع أ : هـ(س)=س^{٣} + ٦س^{٢}

هـ(س) متصل وقابل للاشتقاق لأنه كثير حدود

هـ ً (س)=٣س^{٢} + ١٢س , نفرض أن هـ ً (س)=٠ ⟸ ٣س^{٢} + ١٢س = ٠

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$٣س(س+٤)=٠ \Leftarrow س=٠ ، س=-٤$

$ه'(س)=٦س+١٢$

$ه'(٠)=١٢>٠ \Leftarrow ه(٠)$ قيمة صغرى محلية

$ه'(-٤)=-١٢<٠ \Leftarrow ه(-٤)$ قيمة عظمى محلية

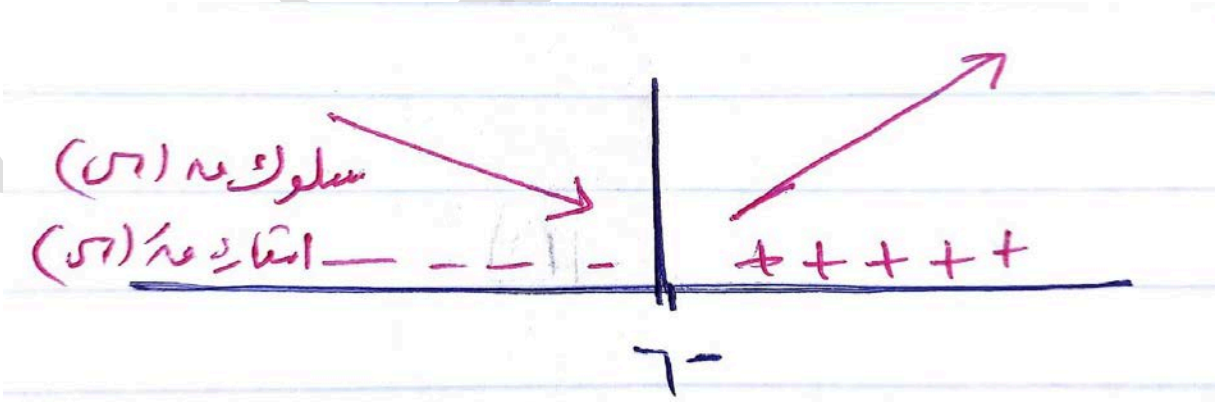
فرع ب : $ه(س)=|س+٦|$

$$ه(س)=\begin{cases} س+٦ & ، س \geq -٦ \\ -(س+٦) & ، س<-٦ \end{cases} \Leftarrow ه'(س)=\begin{cases} ١ & ، س>-٦ \\ -١ & ، س<-٦ \\ \text{م.غ} & ، س=-٦ \end{cases}$$

$$\Leftarrow ه''(س)=\begin{cases} ٠ & ، س>-٦ \\ ٠ & ، س<-٦ \end{cases}$$

بفشل الاختبار نلجأ إلى اختبار المشتقة الأولى.

ق(-٦) قيمة صغرى محلية وهي مطلقة (حسب أتعلم ص ٧٩)



السؤال الرابع : $ه(س)=أس^{٢}+س^{٣}$

$ه'(س)=٢أس+٣س^{٢} \Leftarrow ه''(س)=٢أ+٦س$

∵ دنع فاطعنالا ةطقن $س=-١$ لأن $ه(س)$ متصل , وعندها يغير من مجال التقعر .

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

∴ هـ′ (−١)=٠ ⇐ ١٢ − ٦ أ = ٠ ⇐ $\boxed{أ = ٣}$

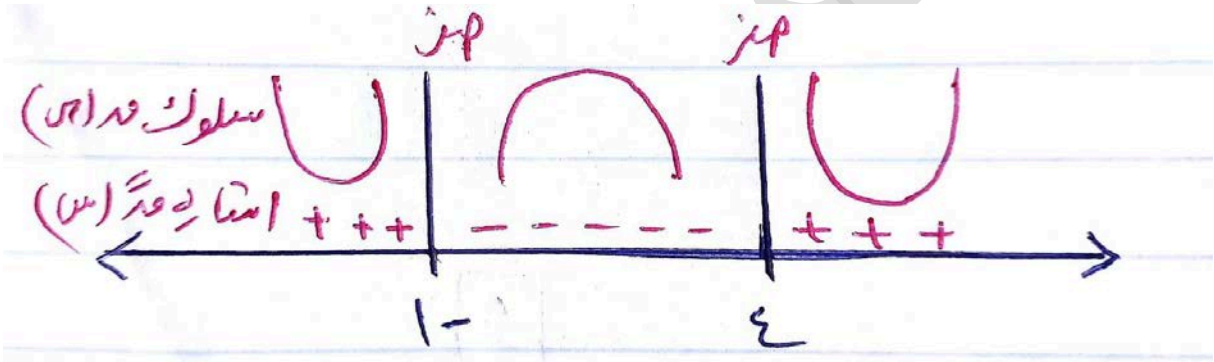
السؤال الخامس:

فرع أ : ق(س) مقعر للأعلى في الفترة [٤ ، ∞[،]−∞ ، −١]

ق(س) مقعر للأسفل في الفترة [−١ ، ٤]

نقاط الانعطاف هي (-١ ، ق(-١)) ، (٤ ، ق(٤))

لأن هـ(س) متصل , وعندها يغير من مجال التقعر .



فرع ب : هـ′ (٠) = هـ′ (٦) = ٠ ⇐ س = ٠ ، س = ٦ هي نقط حرجة

نستخدم اختبار المشتقة الثانية

هـ′(٠) < ٠ ⇐ هـ(٠) قيمة عظمى محلية

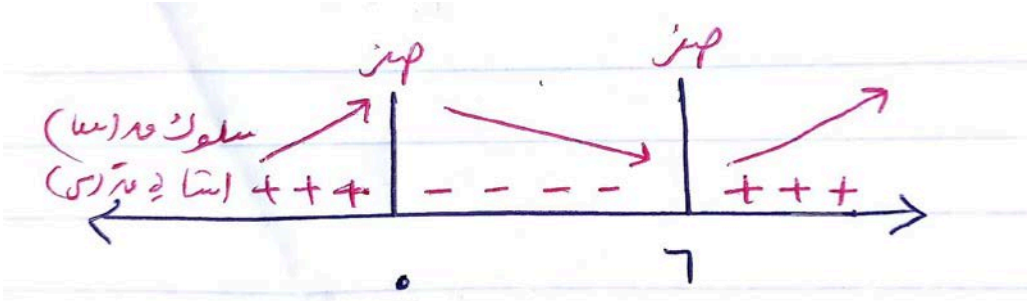
هـ′(٦) > ٠ ⇐ هـ(٦) قيمة صغرى محلية

فرع جـ : ق (س) متزايد على [٦ ، ∞[،]−∞ ، ٠]

ق(س) متناقص على [٠ ، ٦]

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)

أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي



السؤال السادس : $هـ(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د$

يمر بالنقطة $(١، ٥) \Leftarrow هـ(١) = ٥ \Leftarrow \boxed{أ + ب + جـ + د = ٥}$ ... [١]

نقطة انعطاف $س = ٢ \Leftarrow هـ''(س) = ٣أ س^{٢} + ٢ب س + جـ$

$\Leftarrow هـ''(س) = ٦أ س + ٢ب \Leftarrow هـ''(٢) = ١٢أ + ٢ب = ٠ \Leftarrow \boxed{٦أ + ب = ٠}$ ... [٢]

معدلة المماس عند نقطة الانعطاف هي $٣س + ص = ٧$

$\Leftarrow هـ'(٢) =$ ميل المماس $\Leftarrow هـ'(٢) = -٣ \Leftarrow \boxed{١٢أ + ٤ب + جـ = -٣}$ ... [٣]

نقطة الانعطاف تحقق معادلة المماس $\Leftarrow ٣ \times ٢ + ص = ٧ \Leftarrow ص = ١ \Leftarrow هـ(٢) = ١$

$\Leftarrow \boxed{١٨أ + ٤ب + ٢جـ + د = ١}$ ... [٤] بطرح المعادلة ٤ من المعادلة ١

$\Leftarrow \boxed{١٧أ + ٣ب + جـ = -٤}$ ... [٥] بطرح المعادلة ٣ من المعادلة ٥

$\Leftarrow \boxed{١٥أ + ب = ١}$ ... [٦] بطرح المعادلة ٦ من المعادلة ١

$\Leftarrow \boxed{أ = -١}$ بالتعويض في المعادلة ٢

$\Leftarrow \boxed{ب = ٦}$ بالتعويض في المعادلة ٥

$\Leftarrow -٧ + ٣ \times ٦ + جـ = -٤ \Leftarrow \boxed{جـ = -١٥}$ بالتعويض في المعادلة ١

$\Leftarrow -١ + ٦ + -١٥ + د = ٥ \Leftarrow \boxed{د = ١٥}$

$\Leftarrow \boxed{هـ(س) = -س^{٣} + ٦س^{٢} - ١٥ س + ١٥}$

إعداد : أ ـ سليم عبد الكريم السيقلي أ ـ الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ ـ الاء عبد الساتر البرعي أ ـ سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال السابع : $هـ(س)= س^{٤} - ٤س^{٣} + ك(س) \Leftarrow هـ'(س)= ٤س^{٣} - ١٢ س^{٢} + ك'(س)$

$هـ'(س)= ١٢س^{٢} - ٢٤ س + ك'(س)$ نقطة انعطاف افقي (٢،١)

$هـ(١)=٢ \Leftarrow -٣ + ك(١) =٢ \Leftarrow \boxed{ك(١) = ٥}$

$هـ'(١)=٠ \Leftarrow -٨ + ك'(١) =٠ \Leftarrow \boxed{ك'(١) = ٨}$

$هـ''(١)=٠ \Leftarrow -١٢ + ك''(١) =٠ \Leftarrow \boxed{ك''(١) = ١٢}$

$ع(س) = ك^{٢}(س) \Leftarrow ع'(س) = ٢ك(س) ك'(س)$

$ع''(س) = ٢ك(س) ك''(س) + ٢(ك'(س))^{٢}$

$ع''(١) = ٢ \times ٥ \times ١٢ + ٢(٨)^{٢} = ١٢٠ + ٢ \times ٦٤ = ٢٤٨$

السؤال الثامن :

$هـ'(١) = ٠ ، هـ'(-٢) = ٠ \Leftarrow (١ ، هـ(١)) ، (-٢ ، هـ(-٢))$ نقاط حرجة

فرع أ : حسب اختبار المشتقة الثانية فإن

عندما $س > ٠$ أي $١ > ٠$ فإن $هـ''(س) > ٠$ أي:

$هـ''(١) > ٠ \Leftarrow (١ ، هـ(١))$ قيمة صغرى محلية

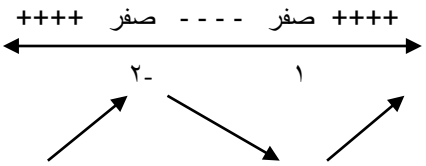
عندما $س < ٠$ أي $-٢ < ٠$ فإن $هـ''(س) < ٠$ أي:

$هـ''(-٢) < ٠ \Leftarrow (-٢ ، هـ(-٢))$ قيمة عظمى محلية

فرع ب : نقطة انعطاف وهي (٠ ، ٠)

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

لأن ق(س) متصل , وعندها يغير من مجال التقعر .



فرع جـ : ق(س) متزايد في الفترات [١، ∞[،]-∞ ، -٢]

ق(س) متناقص في الفترة [-٢ ، ١]

الدرس الخامس

السؤال الأول :

طول السياج = محيط الحديقة = ٨٠ متر

بفرض طول المستطيل = س ، عرض المستطيل = ص يكون محيط المستطيل = ٢س+٢ص

٢س +٢ص = ٨٠ ومنها س+ص = ٤٠ أو ص=٤٠- س

مساحة المستطيل = الطول × العرض

، بالاشتقاق بالنسبة ل س م = س ×ص = س× (٤٠- س) = ٤٠س – س^{٢}

$$\frac{ومـ}{وس} = ٤٠ - ٢س$$

$$\frac{ومـ}{وس} = ٠ \leftarrow ٤٠ - ٢س = ٠ \leftarrow ٢س = ٤٠ \leftarrow \boxed{س = ٢٠}$$

عند س = ٢٠ قيمة عظمى محلية ∴ ، مـ″(٢٠) = -٢ < ٠

مساحة القطعة = م = ٤٠س- ٤٠×٢٠-(٤٠٠) = ٤٠٠ متر مربع س^{٢}

السؤال الثاني

الحجم = السعة = ١٩٢ π سم^{٣}

تكلفة ١ سم^{٢} من القاعدة = ٣ × تكلفة ١ سم^{٢} من الجوانب

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)

أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

بفرض وحدة التكلفة لكل سم ٣ = أ ، فتكون التكلفة = ك

ك = تكلفة الجوانب + تكلفة القاعدة ر

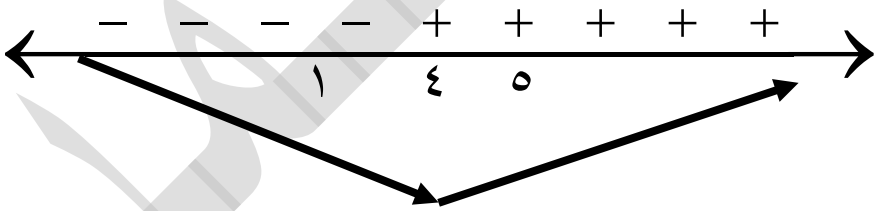
، حيث اس : نق الاسطوانة ... و ع ارتفاع الاسطوانة $٢\pi س ع + ٣\pi س^{٢} = ك$

$ع = \frac{١٩٢\pi}{\pi س^{٢}} = \frac{١٩٢}{س^{٢}}$ ← $ح = \pi س^{٢} ع = ١٩٢\pi$ ← لكن الحجم $= \pi س^{٢} ع$

$$\leftarrow \quad ك = ٢\pi س \times \frac{١٩٢}{س^{٢}} + ٣\pi س^{٢} = \frac{٣٨٤\pi}{س} + ٣\pi س^{٢}$$

$$ك' = ٦\pi س + \frac{٣٨٤\pi}{س^{٢}} \quad ، \quad ك' = ٠ \leftarrow ٦\pi س - \frac{٣٨٤\pi}{س^{٢}} = ٠ \leftarrow$$

$$\leftarrow ٦\pi س^{٣} = ٣٨٤\pi \leftarrow س^{٣} = ٦٤ \leftarrow س = ٤$$



عند س= ٤ قيمة صغرى مطلقة

أبعاد الاسطوانة (نق = ٤ سم ، ع = ١٢ سم) ← سم $ع = \frac{١٩٢}{٤^{٢}} = \frac{١٩٢}{١٦} = ١٢$

السؤال الثالث : طول $و م = \sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

$$ف = \sqrt{(س - ٣)^{٢} + (ص - ٠)^{٢}} = \sqrt{س^{٢} + ٦س + ٩ + ص^{٢}}$$

لكن

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$ص = \sqrt{٢س - ١} \leftarrow ص^{٢} = ٢س - ١$

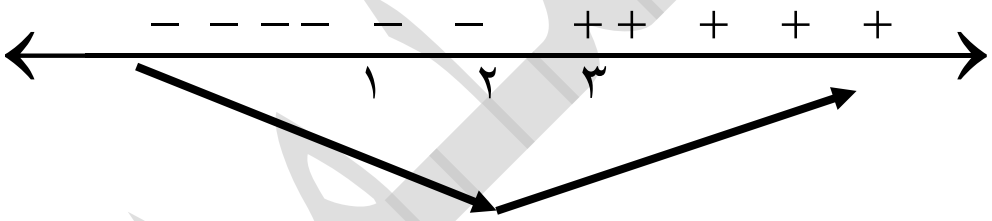
$\leftarrow ف = \sqrt{س^{٢} - ٦س + ٩ + ٢س - ١}$

$ف = \sqrt{س^{٢} + ٤س + ٨}$

$$\frac{ف}{س} = \frac{٢س - ٤}{٢\sqrt{س^{٢} + ٤س + ٨}}$$

$$\frac{ف}{س} = ٠ \leftarrow ٠ = \frac{٢س - ٤}{٢\sqrt{س^{٢} + ٤س + ٨}}$$

$\leftarrow ٢س - ٤ = ٠ \leftarrow \boxed{س = ٢}$



عند س = ٢ قيمة صغرى مطلقة

) $\sqrt{٣}$ فتكون احداثيات و هي (٢، ص = $\sqrt{٢س - ١} = \sqrt{٢ \times ٢ - ١} = \sqrt{٣}$

السؤال الرابع

$$ف = ا جتا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) + ب جا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right)$$

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{ف(٢) - ف(٠)}{٢ - ٠} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$$

$$١٠ = \frac{\left(ا جتا\left(\frac{\pi}{٢}\right) + ب جا\left(\frac{\pi}{٢}\right)\right) - \left(ا جتا\left(\frac{\pi}{٢}\right) + ب جا\left(\frac{\pi}{٢}\right)\right)}{٢} = \frac{(ا \times ٠ + ب \times ١) - (ا \times ١ + ٠)}{٢}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$.....(١)\ ٢٠ = ب - ا \leftarrow ٢٠ + ا = ب$$

$$ع = ف = \frac{\pi}{٤} - ا جا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) + ب جتا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right)$$

$$ع = \frac{\pi^{٢}}{١٦} - ا جتا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) - ب جا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right)$$

$$ع = ٠ \leftarrow ا جتا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) + ب جا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) = ٠$$

$$ا جتا\left(\frac{\pi}{٤}\right) + ب جا\left(\frac{\pi}{٤}\right) = ا \times \frac{١}{\sqrt{٢}} + ب \times \frac{١}{\sqrt{٢}} = ٠$$

نعوض عن ن=١

$$\leftarrow \frac{ا}{\sqrt{٢}} = \frac{-ب}{\sqrt{٢}} \leftarrow \boxed{ا = -ب}$$

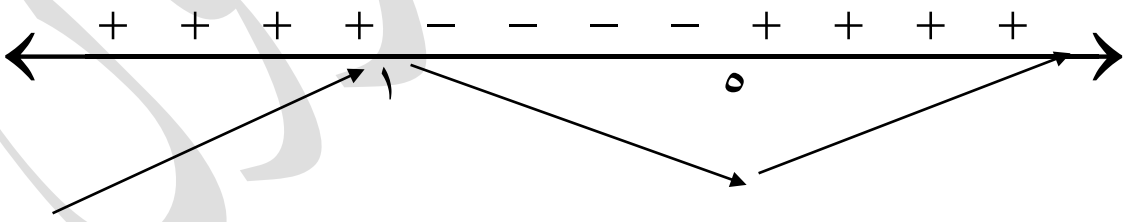
$$٢٠ + ا = ا - \leftarrow ٢٠ = ٢ا \leftarrow \boxed{ا = ١٠}، \leftarrow \boxed{ب = -١٠}$$ بالتعويض في (١)

، $ع = ٠ ا جتا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) - ٠ ا جا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right)$ للتحقق :

$$ع = ٠ \leftarrow ٠ ا جتا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) - ٠ ا جا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) = ٠ \leftarrow جتا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) = جا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) \leftarrow ظا\left(\frac{\pi}{٤} ن\right) = ١$$

$$\frac{\pi}{٤} ن = \frac{\pi ٥}{٤} \leftarrow \boxed{ن = ٥}$$ أو $$\frac{\pi}{٤} ن = \frac{\pi}{٤} \leftarrow \boxed{ن = ١}$$

عندما ن=١ قيمة صغرى



السؤال الخامس

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$\frac{ds}{dt} = ١٠$ ، $\frac{dص}{dt} = ٢٠$

المسافة = السرعة × الزمن $\leftarrow \frac{ds}{dt} = ١٠ \leftarrow س = ١٠ن$

$\frac{dص}{dt} = ٢٠ \leftarrow ص = ٢٠ن$

من نظرية فيثاغورس

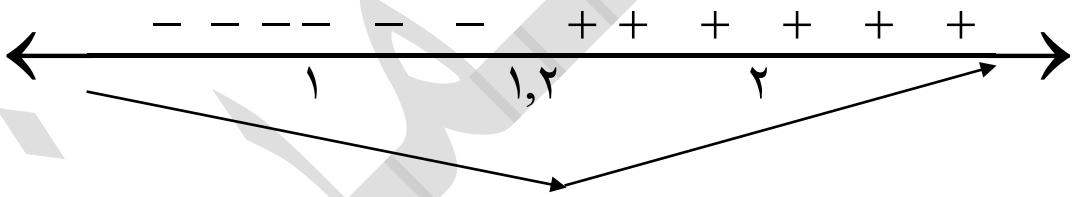
$ف^{٢} = س^{٢} + (٣٠ - ص)^{٢}$

$ف^{٢} = (١٠ن)^{٢} + (٣٠ - ٢٠ن)^{٢} = ١٠٠ن^{٢} + ٩٠٠ - ١٢٠٠ن + ٤٠٠ن^{٢}$

$ف^{٢} = ٥٠٠ن^{٢} - ١٢٠٠ن + ٩٠٠$

$٢ف ف' = ١٠٠٠ن - ١٢٠٠$

$ف' = ٠ \leftarrow ١٠٠٠ن - ١٢٠٠ = ٠ \leftarrow ن = \frac{١٢٠٠}{١٠٠٠} = ١,٢$



ساعة تكون السفينتان أقرب ما يمكن $١,٢$ توجد قيمة صغرى محلية ، اذن بعد ١,٢عند م =

السؤال السادس

ع =نو^{٢} π ع جحم الاسطوانة =

$\frac{١٢ - ع}{١٢} = \frac{نو}{٤} \leftarrow ١٢ - ع = ٣نو \leftarrow \boxed{ع = ١٢ - ٣نو}$ من تشابه المثلثات نحصل على :

$ع = π نو^{٢}(١٢ - ٣نو) = ١٢ π نو^{٢} - ٣ π نو^{٣}$

$ع' = ٢٤ π نو - ٩ π نو^{٢} \leftarrow ٢٤ π نو - ٩ π نو^{٢} = ٠ \leftarrow ٣ π نو(٨ - ٣نو) = ٠$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

مرفوض نق$_{هـ}$=٠ أو ← نق$_{هـ}$=$\frac{٨}{٣}$

ع$'$= ٤ π٢ − ١٨ π نق$_{هـ}$

ع$'\left(\frac{٨}{٣}\right)$ = ٤ π٢ − ١٨ π × $\frac{٨}{٣}$ = − ٤ π٢ < ٠

قيمة عظمى $\frac{٨}{٣}$ اذن عند نق=

← ع = π نق$_{هـ}^{٢}$ (١٢ − ٣ نق$_{هـ}$) = π $\left(\frac{٨}{٣}\right)$ $\left(١٢ - ٣ \times \frac{٨}{٣}\right)^{٢}$ = ٤ × π $\frac{٦٤}{٩}$ = π $\frac{٢٥٦}{٩}$

السؤال السابع

مساحة شبه المنحرف = م

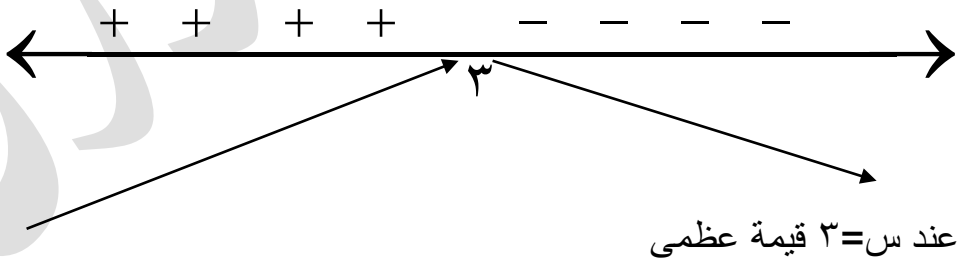
نصف مجموع القاعدتين × الارتفاع = ع م = ع × $\frac{١}{٢}$ × (٦ + ٢ س + ٦) = ع × (٦ + س)

ع = ٣٦ − س^{٢} ← ع^{٢} = ٣٦ − س^{٢} اذن م = (٦ + س) × $\sqrt{٣٦ - س^{٢}}$ لكن

م$'$ = (٦ + س) × $\frac{-٢س}{\sqrt{٣٦ - س^{٢}}}$ + $\sqrt{٣٦ - س^{٢}}$ = $\frac{-١٢س - س^{٢} + ٣٦ - س^{٢}}{\sqrt{٣٦ - س^{٢}}}$

م$'$ = ٠ ← − ٢ س^{٢} − ١٢ س + ٣٦ = ٠ ← س^{٢} + ٦ س + ١٨ = ٠ ← (س − ٣)(س + ٦) = ٠

" مرفوض" (س + ٦) = ٠ ← س = − ٦ أو (س − ٣) = ٠ ← س = ٣ اما



عند س=٣ قيمة عظمى

مساحة شبه المنحرف= م = (٦ + س) × $\sqrt{٣٦ - س^{٢}}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

سم مربع م(٣) = (٦ + ٣) × $\sqrt{٣٦ - ٩}$ = ٢٧ $\sqrt{٣}$

السؤال الثامن

م ا = س ، م ب = ٨ − س ، ا ب = ٨ مساحة المثلث أن جـ = نصف القاعدة × الارتفاع ،

م′ = ٦ − $\frac{٣}{٢}$ س ، بالاشتقاق ينتج م = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٣}{٢}$ س × (٨ − س) = ٦س − $\frac{٣}{٤}$ س^{٢}

م′ = ٠ ← ٦ − $\frac{٣}{٢}$ س = ٠ ← $\frac{٣}{٢}$ س = ٦ ← ٣س = ١٢ ← **س = ٤**

م″ = $\frac{-٣}{٢}$ ← م″(٤) = $\frac{-٣}{٢}$ < ٠

اذن عند س = ٤ قيمة عظمى

تمارين عامة :

السؤال الأول :

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
الاجابة	جـ	ب	ب	أ	جـ	جـ	جـ
الفقرة	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤
الاجابة	د	أ	ب	د	جـ	د	أ

السؤال الثاني :

بوضع هـ′(س) = ٠ ⇐ جتاس − جاس = ٠ ← جتاس = جاس

في الربع الأول س = $\frac{\pi}{٤}$ ∉ $\left]٠ ، \frac{\pi}{٤}\right[$ ، في الربع الثالث س = $\frac{\pi ٥}{٤}$ ∉ $\left]٠ ، \frac{\pi}{٤}\right[$

هـ(س) متزايد على $\left]٠ ، \frac{\pi}{٤}\right[$ ، هـ(٠) = ١ وهي قيمة صغرى مطلقة (حسب قاعدة أتعلم صفحة ٧٩)

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$\forall$ س $\in \left[0 ، \frac{\pi}{٤}\right]$ فإن هـ(س) $\leq$ هـ(٠)

$\Leftarrow$ جاس+جتاس ≤ ١

السؤال الثالث :

$$\text{هـ}'(\text{س}) = \frac{(\text{س}^{٢}+٣)(١)-(\text{س}+١)(٢\text{س})}{(\text{س}^{٢}+٣)^{٢}} = \frac{(\text{س}^{٢}+٣)-٢\text{س}^{٢}-٢\text{س}}{(\text{س}^{٢}+٣)^{٢}} = \frac{-\text{س}^{٢}-٢\text{س}+٣}{(\text{س}^{٢}+٣)^{٢}}$$

$\Leftarrow$ $-\text{س}^{٢}-٢\text{س}+٣=٠$ $\Leftarrow$ $\text{س}^{٢}+٢\text{س}-٣=٠$ $\Leftarrow$ $(\text{س}+٣)(\text{س}-١)=٠$

$\Leftarrow$ س $=-٣$ ، س $=١$

$\Leftarrow$ هـ(س) متزايد على $[-٣، ١]$ ، هـ(س) متناقص على $]-\infty، -٣[\cup]١، \infty[$

هـ(-٣) قيمة صغرى محلية

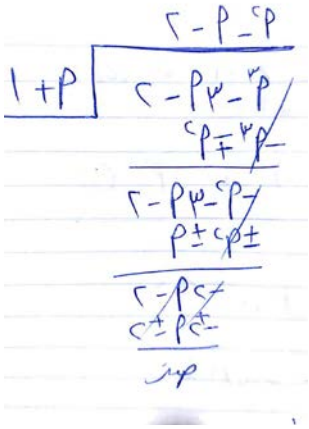
هـ(١) قيمة عظمى محلية

السؤال الرابع :

هـ(-١) = هـ$(أ)$ $\Leftarrow$ $-١+٣-أ=أ^{٣}-أ-١٣$ $\Leftarrow$ $أ^{٣}-١٣أ-٢=٠$

$\Leftarrow$ $(أ+١)(أ^{٢}-أ-٢)=٠$ $\Leftarrow$ $(أ+١)(أ-٢)(أ+١)=٠$ $\Leftarrow$ أ $=٢$ ، أ $=-١$

بالتحقق من قيم أ فإن أ $=-١$ مرفوضة لأنها لا تحقق الشرط .



إعداد : أ ـ سليم عبد الكريم السيقلي أ ـ الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)

أ ـ الاء عبد الساتر البرعي أ ـ سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

السؤال الخامس :

فرع أ : $\text{ه}(س)$ متصل على مجاله لأنه كثير حدود .

$\text{ه}'(س) = ٣س^{٢} - ٦س - ٩$ ، $س \in]-٢، ٦[$

بوضع $\text{ه}'(س) = ٠ \Leftarrow ٣س^{٢} - ٦س - ٩ = ٠ \Leftarrow س^{٢} - ٢س - ٣ = ٠ \Leftarrow (س - ٣)(س + ١) = ٠$

$\Leftarrow$ $س = ٣$ ، $س = -١$

$\text{ه}(-٢) = ٣$ ، $\text{ه}(-١) = ١٠$ ، $\text{ه}(٣) = -٢٢$ ، $\text{ه}(٦) = ٥٩$

أكبر قيمة للاقتران هي $\text{ه}(٦) = ٥٩ \longleftarrow \text{ه}(٦) = ٥٩$ هي قيمة عظمى مطلقة

أصغر قيمة للاقتران هي $\text{ه}(٣) = -٢٢ \longleftarrow \text{ه}(٣) = -٢٢$ هي قيمة صغرى مطلقة

باستخدام نظرية القيمة القصوى المطلقة

فرع ب : $\Leftarrow$ $\text{ه}''(س) = ٦س - ٦$ ، $س \in]-٢، ٦[$

بوضع $\text{ه}''(س) = ٠ \Leftarrow ٦س - ٦ = ٠ \Leftarrow س = ١$

$\text{ه}(س)$ مقعر للأعلى على $]١، ٦[$

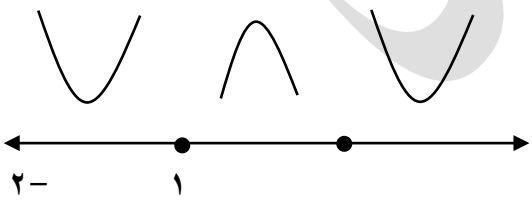
$\text{ه}(س)$ مقعر للأسفل على $]-٢، ١[$

فرع جـ : $(١، \text{ه}(١)) = (١، -٦)$ هي نقطة انعطاف لأن $\text{ه}(س)$ متصل , وعندها يغير من مجال التقعر .

لإيجاد زاوية الانعطاف : نفرض أن هـ هي زاوية الانعطاف عند $(١، -٦)$

$\text{ظا}هـ = \text{ه}'(١) = -١٢ \Leftarrow هـ = \text{ظا}^{-١}(-١٢)$

السؤال السادس :



فرع أ : $\text{ه}(س)$ مقعر للأسفل على $]-٢، ١[$

$\text{ه}(س)$ مقعر للأعلى على $]-\infty، -٢[\cup]١، \infty[$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

فرع ب : س = ١ ، س = −٢

السؤال السابع :

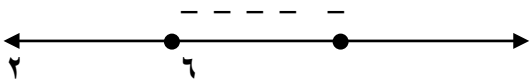
ق(س) يقع منحناه في الربع الأول ⇐ ق(س) > ٠ ، ∀س ∈]٢ ، ٦[

ق(س) متناقص ⇐ ق′(س) < ٠ ، ∀س ∈]٢ ، ٦[

هـ(س) = ٨ − س ، س ∈]٢،٦[⇐ هـ′(س) = −١ ، س ∈]٢،٦[

هـ(٢) = ٦ قيمة عظمى مطلقة

هـ(٦) = ٢ قيمة صغرى مطلقة



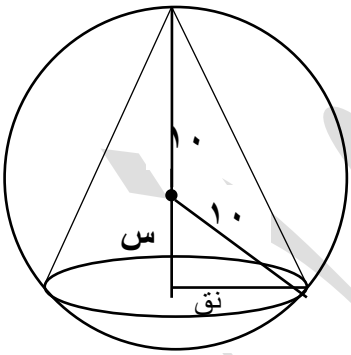
⇐ هـ(س) > ٠ ، ∀س ∈]٢ ، ٦[، ⇐ هـ(س) **متناقص** ، ∀س ∈]٢ ، ٦[، ⇐ هـ′(س) < ٠

ك(س) = (ق × هـ)(س) ⇐ ك′(س) = ق′(س) × هـ(س) + هـ′(س) × ق(س)

ك′(س) = (−) × (+) + (−) × (−) = (−) + (+) = (−)

ك′(س) < ٠ ، ∀س ∈]٢،٦[، ك(س) **متناقص** ∀س ∈]٢ ، ٦[

السؤال الثامن :



حجم المخروط = $\frac{\pi}{٣}$ نق^{٢} ع ⇐ ع = $\frac{\pi}{٣}$ نق^{٢} (١٠ + س)

لكن س^{٢} + نق^{٢} = ١٠٠ ⇐ نق^{٢} = ١٠٠ − س^{٢}

∴ ع = $\frac{\pi}{٣}$ (١٠٠ − س^{٢})(١٠ + س)

ع = $\frac{\pi}{٣}$ (١٠٠٠ + ١٠٠س − ١٠س^{٢} − س^{٣})

ع′ = $\frac{\pi}{٣}$ (١٠٠ − ٢٠س − ٣س^{٢}) ⇐ ع′ = ٠ ⇐ ١٠٠ − ٢٠س − ٣س^{٢} = ٠

⇐ ٣س^{٢} + ٢٠س − ١٠٠ = ٠ ⇐ (٣س − ١٠)(س + ١٠) = ٠

إما ٣س − ١٠ = ٠ ⇐ س = $\frac{١٠}{٣}$ أو س + ١٠ = ٠ ⇐ س = −١٠ (مرفوض)

ع″ = $\frac{\pi}{٣}$ (−٢٠ − ٦س) ⇐ ع″ $\left(\frac{١٠}{٣}\right)$ = $\left(-٢٠ - \frac{٦٠}{٣}\right)\frac{\pi}{٣}$ < ٠

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

∴ عندما س $= \frac{١٠}{٣}$ قيمة عظمى

∴ حجم المخروط $= \frac{\pi}{٣}\left(١٠٠ - \left(\frac{١٠}{٣}\right)^{٢}\right)\left(\frac{١٠}{٣} + ١٠\right) = \frac{\pi}{٣}\left(\frac{١٠٠ - ٩٠٠}{٩}\right)\left(\frac{١٠ + ٣٠}{٣}\right)$

∴ حجم المخروط $= \frac{\pi}{٣} \times \frac{٤٠ \times ٨٠٠}{٢٧} = \frac{٣٢٠٠٠}{٨١}\pi$ سم^{٣} .

السؤال التاسع :

$(ق + هـ)(س) = ق(س) + هـ(س) =$ جتاس $+ ٣س$

نفرض أن $(ق + هـ)(س) = ك(س) \Leftarrow ك(س) =$ جتاس $+ ٣س$ ، س $\in \left[٠ ، \frac{\pi}{٢}\right]$

$\Leftarrow ك'(س) = -$ جاس $+ ٣$ ، س $\in \left[٠ ، \frac{\pi}{٢}\right[\Leftarrow ك'(س) = ٠ \Leftarrow -$ جاس $+ ٣ = ٠ \Leftarrow$ جاس $= ٣$ (مرفوض)

من الشكل المجاور نجد أن :

$\Leftarrow$ ك(س) متزايد على مجاله

$\Leftarrow$ $(ق + هـ)(س)$ متزايد على مجاله .

السؤال العاشر : من الرسم نلاحظ أن :

لمنحنى هـ(س)

في الربع الأول : هـ(س) $> ٠ \Leftarrow$ هـ(س)

اقتران متناقص : هـ(س) $\Leftarrow$ هـ'(س) < ٠

لمنحنى ق(س)

في الربع الأول : ق(س) $> ٠ \Leftarrow$ ق(س)

اقتران متزايد : ق(س) $\Leftarrow$ ق'(س) > ٠

مقعر للأعلى : ق(س) $\Leftarrow$ ق''(س) > ٠

الآن بفرض أن : ك(س) $= \frac{ق'(س)}{هـ(س)}$ ، س $\in [أ، ب]$

فإن : ك'(س) $= \frac{ق''(س)هـ(س) - ق'(س)هـ'(س)}{(هـ(س))^{٢}}$

$\Leftarrow$ ك'(س) $= \frac{- \times \oplus \ - \ \oplus \times \oplus}{\oplus} = \frac{\oplus}{\oplus} = \oplus$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$\Leftarrow$ ك $'(س) > ٠ \Leftarrow$ ك$(س) = \frac{\text{و}'(س)}{\text{هـ}(س)}$ متزايد على $[أ ، ب]$

السؤال الحادي عشر :

$\Leftarrow$ و$(س) =$ أ$س^{٣} +$ ب$س^{٢} +$ جـ$س +$ ء

$\Leftarrow$ و$'(س) =$ ٣أ$س^{٢} +$ ٢ب$س +$ جـ

$\Leftarrow$ و$''(س) =$ ٦أ$س +$ ٢ب

$\Leftarrow$ و$(٠) = ٣ \Leftarrow$ ء $= ٣$

$\Leftarrow$ و$''(٠) = ٠ \Leftarrow$ ٢ب $= ٠ \Leftarrow$ ب $= ٠$

$\Leftarrow$ و$(٢) = -١ \Leftarrow$ ٨أ $+$ ٤ب $+$ ٢جـ $+$ ء $= ٠ \Leftarrow$ ٨أ $+$ ٢جـ $= -٤ \Leftarrow$ ٤أ $+$ جـ $= -٢$ .....(١)

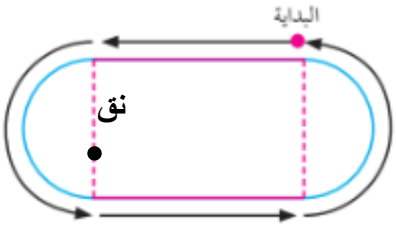
$\Leftarrow$ و$'(٢) = ٠ \Leftarrow$ ١٢أ $+$ ٤ب $+$ جـ $= ٠ \Leftarrow$ ١٢أ $+$ جـ $= ٠$ .....(٢)

بطرح معادلة (١) من معادلة (٢) $\Leftarrow$ ٨أ $= ٢ \Leftarrow$ أ $= \frac{١}{٤}$

بالتعويض عن قيمة (أ) في معادلة (١) ينتج : $\Leftarrow \frac{١}{٤} \times ٤ +$ جـ $= -٢ \Leftarrow$ جـ $= -٣$

$\Leftarrow$ و$(س) = \frac{١}{٤}$ س$^{٣} - ٣$ س $+ ٣$

السؤال الثاني عشر :



محيط المسار $= ٢$ س $+ ٢$ ط نو$_{هـ} = ٤٠٠$

$\Leftarrow$ س $+$ ط نو$_{هـ} = ٢٠٠$

$\Leftarrow$ س $= ٢٠٠ -$ ط نو$_{هـ}$ .....(١)

مساحة المستطيل (م) $=$ ٢نو$_{هـ}$س $=$ ٢نو$_{هـ}$(٢٠٠ $-$ ط نو$_{هـ}$)

مساحة المستطيل (م) $= ٤٠٠$ نو$_{هـ} -$ ٢ ط نو$_{هـ}^{٢}$

م $' = ٤٠٠ -$ ٤ ط نو$_{هـ} \Leftarrow$ م $' = ٠ \Leftarrow ٤٠٠ -$ ٤ ط نو$_{هـ} = ٠ \Leftarrow$ نو$_{هـ} = \frac{١٠٠}{ط}$

باستخدام اختبار المشتقة الثانية

م $'' = -$ ٤ ط < ٠ فإن نو$_{هـ} = \frac{١٠٠}{ط}$ عندها قيمة عظمى محلية

إعداد : أ ـ سليم عبد الكريم السيقلي | أ ـ الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ ـ الاء عبد الساتر البرعي | أ ـ سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

$$س = ٢٠٠ - ط \times \frac{١٠٠}{ط} = ١٠٠$$

الأبعاد هي ١٠٠ ، $\frac{٢٠٠}{ط}$

السؤال الثالث عشر :

محيط المثلث الأول $= س$ ومنه يكون ضلع المثلث الأول $= \frac{س}{٣}$

مساحة المثلث الأول $= \frac{١}{٢} \times \frac{س}{٣} \times \frac{س}{٣} \times جا ٦٠°$

مساحة المثلث الأول $= \frac{\sqrt{٣}}{٣٦} س^{٢}$

محيط المثلث الثاني $= ١٨ - س$ ومنه يكون ضلع المثلث الأول $= \frac{١٨ - س}{٣}$

مساحة المثلث الثاني $= \frac{١}{٢} \times \frac{١٨ - س}{٣} \times \frac{١٨ - س}{٣} \times جا ٦٠°$

مساحة المثلث الأول $= \frac{\sqrt{٣}}{٣٦} (١٨ - س)^{٢}$

$$م = \frac{\sqrt{٣}}{٣٦} س^{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٣٦} (١٨ - س)^{٢}$$

$$م' = \frac{\sqrt{٣}٢}{٣٦} س - \frac{\sqrt{٣}٢}{٣٦} (١٨ - س)$$

$$م' = \frac{\sqrt{٣}}{١٨} س - \frac{\sqrt{٣}}{١٨} (١٨ - س) \Leftarrow م' = \frac{\sqrt{٣}}{١٨} س - \sqrt{٣} + \frac{\sqrt{٣}}{١٨} س \Leftarrow م' = \frac{\sqrt{٣}}{٩} س - \sqrt{٣}$$

$$م' = ٠ \Leftarrow \frac{\sqrt{٣}}{٩} س - \sqrt{٣} = ٠ \Leftarrow \sqrt{٣} س = \sqrt{٣}٩ \Leftarrow س = ٩$$

$$م'' = \frac{\sqrt{٣}}{٩} > ٠ \Leftarrow \therefore س = ٩ \text{ قيمة صغرى محلية}$$

محيط المثلث الأول $= س = ٩$ ، ومنها يكون ضلع المثلث الأول $= \frac{س}{٣} = \frac{٩}{٣} = ٣$

محيط المثلث الثاني $= ١٨ - س = ١٨ - ٩ = ٩$ ، ومنها يكون ضلع المثلث الثاني $= \frac{٩}{٣} = ٣$

حل آخر :

مساحة المثلث الأول $= \frac{\sqrt{٣}}{٤} س^{٢}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

مساحة المثلث الأول $= \frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ص^{٢}

مجموع المساحتين $= \frac{\sqrt{٣}}{٤}$ س^{٢} $+ \frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ص^{٢}

م $= \frac{\sqrt{٣}}{٤}$ (س^{٢} $+ ٣٦ - ١٢$س $+$ س^{٢})

م $= \frac{\sqrt{٣}}{٤}$ (٢س^{٢} $- ١٢$س $+ ٣٦$)

م$\acute{}$ $= \frac{\sqrt{٣}}{٤}$ (٤س $- ١٢$) ، م$\acute{}$ $= ٠$

$\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ (٤س $- ١٢$) $= ٠ \Leftarrow$ ٤س $- ١٢ = ٠ \Leftarrow$ س $= ٣$

م$\acute{}$ $= \frac{\sqrt{٣}}{٤}$ (٤) $\Leftarrow$ م$\acute{}$ (٣) $\prec ٠$ عندما س $= ٣$ قيمة صغرى $\Leftarrow$ ص $= ٣$

أبعاد كل مثلث هي (٢، ٣، ٣)

انتهت أسئلة الوحدة الثانية بحمد الله

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي (أبو حذيفة)
أ – الاء عبد الساتر البرعي أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي

الوحدة الثالثة :

الدرس الأول :

السؤال الأول :

فرع أ : $\begin{bmatrix} ٨٠٠ & ٦٠٠ & ٧٥٠ \\ ٩٠٠ & ٤٥٠ & ٦٥٠ \end{bmatrix}$ الرتبة ٢×٣

فرع ب : تمثيل مجموع أنتاج فرع طولكرم = ٦٠٠+٤٥٠ = ١٠٥٠ عبوة

السؤال الثاني : فرع أ : الرتبة ٤×٣

فرع ب : $أ_{٣١} + أ_{١٢} = -٤ + ٦ = ٢$

فرع جـ : $(أ_{٢٣})^{٣} = ٢٧ \Leftarrow (-س)^{٣} = ٢٧ = ٣^{٣} \Leftarrow -س = ٣ \Leftarrow$ س = −٣

السؤال الثالث :

$س^{٢} + ١ = ١٠ \Leftarrow س^{٢} = ١٠ - ١ \Leftarrow س^{٢} = ٩ \Leftarrow$ س = ±٣ السالب مرفوض لأن $\begin{matrix} ٢ = س - ١ \\ س = ٣ \end{matrix}$

السؤال الرابع :

$$أ = \begin{bmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} \end{bmatrix} \quad أ_{ي هـ} = ٢^{ي - هـ} \Leftarrow \quad \begin{matrix} أ_{١١} = ٢^{١-١} = ١ \\ أ_{٢١} = ٢^{٢-١} = \frac{١}{٢} \\ أ_{١٢} = ٢^{١-٢} = ٢ \\ أ_{٢٢} = ٢^{٢-٢} = ١ \end{matrix} \Leftarrow أ = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$$

ملاحظة (قلب الصفوف لأعمدة)

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي | أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال الخامس : $أ_{هـ} = ب_{هـ}$

$$أ = \begin{bmatrix} ٢- & ٥ & ١ \\ ٦ & ٣- & ٥ \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} & أ_{٣١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \end{bmatrix} = أ$$

$$أ_{١١} = ب_{١١} = ٢-$$
$$أ_{٢١} = ب_{١٢} = ٥$$
$$أ_{٣١} = ب_{١٣} = ١$$
$$أ_{١٢} = ب_{٢١} = ٦$$
$$أ_{٢٢} = ب_{٢٢} = ٣-$$
$$أ_{٣٢} = ب_{٢٣} = ٥$$

$$ب = \begin{bmatrix} ٦ & ٢- \\ ٣- & ٥ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix} \Leftarrow$$

الدرس الثاني : صفحة ١٠٨

السؤال الأول : فرع أ : $٢أ + ب$

$$= ٢\begin{bmatrix} ٥ & ٣- & ٢ \\ ٢ & ٦ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٦ & ١ & ٤- \\ ٨ & ٥ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١٠ & ٦- & ٤ \\ ٤ & ١٢ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٦ & ١ & ٤- \\ ٨ & ٥ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١٦ & ٥- & ٠ \\ ١٢ & ١٧ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$٣أ - ٢ب = ٣\begin{bmatrix} ٢ & ٣- & ٢ \\ ١ & ٦ & ١ \end{bmatrix} - ٢\begin{bmatrix} ٦ & ١ & ٤- \\ ٨ & ٥ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٦ & ٩- & ٦ \\ ٣ & ١٨ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١٢ & ٢ & ٨- \\ ١٦ & ١٠ & ٤ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٣ & ١١- & ١٤ \\ ١٠- & ٨ & ١- \end{bmatrix}$$

فرع ب : $ج + د = ٢م٩$ ، الطرف الأيمن

$$= \begin{bmatrix} ١ & ٥ \\ ٥ & ٢- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٤ & ١- \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٩ \\ ٩ & ٠ \end{bmatrix}$$

الطرف الأيسر $٢م٩ = ٩\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٩ \\ ٩ & ٠ \end{bmatrix}$

الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي — أ – الاء فايز الجزار — أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة — أ- إسلام إبراهيم عبد النبي — أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال الثاني :

$$٢\begin{bmatrix}١ & ٥-\\ ٢ & ٥\end{bmatrix}-٣س=س+م_{٢} \Leftarrow \begin{bmatrix}٢ & ١٠-\\ ١٠ & ٤\end{bmatrix}-٣س=س+\begin{bmatrix}١ & ٠\\ ٠ & ١\end{bmatrix}$$

المجاهيل = المصفوفات

$$٣س+س=\begin{bmatrix}٢ & ١٠-\\ ١٠ & ٤\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}١ & ٠\\ ٠ & ١\end{bmatrix} \Leftarrow ٤س=\begin{bmatrix}١ & ١٠-\\ ١٠ & ٣\end{bmatrix}$$

$$س=\frac{١}{٤}\begin{bmatrix}١ & ١٠-\\ ١٠ & ٣\end{bmatrix} \Leftarrow س=\begin{bmatrix}\frac{١}{٤} & \frac{١٠-}{٤}\\ \frac{١٠}{٤} & \frac{٣}{٤}\end{bmatrix}$$

السؤال الثالث :

$$ا٢+جـ=و \Leftarrow ا٢=\begin{bmatrix}٢ & ٥-\\ ١ & ٣\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}٠ & ٠\\ ٠ & ٠\end{bmatrix} \Leftarrow ا٢=\begin{bmatrix}٢ & ٥-\\ ١ & ٣\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}٠ & ٠\\ ٠ & ٠\end{bmatrix}$$

$$ا٢=\begin{bmatrix}٢- & ٥\\ ١- & ٣\end{bmatrix} \Leftarrow ا=\frac{١}{٢}\begin{bmatrix}٢- & ٥\\ ١- & ٣-\end{bmatrix} \Leftarrow ا=\begin{bmatrix}١- & \frac{٥}{٢}\\ \frac{١-}{٢} & \frac{٣-}{٢}\end{bmatrix}$$

السؤال الرابع :

$$س\begin{bmatrix}٠\\ ٠\\ ٣\end{bmatrix}+ص\begin{bmatrix}٠\\ ٣\\ ٥\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٠\\ ٩\\ ٣-\end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix}٠\\ ٠\\ ٣س\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}٠\\ ٣ص\\ ٥ص\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٠\\ ٩\\ ٣-\end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix}٠\\ ٣ص\\ ٣س+٥ص\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٠\\ ٩\\ ٣-\end{bmatrix}$$

$$٣ص=٩ \Leftarrow ص=٣$$

$$٣س+٥ص=-٣ \Leftarrow ٣س+٥\times٣=-٣ \Leftarrow ٣س+١٥=-٣ \Leftarrow ٣س=-١٨ \Leftarrow س=-٦$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي | أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال الخامس :

$$س + ٢ص = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ -٢ & -١١ \end{bmatrix} \leftarrow [١]$$

$$٣س - ص = \begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ -٨ & ٥ \end{bmatrix} \leftarrow [٢]$$

بضرب المعادلة ٢ في ٢

$$٦س - ٢ص = \begin{bmatrix} -٦ & ١٠ \\ -١٦ & ١٠ \end{bmatrix} \leftarrow [٣]$$

بجمع المعادلة ١ مع العادلة ٢

$$٧س = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ -٢ & -١١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٦ & ١٠ \\ -١٦ & ١٠ \end{bmatrix} \Leftarrow ٧س = \begin{bmatrix} -٧ & ٧ \\ -١٤ & ٢١ \end{bmatrix}$$

بالتعويض في المعادلة ١

$$س = \frac{١}{٧} \begin{bmatrix} -٧ & ٧ \\ -١٤ & ٢١ \end{bmatrix} \Leftarrow س = \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$٢ص = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ -٢ & -١١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix} \Leftarrow ٢ص = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ -٢ & -١١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$ص = \frac{١}{٢} \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ -٤ & -٨ \end{bmatrix} \Leftarrow ٢ص = \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ -٤ & -٨ \end{bmatrix}$$

$$س = \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix} \text{ ، } ص = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ -٢ & -٤ \end{bmatrix}$$

السؤال الرابع :

$$س \begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \\ ٣ \end{bmatrix} + ص \begin{bmatrix} ٠ \\ ٣ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٩ \\ -٣ \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} ٠ \\ ٩ \\ -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٣ص \\ ٥ص \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \\ ٣س \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} ٠ \\ ٩ \\ -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٣ص \\ ٣س + ٥ص \end{bmatrix}$$

$$٣ص = ٩ \Leftarrow ص = ٣$$

$$٣س + ٥ص = -٣ \Leftarrow ٣س + ٥ \times ٣ = -٣ \Leftarrow ٣س + ١٥ = -٣ \Leftarrow ٣س = -١٨ \Leftarrow س = -٦$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي | أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال الخامس :

$$\text{س} + ٢\text{ص} = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢- & ١١- \end{bmatrix} \leftarrow [١]$$

بضرب المعادلة 2 في 2

$$٣\text{س} - \text{ص} = \begin{bmatrix} ٣- & ٥ \\ ٨- & ٥ \end{bmatrix} \leftarrow [٢]$$

$$٦\text{س} - ٢\text{ص} = \begin{bmatrix} ٦- & ١٠ \\ ١٦- & ١٠ \end{bmatrix} \leftarrow [٣]$$

بجمع المعادلة 1 مع العادلة 2

بالتعويض في المعادلة 1

$$٧\text{س} = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢- & ١١- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٦- & ١٠ \\ ١٦- & ١٠ \end{bmatrix} \Leftarrow ٧\text{س} = \begin{bmatrix} ٧- & ٧ \\ ١٤- & ٢١- \end{bmatrix}$$

$$\text{س} = \frac{١}{٧} \begin{bmatrix} ٧- & ٧ \\ ١٤- & ٢١- \end{bmatrix} \Leftarrow \text{س} = \begin{bmatrix} ١- & ١ \\ ٢- & ٣- \end{bmatrix}$$

$$٢\text{ص} = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢- & ١١- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١- & ١ \\ ٢- & ٣- \end{bmatrix} \Leftarrow ٢\text{ص} = \begin{bmatrix} ١- & ١ \\ ٢- & ٣- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢- & ١١- \end{bmatrix}$$

$$\text{ص} = \frac{١}{٢} \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ٨- & ٤- \end{bmatrix} \Leftarrow ٢\text{ص} = \begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ٨- & ٤- \end{bmatrix} \Leftarrow \text{ص} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٤- & ٢- \end{bmatrix}$$

$$\text{س} = \begin{bmatrix} ١- & ١ \\ ٢- & ٣- \end{bmatrix} \text{ ، ص} = \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٤- & ٢- \end{bmatrix}$$

الدرس الثاني : صفحة ١١٣

السؤال الأول : فرع أ $\underset{٢\times٥}{\text{أ}} \cdot \underset{[٤\times٥]}{\text{ب}} = \underset{٤\times٢}{\text{جـ}}$ رتبة المصفوفة ب هي $[٤\times٥]$

فرع ب $\underset{٣\times٣}{\text{أ}} \cdot \underset{[٥\times٣]}{\text{ب}} = \underset{٥\times٣}{\text{جـ}}$ رتبة المصفوفة ب هي $[٥\times٣]$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي | أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال الثاني :

فرع أ

$$\text{أ}\cdot\text{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٢- & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٥ & ٦ & ٢- \\ ٤ & ٠ & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤\times٥+٥\times٤ & ٠\times٥+٦\times٤ & ٧\times٥+٢-\times٤ \\ ٤\times١+٥\times٢- & ٠\times١+٦\times٢- & ٧\times١+٢-\times٢- \end{bmatrix}$$

$$\text{أ}\cdot\text{ب} = \begin{bmatrix} ٤٠ & ٢٤ & ٢٧ \\ ٦- & ١٢- & ١١ \end{bmatrix}$$

فرع ب

$$\text{ب}\cdot\text{جـ} = \begin{bmatrix} ١ & ٤- \\ ٣ & ٥ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٥ & ٦ & ٢- \\ ٤ & ٠ & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١\times٥+٥\times٤ & ٠\times٤-+٦\times١ & ٧\times٤-+٢-\times١ \\ ٣\times٥+٥\times٤ & ٠\times٥+٦\times٣ & ٧\times٥+٢-\times٣ \\ ٢\times٥+٥\times٤ & ٠\times٢+٦\times٢ & ٧\times٢+٢-\times٢ \end{bmatrix}$$

$$\text{ب}\cdot\text{جـ} = \begin{bmatrix} ١١- & ٦ & ٣٠- \\ ٣٥ & ١٨ & ٢٩ \\ ١٨ & ١٢ & ١٠ \end{bmatrix}$$

فرع جـ

$$\text{أ}^{٢}\cdot = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٢- & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٢- & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤\times٥+٥\times٤ & ٢-\times٥+٤\times٤ \\ ٥\times١+٥\times٢- & ٢-\times١+٤\times٢- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٢٥ \\ ١٠- & ٩- \end{bmatrix}$$

السؤال الثالث :

$$\begin{bmatrix} ٣ & س & ٥ \\ ١- & ٥ & ٢- \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٦ \\ ٤ & ص \\ ٥ & ٨ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٠ & ٦٤ \\ ٥ & ٣٤- \end{bmatrix}$$

$$٣\times١+س\times٤+٥\times٥=٢٠ \Leftarrow ٣+٤س+٢٥=٢٠ \Leftarrow ٤س+٢٨=٢٠$$

$$٤س=٢٠-٢٨ \Leftarrow ٤س=٨- \Leftarrow س=٢-$$

$$١\times٦+٤\times ص+٢-\times٨=٣٤- \Leftarrow ٦-٤ص+١٦-=٣٤-$$

$$٤ص-٢٢=٣٤- \Leftarrow ٤ص=٣٤-+٢٢ \Leftarrow ٤ص=١٢- \Leftarrow ص=٣-$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال الرابع : $س = [٢ \quad ٣ \quad -١] \begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ ٢ & ١ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix} = [١١ \quad ١٣] \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$

$= [٣٥ \quad ٤٠] = ٥[٧ \quad ٨] = ٥ص$

السؤال الخامس : $أ = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$

$أ - ب = أ - ب = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ -١ & -١ \end{bmatrix}$

$أ + ب = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & ٧ \end{bmatrix}$

$(أ - ب)(أ + ب) = \begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ -١ & -١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ١ & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ -١٠ & ٢ \end{bmatrix}$

$(أ)^{٢} = أ \cdot أ = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ ٩ & ٠ \end{bmatrix}$

$(ب)^{٢} = ب \cdot ب = \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٦ \\ ٣ & ١٨ \end{bmatrix}$

$(أ)^{٢} - (ب)^{٢} = \begin{bmatrix} ٥ & ٤ \\ ٩ & ٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٣ & ٦ \\ ٣ & ١٨ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ & -١ \\ -٣ & -٩ \end{bmatrix}$

نلاحظ أن $(أ)^{٢} - (ب)^{٢} \neq (أ - ب)(أ + ب)$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال السادس : $(أ)^{٢} = ب \Leftarrow أ^{٢} = ب$

$$\begin{bmatrix} س & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س & ١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix} \Leftarrow \begin{bmatrix} س^{٢} & ٠ \\ س+١ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix}$$

لا يمكن لأن المصفوفتان غير متساويتان حيث $١ \neq ٠$ م.ع $= \varnothing$

السؤال السابع :

فرع أ : $أ + د = ب \cdot د \Leftarrow \begin{bmatrix} ٢ \\ -٣ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$

$$\Leftarrow \begin{bmatrix} ٢+س \\ -٣+ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣س+٢ص \\ س \end{bmatrix}$$

$٢+س = ٣س+٢ص \Leftarrow ٢س+٢ص = ٢ \Leftarrow س+ص+١ \leftarrow \boxed{١}$

$-٣+ص = س \Leftarrow س-ص = -٣ \leftarrow \boxed{٢}$ بجمع المعادلة ١ مع المعادلة ٢

$٢س = -٢ \Leftarrow س = -١$ بالتعويض في المعادلة ١ $ص = ٢$

$$د = \begin{bmatrix} -١ \\ ٢ \end{bmatrix}$$

فرع ب : $جـ^{٣} = جـ \cdot جـ \cdot جـ$

$$= \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ \frac{\sqrt{٣}}{٢} & -١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ \frac{\sqrt{٣}}{٢} & -١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ \frac{\sqrt{٣}}{٢} & -١ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ \frac{\sqrt{٣}}{٢} & -١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ \frac{\sqrt{٣}}{٢} & -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي | أ – الاء عبد الساتر البرعي

الدرس الثالث :

السؤال الأول :

فرع أ :
$$\begin{vmatrix} ٢ & ٣- & ٤- \\ ١ & ٥ & ٦ \\ ٢ & ٣ & ٤- \end{vmatrix} = -٤\begin{vmatrix} ١ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} - ٣\begin{vmatrix} ١ & ٦ \\ ٢ & ٤- \end{vmatrix} + ٢\begin{vmatrix} ٥ & ٦ \\ ٣ & ٤- \end{vmatrix}$$
$$= -٤ \times (٥ \times ٢ - ١ \times ٣) - ٣ \times (٦ \times ٢ - - ١ \times ٤) + ٢ \times (٦ \times ٣ - - ٥ \times ٤)$$
$$= -٤ \times ٧ - ٣ \times ١٦ + ٢ \times ٣٨ = -٢٨ - ٤٨ + ٧٦ = ٠$$

فرع ب :
$$\begin{vmatrix} ٢ & ٤- \\ ٨ & ٨ \end{vmatrix} = ٢ \times ٨ - ٨ \times ٤- = ١٦ - - ١٦ = ٣٢$$

فرع جـ : $|م_{٣}^{٥}| = ٥^{٣} \times |م_{٣}| = ١ \times ٥^{٣} = ١٢٥$ م مصفوفة وحدة مربعة من الرتبة ٣×٣

السؤال الثاني:
$$\begin{vmatrix} ٢ & ١- & ٣ \\ ٤ & س & ٥ \\ ١ & ٦ & ٣ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س & ١- \\ ١ & س \end{vmatrix}$$
$$٢\begin{vmatrix} س & ٥ \\ ٦ & ٣ \end{vmatrix} - - ١\begin{vmatrix} ٤ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} + ٣\begin{vmatrix} ٤ & س \\ ٦ & ١ \end{vmatrix} = س^{٢} - - ١$$
$$٢(س \times ٣ - ٥ \times ٦) + ١(٤ \times ٣ - ١ \times ٥) + ٣(٤ \times ٦ - ١ \times س) = س^{٢} + ١$$
$$٢(٣س - ٣٠) + ١(١٢ - ٥) + ٣(٢٤ - س) = س^{٢} + ١$$
$$٦س - ٦٠ + ١٢ - ٥ + ٧٢ - ٣س = س^{٢} + ١$$
$$٣س + ١٩ = س^{٢} + ١ \Leftarrow س^{٢} - ٣س - ١٨ = ٠$$
$$(س - ٦)(س + ٣) = ٠ \Leftarrow س = ٦ ، س = -٣$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي | أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال الثالث : أ ، ب مصفوفتان من الرتبة الثانية

$|أ^{٣}| = ٥٤$ $\quad$ $|أ ب| = -١٢$ $\quad$ $|٢أ + ٥ب| = ٤|أ| + ٢٥|ب|$

$٣|أ|^{٢} = ٥٤$ $\quad$ $|أ||ب| = -١٢$ $\quad$ $= ٤ \times ٦ + ٢٥ \times -٢ = -٢٦$

$٩|أ| = ٥٤$ $\quad$ $٦|ب| = -١٢$

$|أ| = ٦$ $\quad$ $|ب| = -٢$

السؤال الرابع : $|أ^{٣}| = ١٢٥ \Leftarrow |أ|^{٣} = ١٢٥ \Leftarrow |أ| = ٥$

$$|أ| = \begin{vmatrix} س & ٢ \\ ٢ & س \end{vmatrix} = س^{٢} - ٤ \Leftarrow (س^{٢} - ٤) = ٥ \Leftarrow س^{٢} = ٩ \Leftarrow س = \pm ٣$$

السؤال الخامس : $(س_{١}، ص_{١}) = (٢، ٣)$ ، $(س_{٢}، ص_{٢}) = (٧، ٥)$

$$\begin{vmatrix} س & ص & ١ \\ س_{١} & ص_{١} & ١ \\ س_{٢} & ص_{٢} & ١ \end{vmatrix} = ٠ \Leftarrow \begin{vmatrix} \overset{+}{س} & \overset{-}{ص} & \overset{+}{١} \\ \overset{-}{٣} & \overset{+}{٢} & \overset{-}{١} \\ \overset{+}{٥} & \overset{-}{٧} & \overset{+}{١} \end{vmatrix} = ٠$$

بإستخدام مدخلات العمود الثالث

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ ٥ & ٧ \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} س & ص \\ ٥ & ٧ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} س & ص \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ٠ \Leftarrow -١١ - (٧س - ٥ص) + (٢س - ٣ص) = ٠$$

$$-١١ - ٧س + ٥ص + ٢س - ٣ص = ٠ \Leftarrow ٨ص - ٥س + ١١ = ٠ \Leftarrow ٨ص = ٥س - ١١$$

السؤال السادس :

فرع أ : بضرب الصف الأول في -2 ثم جمعه مع الصف الثاني

فرع ب : إخراج 3 عامل مشترك من العمود الثاني وتساوي العمود الأول والعمود الثاني

فرع جـ : تبديل العمود الأول والعمود الثاني

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي

أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال السابع :

فرع أ : $\begin{vmatrix} ب+جـ & أ & 1 \\ أ+ب & جـ & 1 \\ أ+جـ & ب & 1 \end{vmatrix} = 0$ بضرب العمود الثاني في 1 وجمعه مع العمود الأول

$\begin{vmatrix} أ+ب+جـ & أ & 1 \\ أ+ب+جـ & جـ & 1 \\ أ+ب+جـ & ب & 1 \end{vmatrix}$ بأخذ أ+ب+جـ عامل مشترك من العمود الأول

$(أ+ب+جـ)\begin{vmatrix} 1 & أ & 1 \\ 1 & جـ & 1 \\ 1 & ب & 1 \end{vmatrix}$ العمودان متساويان ⇐ المحدد يساوي صفر

⇐ $(أ+ب+جـ)\times 0 = 0$

فرع ب : $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 11 \\ 0 & -4 & 9 \\ 0 & 0 & 10 \end{vmatrix} = -200$ ⇐ $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 11 \\ 0 & -4 & 9 \\ 0 & 0 & 10 \end{vmatrix} = 5\times -4\times 10 = -200$

الدرس الرابع :

السؤال الأول :

فرع أ : $|أ| = \begin{vmatrix} 4 & -8 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 24 - -24 = 48$ لها نظير ضربي

فرع ب : $|ب| = \begin{vmatrix} جاس & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = جاس + 3$ ، جاس $\neq -3$ لها نظير ضربي

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

فرع جـ : $|جـ| = \begin{vmatrix} ٣ & ٣ \\ ٣ & ٣ \end{vmatrix} = ٩ - ٩ = ٠$ ليس لها نظير ضربي

فرع د : $|د| = \begin{vmatrix} ٢ & ١- & ٢ \\ ٦ & ٣- & ٩ \\ ٢ & ٨ & ١- \end{vmatrix} = ٣ \begin{vmatrix} ٢ & ١- & ٢ \\ ٣ & ١- & ٣ \\ ٢ & ٨ & ١- \end{vmatrix} = ٣ \times ٠ = ٠$ ليس لها نظير ضربي

السؤال الثاني :

فرع أ : $|أ| = ٠ \Leftarrow \begin{vmatrix} ك & ك \\ ٤ & ٢ك \end{vmatrix} = ٠ \Leftarrow ٢ك^{٢} - ٤ك = ٠ \Leftarrow ك(٢ك - ٤) = ٠ \Leftarrow ك = ٠ ، ك = ٢$

فرع ب : $|ب| = ٠ \Leftarrow \begin{vmatrix} ك & ٤ \\ ١ & ك \end{vmatrix} = ٠ \Leftarrow ك^{٢} - ٤ = ٠ \Leftarrow ك^{٢} = ٤ \Leftarrow ك = \pm ٢$

السؤال الثالث :

$|أ| = \begin{vmatrix} ٥ & ٤ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ١٠ - ١٢ = ٢$

فرع أ : $أ^{-١} = \frac{١}{٢} \begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٣- & ٥ \end{bmatrix} \Leftarrow أ^{-١} = \begin{bmatrix} \frac{٣}{٢} & ٢ \\ ١- & ٢ \end{bmatrix} \Leftarrow |أ^{-١}| = \begin{vmatrix} \frac{٣}{٢} & ٢ \\ ١- & ٢ \end{vmatrix} = ٣ - \frac{٥}{٢} = \frac{١}{٢}$

فرع ب : $|أ^{-١}| = \frac{١}{|أ|} = \frac{١}{٢}$

$(أ^{-١})^{-١} = ٢ \begin{bmatrix} ٢ & \frac{٥}{٢} \\ ١ & \frac{٣}{٢} \end{bmatrix} \Leftarrow (أ^{-١})^{-١} = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix}$

نلاحظ أن $(أ^{-١})^{-١} = أ \Leftarrow |أ^{-١}| = \frac{١}{|أ|}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال الرابع : $|أ| = ٣س - ١٠$

$$|أ^{-١}| = \frac{١}{|أ|} = \frac{١}{٣س - ١٠} \Leftarrow \frac{١}{٥} = ٥ = ٣س - ١٠ \Leftarrow ١٥ = ٣س \Leftarrow س = ٥$$

السؤال الخامس : $|أ| = س ص + ٣$

$$|أ^{-١}| = \frac{١}{|أ|} \Leftarrow |أ^{-١}| |أ| = ١ \Leftarrow (|أ|)^{٢} = ١ \Leftarrow |أ| = \pm ١$$

$$\Leftarrow س ص + ٣ = ١ \Leftarrow س ص = -٢ \text{ ، } \Leftarrow س ص + ٣ = -١ \Leftarrow س ص = -٤$$

السؤال السادس : $|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix} = ٢ - ١٢ = -١٠$

$$أ^{-١} = \frac{-١}{١٠} \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٤ & ١ \end{bmatrix}$$

$$أ \cdot جـ = ب \Leftarrow أ^{-١} \cdot أ \cdot جـ = أ^{-١} \cdot ب \Leftarrow جـ = أ^{-١} \cdot ب$$

$$جـ = \frac{-١}{١٠} \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -٤ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix} \frac{-١}{١٠} = \begin{bmatrix} -٥ & -٦ \\ -٥ & -٨ \end{bmatrix} \frac{-١}{١٠} = \begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & \frac{٣}{٥} \\ \frac{١}{٢} & \frac{٤}{٥} \end{bmatrix} \Leftarrow |جـ| = \frac{٢}{٥} - \frac{٣}{١٠} = \frac{١}{١٠}$$

$$جـ^{-١} = \frac{١}{\frac{١}{١٠}} \begin{bmatrix} -\frac{١}{٢} & \frac{٤}{٥} \\ \frac{١}{٢} & -\frac{٣}{٥} \end{bmatrix} = ١٠ \begin{bmatrix} -\frac{١}{٢} & \frac{٤}{٥} \\ \frac{١}{٢} & -\frac{٣}{٥} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٥ & ٨ \\ ٥ & -٦ \end{bmatrix}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي | أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال السابع : نريد إثبات : $(ك أ)^{-1} = \frac{1}{ك}(أ)^{-1}$

$(ك أ)(ك أ)^{-1} = م$

$\frac{1}{ك}(ك أ)(ك أ)^{-1} = \frac{1}{ك} م$

$أ (ك أ)^{-1} = \frac{1}{ك} م$

$أ^{-1} أ (ك أ)^{-1} = أ^{-1} \frac{1}{ك} م$

$(ك أ)^{-1} = \frac{1}{ك}(أ)^{-1}$

السؤال الثامن : أ مصفوفة غير منفردة

$أ^{-1} أ = م = أ^{-1} أ$

يوجد $أ^{-1}$ حيث أن $أ \cdot ب = أ \cdot جـ$

$أ^{-1} أ \cdot ب = أ^{-1} أ \cdot جـ$

$ب = جـ$

الدرس الخامس :

السؤال الأول : فرع أ :

$س - ص = ٣$

$٢س + ص = ٦$

$$\begin{bmatrix} ٣ \\ ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & -١ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ١ & -١ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ١ \times ٢ - -١ \times ١ = ٢ - -١ = ٣$$

$$أ^{-1} = \frac{١}{٣} \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{١}{٣} & \frac{١}{٣} \\ \frac{-٢}{٣} & \frac{١}{٣} \end{bmatrix}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

$$\begin{bmatrix} ٣ \\ ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ \\ ٦ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{١}{٣} & \frac{١}{٣} \\ \frac{١}{٣} & \frac{-٢}{٣} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$$س = ٣ \quad \Leftarrow \quad ص = ٠$$

فرع ب : $س + ص = ٢$

$١٠ س + ص = ١١$

$$\begin{bmatrix} ٢ \\ ١١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١٠ & ١ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ١٠ & ١ \end{vmatrix} = ١ \times ١ - ١٠ \times ١ = ١ - ١٠ = -٩$$

$$أ^{-١} = \frac{١}{-٩} \begin{bmatrix} -١ & ١ \\ -١٠ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-١}{٩} & \frac{١}{٩} \\ \frac{-١٠}{٩} & \frac{١}{٩} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ١ \\ ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ \\ ١١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{١}{٩} & \frac{-١}{٩} \\ \frac{-١٠}{٩} & \frac{١}{٩} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$$

$$س = ١ \quad \Leftarrow \quad ص = ١$$

السؤال الثاني :

فرع أ : $س - ص = ٥$

$س + ٢ص = ٢$

$$\left[\begin{array}{cc|c} ١ & -١ & ٥ \\ ١ & ٢ & ٢ \end{array}\right]$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ١ & -١ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ١ \times ٢ - -١ \times ١ = ٢ - -١ = ٣$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

$$|أ_{س}| = \begin{vmatrix} ٥ & ١- \\ ٢ & ٢ \end{vmatrix} = ٥ \times ٢ - ٢ \times ١- = ١٠ - - ٢ = ١٢$$

$$|أ_{ص}| = \begin{vmatrix} ١ & ٥ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ١ \times ٢ - ١ \times ٥ = ٢ - ٥ = ٣-$$

$$س = \frac{|أ_{س}|}{|أ|} = \frac{١٢}{٣} = ٤ \quad ، \quad ص = \frac{|أ_{ص}|}{|أ|} = \frac{٣-}{٣} = ١-$$

فرع ب : $س + ص = ٣-$ ، $٢ص + س = ٢-$

$$\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} = ١ \times ١ - ٢ \times ١ = ١ - ٢ = ١-$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = ١ \times ١ - ٢ \times ١ = ١ - ٢ = ١-$$

$$|أ_{س}| = \begin{vmatrix} ١ & ٣- \\ ٢ & ٢- \end{vmatrix} = ١ \times ٢ - - ٢ \times ٣- = ٢ - - ٦ - = ٤-$$

$$|أ_{ص}| = \begin{vmatrix} ٣- & ١ \\ ٢- & ١ \end{vmatrix} = ٣- \times ١ - ٢- \times ١ = ٣- - - ٢- = ٣- + ٢ = ١-$$

$$س = \frac{|أ_{س}|}{|أ|} = \frac{٤-}{١-} = ٤ \quad ، \quad ص = \frac{|أ_{ص}|}{|أ|} = \frac{١-}{١-} = ١$$

السؤال الثالث : $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ١- & ١ \end{bmatrix}$ مصفوفة المعاملات

$$أ_{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ٣- & ١ \end{bmatrix} \quad \text{مصفوفة الثوابت} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ٣- \end{bmatrix}$$

$$أ_{ص} = \begin{bmatrix} ٢ & ٥ \\ ١- & ٣- \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ٢ & ٣- \\ ١- & ١ \end{vmatrix} = ٢ \times ١ - - ١ \times ٣- = ٢ - ٣ = ١-$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

$$|أ_{س}| = \begin{vmatrix} ٥ & ٣- \\ ٣- & ١ \end{vmatrix} = ٥ \times ١ - - ٣ \times ٣ - = ٥ - ٩ = ٤-$$

$$|أ_{ص}| = \begin{vmatrix} ٢ & ٥ \\ ١- & ٣- \end{vmatrix} = ٢ \times ٣- - ١ \times ٥ = ٦- + ٥ = ١-$$

$$س = \frac{|أ_{س}|}{|أ|} = \frac{٤-}{١-} = ٤ \quad ، \quad ص = \frac{|أ_{ص}|}{|أ|} = \frac{١-}{١-} = ١$$

السؤال الرابع : $٣س - ص = ١$
$س + ٢ص = ٥$

$$\left[\begin{array}{cc|c} ٣ & ١- & ١ \\ ١ & ٢ & ٥ \end{array}\right]$$ باستبدال الصفين

$$\left[\begin{array}{cc|c} ١ & ٢ & ٥ \\ ٣ & ١- & ١ \end{array}\right]$$ بضرب الصف الأول في -3 وأضافته للصف الثاني

$$\left[\begin{array}{cc|c} ١ & ٢ & ٥ \\ ٠ & ٧- & ١٤- \end{array}\right]$$

$-٧ص = -١٤ \Leftarrow ص = ٢$

$س + ٢ص = ٥ \Leftarrow س + ٢ \times ٢ = ٥ \Leftarrow س = ١$

السؤال الخامس : $س - ص + ع = ٦$
$س + ٢ص + ع = ٣$
$٢س + ص - ع = ٠$

الترتيب جاهز

$$\left|\begin{array}{ccc|c} ١ & ١- & ١ & ٦ \\ ١ & ٢ & ١ & ٣ \\ ٢ & ١- & ١ & ٠ \end{array}\right|$$ بضرب الصف الأول في -1 وأضافته للصف الثاني

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي | أ – الاء عبد الساتر البرعي

$\begin{vmatrix} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ٠ & ٣ & ٠ & -٣ \\ ٢ & ١ & -١ & ٠ \end{vmatrix}$ بضرب الصف الأول في -2 وأضافته إلى الصف الثالث

$\begin{vmatrix} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ٠ & ٣ & ٠ & -٣ \\ ٠ & ٣ & -٣ & -١٢ \end{vmatrix}$ بضرب الصف الثاني في -1 وأضافته إلى الصف الثالث

$\begin{vmatrix} ١ & -١ & ١ & ٦ \\ ٠ & ٣ & ٠ & -٣ \\ ٠ & ٠ & -٣ & -٩ \end{vmatrix}$

$-٣ع = -٩ \Leftarrow \boxed{ع = ٣}$

$٣ص = -٣ \Leftarrow \boxed{ص = -١}$

$س - (-١) + ٣ = ٦ \Leftarrow \boxed{س = ٢}$

تمارين عامة :

السؤال الأول :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
جـ	جـ	جـ	د	أ	ب	د	ب	د	أ

السؤال الثاني : $\begin{vmatrix} س & ١ \\ ص & ٢ \end{vmatrix} = ٧ \Leftarrow ٢س - ص = ٧$ ، $\begin{vmatrix} ص & -١ \\ س & -٤ \end{vmatrix} = ٧ \Leftarrow -س + ٤ص = ٧$

$\boxed{١} \leftarrow ٢س - ص = ٧$

$\boxed{٢} \leftarrow -س + ٤ص = ٧$ بضرب المعادلة 2 في 2

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

$-٢س+٨ص=١٤ \leftarrow$ [٣] بجمع المعادلة 1 مع المعادلة 3

$٧ص=٢١ \Leftarrow ص=٣$ بالتعويض في المعادلة 1 $٢س-٣=٧ \Leftarrow ٢س=١٠ \Leftarrow س=٥$

السؤال الثالث :

فرع أ : $|أ| = \begin{vmatrix} ٥ & -٣ \\ ٤ & -٢ \end{vmatrix} = -٣\times٤ - -٥\times٢ = -١٢+١٠ = -٢$ ، $أ^{-١} = \frac{١}{-٢}\begin{bmatrix} ٤ & -٥ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$

$|أ^{-١}| = -٢\times\frac{١}{-٢}\begin{bmatrix} ٤ & -٥ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & -٥ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$

فرع ب : $|أ٣| = \begin{vmatrix} ٩ & -١٥ \\ ١٢ & -٦ \end{vmatrix} = -٩\times١٢ - -١٥\times٦ = -١٠٨+٩٠ = -١٨$

حل آخر فرع ب : $|أ٣| = ٣^{٢}\times|أ| = ٩\times-٢ = -١٨$

فرع جـ : $-أ٢ = \begin{bmatrix} ٦ & -١٠ \\ ٤ & -٨ \end{bmatrix} \Leftarrow |-أ٢| = \begin{vmatrix} ٦ & -١٠ \\ ٤ & -٨ \end{vmatrix} = ٦\times-٨ - ٤\times-١٠ = -٤٨+٤٠ = -٨$

$(-أ٢)^{-١} = \frac{١}{-٨}\begin{bmatrix} -٨ & ١٠ \\ -٤ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{٥}{٤} & ١ \\ -\frac{٣}{٤} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$

حل آخر فرع جـ $(-أ٢)^{-١} = أ^{-١}\frac{-١}{٢} = |أ^{-١}|\times\frac{-١}{٢}\times\frac{-١}{٢} = \begin{bmatrix} -\frac{٥}{٤} & ١ \\ -\frac{٣}{٤} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & -٥ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال الرابع :

$$\begin{vmatrix} ١ & س & ٢ \\ س & ٣ & س \\ ٤ & ٥ & ٥ \end{vmatrix} = -٩$$

$$١\begin{vmatrix} ٣ & س \\ ٥ & س \end{vmatrix} - س\begin{vmatrix} س & س \\ ٤ & ٥ \end{vmatrix} + ٢\begin{vmatrix} س & ٣ \\ ٤ & س \end{vmatrix} = -٩$$

س أي عدد حقيقي

$$١(٣ \times ٥ - س \times س) - س(س \times ٥ - ٤ \times س) + ٢(س \times س - ٤ \times ٣) = -٩$$

$$١(١٥ - س^{٢}) - س(٥س - ٤س) + ٢(س^{٢} - ١٢) = -٩$$

$$١٥ - س^{٢} - ٥س^{٢} + ٤س^{٢} + ٢س^{٢} - ٢٤ = -٩$$

$$-٩ = -٩$$

السؤال الخامس :

فرع أ :

$$\begin{bmatrix} ٣ \\ ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ٣ \end{vmatrix} = ٢ \times ٣ - ٤ \times ١ = ٤ - ٦ = -٢$$

$$أ^{-١} = \frac{١}{-٢} \begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ ١ & -٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{٣}{٢} & ١ \\ \frac{١}{٢} & -١ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{٣}{٢} & ١ \\ \frac{١}{٢} & -١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣ \\ ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٥ \\ ٤ \end{bmatrix}$$

$$س = -٥ \Leftarrow ص = ٤$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي | أ – الاء فايز الجزار | أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة | أ- إسلام إبراهيم عبد النبي | أ – الاء عبد الساتر البرعي

فرع ب : $[\text{س} \quad \text{ص}] \cdot \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ -١ & -٢ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٣ & -١ & ١ \\ ٠ & ٠ & ٢ \end{bmatrix} = [٤ \quad -٣ \quad ١١]$

$[٣\text{س} \quad -٢\text{ص}] \cdot \begin{bmatrix} ١ & -١ & ٣ \\ ٢ & ٠ & ٤ \end{bmatrix} = [٤ \quad -٣ \quad ١١]$

$[٣\text{س} - ٤\text{ص} \quad -٣\text{س} \quad ٩\text{س} - ٨\text{ص}] = [٤ \quad -٣ \quad ١١]$

$-٣\text{س} = -٣ \Leftarrow \text{س} = ١$

$٣\text{س} - ٤\text{ص} = ٤ \Leftarrow ٣ \times ١ - ٤\text{ص} = ٤ \Leftarrow -٤\text{ص} = ١ \Leftarrow \text{ص} = \frac{-١}{٤}$

السؤال السادس :

$|أ| = \begin{bmatrix} \text{س} & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix} \Leftarrow |أ| = \begin{vmatrix} \text{س} & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{vmatrix} = ٤\text{س} - ١٥$

$أ^{-١} = \frac{١}{٤\text{س} - ١٥} \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ -٥ & \text{س} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{٤}{٤\text{س} - ١٥} & \frac{-٣}{٤\text{س} - ١٥} \\ \frac{-٥}{٤\text{س} - ١٥} & \frac{\text{س}}{٤\text{س} - ١٥} \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} ٤ & \text{ص} \\ -٥ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{٤}{٤\text{س} - ١٥} & \frac{-٣}{٤\text{س} - ١٥} \\ \frac{-٥}{٤\text{س} - ١٥} & \frac{\text{س}}{٤\text{س} - ١٥} \end{bmatrix}$

$\frac{٤}{٤\text{س} - ١٥} = ٤ \Leftarrow ٤\text{س} - ١٥ = ١ \Leftarrow ٤\text{س} = ١٦ \Leftarrow \text{س} = ٤$

$\frac{-٣}{٤\text{س} - ١٥} = \text{ص} \Leftarrow \text{ص} = \frac{-٣}{٤ \times ٤ - ١٥} \Leftarrow \text{ص} = -٣$

حل آخر

$م = أ^{-١} \times أ$

$\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & \text{ص} \\ -٥ & ٤ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣ & \text{س} \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix}$

$٤\text{س} - ١٥ = ١ \Leftarrow ٤\text{س} = ١٦ \Leftarrow \text{س} = ٤$

$\text{س ص} + ١٢ = ٠ \Leftarrow ٤\text{ص} = -١٢ \Leftarrow \text{ص} = -٣$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي — أ – الاء فايز الجزار — أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة — أ- إسلام إبراهيم عبد النبي — أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال السابع :

$أ \times ب = و \Leftarrow |أ \times ب| = |و| \Leftarrow |أ| \times |ب| = ٠$

$|أ| = ٠$ لا يوجد نظير ، $|ب| = ٠$ لا يوجد نظير

السؤال الثامن :

فرع أ : $ن س - ص = ٥$ ، $ك س + ص = ٣$

$$\begin{bmatrix} ٥ \\ ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ن & -١ \\ ك & ١ \end{bmatrix}$$

$$|أ_{ص}| = \begin{vmatrix} ن & ٥ \\ ك & ٣ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٥ & ٦ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix}$$

$ن = ٦$ ، $ك = ٢$

فرع ب : $٦س - ص = ٥$ ، $٢س + ص = ٣$

$$\begin{bmatrix} ٥ \\ ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٦ & -١ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ٦ & -١ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = ٦ - -٢ = ٨$$

$$|أ_{س}| = \begin{vmatrix} ٥ & -١ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix} = ٥ - -٣ = ٨$$

$$|أ_{ص}| = \begin{vmatrix} ٥ & ٦ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ١٠ - ١٨ = ٨$$

$$س = \frac{|أ_{س}|}{|أ|} = \frac{٨}{٨} = ١ ، ص = \frac{|أ_{ص}|}{|أ|} = \frac{٨}{٨} = ١$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

السؤال التاسع : $أ^{-1} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$

$$|أ^{-1}| = \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix} = ٢-٣ = ١ \Leftarrow (أ^{-1})^{-1} = أ = \begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ١ & -١ \end{bmatrix}$$

فرع أ : $(أ)^{٢} = أ \cdot أ = \begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ١ & -١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ١ & -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢+٦- & ٩+٢ \\ ١+٢ & -٣+١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٨ & ١١ \\ ٣ & -٤ \end{bmatrix}$

$$|(أ)^{٢}| = \begin{vmatrix} -٨ & ١١ \\ ٣ & -٤ \end{vmatrix} = ٣٢-٣٣ = ١$$

$$(أ^{٢})^{-1} = \frac{١}{١}\begin{bmatrix} ٨ & ٣ \\ ١١ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ٣ \\ ١١ & ٤ \end{bmatrix}$$

ملاحظة : $(أ^{٢})^{-1} = (أ \times أ)^{-1} = أ^{-1} \times أ^{-1}$ ، $(أ^{-1})^{٢} = أ^{-1} \times أ^{-1}$

فرع ب : $(أ^{-1})^{٢} = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢+١ & ٢+١ \\ ٦+٢ & ٣+١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٨ \\ ٤ & ١١ \end{bmatrix}$

نلاحظ أن $(أ^{٢})^{-1} = (أ^{-1})^{٢}$

السؤال العاشر : $٣س + ٢ص = -٤$ ، $س + ٥ص = ٣$ الترتيب غير جاهز

$٣س + ٢ص = -٤$ ، $س + ٥ص = ٣$

$$\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤ \\ ٣ \end{bmatrix}$$

$$|أ| = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix} = ١٥-٢ = ١٣$$

$$|أ_{س}| = \begin{vmatrix} -٤ & ٢ \\ ٣ & ٥ \end{vmatrix} = -٢٠-٦ = -٢٦$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

$$|أ_{ص}| = \begin{vmatrix} ٣ & -٤ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} = ٩ - -٤ = ١٣$$

$$س = \frac{|أ_{س}|}{|أ|} = \frac{-٢٦}{١٣} = -٢ \quad ، \quad ص = \frac{|أ_{ص}|}{|أ|} = \frac{١٣}{١٣} = ١$$

السؤال الحادي عشر :

$$\begin{matrix} س - ص + ٤ع = ٩ \\ ٢س + ٣ص + ٢ع = ٢ \\ ٣ص + س - ع = -٤ \end{matrix}$$ الترتيب غير جاهز

$$\begin{matrix} س - ص + ٤ع = ٩ \\ ٢س + ٣ص + ٢ع = ٢ \\ س + ٣ص - ع = -٤ \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} ١ & -١ & ٤ & ٩ \\ ٢ & ٣ & ٢ & ٢ \\ ١ & ٣ & -١ & -٤ \end{vmatrix}$$ بضرب الصف الأول في -2 وأضافته للصف الثاني

$$\begin{vmatrix} ١ & -١ & ٤ & ٩ \\ ٠ & ٥ & -٦ & -١٦ \\ ١ & ٣ & -١ & -٤ \end{vmatrix}$$ بضرب الصف الأول في -1 وأضافته إلى الصف الثالث

$$\begin{vmatrix} ١ & -١ & ٤ & ٩ \\ ٠ & ٥ & -٦ & -١٦ \\ ٠ & ٤ & -٥ & -١٣ \end{vmatrix}$$ بضرب الصف الثاني في $\frac{-٤}{٥}$ وأضافته إلى الصف الثالث

$$\begin{vmatrix} ١ & -١ & ٤ & ٩ \\ ٠ & ٥ & -٦ & -١٦ \\ ٠ & ٠ & \frac{-١}{٥} & \frac{-١}{٥} \end{vmatrix}$$

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي

$$\frac{-١}{٥}ع = \frac{-١}{٥} \Leftarrow \boxed{ع = ١}$$

$$٥ص - ٦ع = -١٦ \Leftarrow ٥ص - ٦ = -١٦ \Leftarrow \boxed{ص = -٢}$$

$$س - ص + ٤ع = ٩ \Leftarrow س - (-٢) + ٤ = ٩ \Leftarrow \boxed{س = ٣}$$

السؤال الثاني عشر :

$$\begin{vmatrix} س & ٢ & ١١ \\ ٠ & -٤ & ٩ \\ ٠ & ٠ & \frac{١}{٢}س \end{vmatrix} = -٥٠$$ حاصل ضرب القطر الرئيسي لأنها مصفوفة مثلثية علوية

$$س \times -٤ \times \frac{١}{٢}س = -٥٠ \Leftarrow -٢س^{٢} = -٥٠ \Leftarrow س^{٢} = ٢٥ \Leftarrow س = \pm ٥$$

انتهت أسئلة الوحدة الثالثة بحمد الله

إعداد : أ – سليم عبد الكريم السيقلي أ – الاء فايز الجزار أ- محمد حسن المتولي
أ – سناء شعبان أبو شريفة أ- إسلام إبراهيم عبد النبي أ – الاء عبد الساتر البرعي