بسم الله الرحمن الرحيم

الامتحان الموحد لعام ٢٠٢٠م

الفرع العلمي **المبحث : الرياضيات**

دولة فلسطين

وزارة التربية والتعليم **مجموع العلامات (١٠٠ علامة)**

مديرية التربية والتعليم - سلفيت **مدة الامتحان : ساعتان ونصف**

اليوم والتاريخ : السبت ١٨ / ٤ / ٢٠٢٠

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعاً

السؤال الاول : (٣٠ علامة)

اختر الاجابة الصحيحة ، ثم ضع اشارة (×) في المكان المخصص له في ورقة الاجابة الخاصة بك :

١) $\int (\text{ظا}^2 س + 3) \, ds$ =

أ) $\text{قا}^2 س + 3س + جـ$ ب) $\text{قاس} + 2س + جـ$ جـ) $\text{قاس} + 4س + جـ$ د) $\text{ظاس} + 2س + جـ$

٢) أي من الآتية يعتبر تجزئة للفترة $[1 ، 4]$

أ) $\delta = \{4،3،2\}$ ب) $\delta = \{4،2،3،1\}$ جـ) $\delta = \{4،3،2،1\}$ د) $\delta = \{5،4،3،1\}$

٣) إذا كانت $\delta_{10} = \{أ، 1، ..... ، 15، 17، ب\}$ تجزئة منتظمة للفترة $[أ، ب]$ فما قيمة الثابت أ =

أ) -1 ب) -2 جـ) صفر د) -3

٤) اذا كانت δ_6 تجزئة منتظمة للفترة $[5 ، ب]$ وكان طول الفترة الجزئية يساوي $\frac{1}{3}$ فإن قيمة الثابت ب =

أ) ٦ ب) ٩ جـ) ٧ د) ٨

٥) $\int_1^2 [س + 1] \, ds$ =

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ١ د) ٢

٦) اذا كان $ق(س)، هـ(س)$ اقترانين اصليين للاقتران $ن(س)$ وكان $\int_1^4 (ق(س) - هـ(س)) \, ds = 9$ فإن

$$\int_2^{-1} 2س \, (هـ(س) - ق(س)) \, ds =$$

أ) ٩ ب) -9 جـ) ٣ د) -3

لاحظ الصفحة التالية يتبع صفحة (٢)

٧) اذا كان ك(س)،هـ(س) اقترانين اصليين للاقتران ن(س) فإن $\int ٢(ك(س)-هـ(س))$ دس يمثل

أ) اقتراناً خطياً　　ب) اقتراناً ثابتاً　　جـ) اقتراناً تربيعياً　　د) اقتراناً تكعيبياً

٨) الاقتران الاصلي للاقتران ن(س) = $\sqrt{س}$ هو

أ) ك(س) = $\frac{٣}{٤}\sqrt{س}$+جـ　ب) ك(س) = $\frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}}$+جـ　جـ) ك(س) = $\frac{٣}{٢}\sqrt{س^{٣}}$+جـ　د) ك(س) = $\frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٢}}$+جـ

٩) ن(س) معرف على [−٢،٢] ، $\delta_{ن}$ تجزئة منتظمة لنفس الفترة، $\int_{-٢}^{٢} ن(س)$ دس = −٢ فإن $\lim_{ن\to\infty}$ ك($\delta_{ن}$، ن٣)

أ) −٢　　ب) −٦　　جـ) ٦　　د) ٢

١٠) $\int \frac{هـ^{-س}-١}{هـ^{-س}+س}$ دس =

أ) لو$_{هـ}|هـ^{-س}-س|$+جـ　ب) لو$_{هـ}|هـ^{-س}+س|$+جـ　جـ) لو$_{هـ}|هـ^{س}-س|$+جـ　د) − لو$_{هـ}|هـ^{-س}+س|$+جـ

١١) اذا كان ن(س) = لو$_{هـ}$ س^{٢} وكانت $\delta_{٢}$ = {١ ، هـ ، هـ^{٢}} تجزئة للفترة [١ ، هـ^{٢}] باعتبار

س$^{*}_{ر}$ = س$_{ر-١}$　فإن ك($\delta_{٢}$، ن)

أ) هـ^{٢} − هـ　ب) ٢(هـ^{٢} − هـ)　جـ) هـ^{٢} + هـ　د) هـ^{٤} − هـ^{٢}

١٢) $\int_{ب}^{٢} |س|$ دس

أ) ٢　ب) −١　جـ) −٢　د) صفر

١٣) قيمة $\int (\sqrt{س}-١)^{٢}\left(\frac{\sqrt{س}+١}{س-١}\right)$ دس

أ) $\sqrt{س}$ − س+جـ　ب) $\frac{٣}{٢}$ س$^{-\frac{٣}{٢}}$ − س+جـ　جـ) $\frac{٢}{٣}$ س$^{-\frac{٣}{٢}}$ − س+جـ　د) $\frac{٢}{٣}$ س$^{\frac{٣}{٢}}$ + س+جـ

١٤) اذا كان ن(س) = ٥ معرف على [١،٢] وكانت $\delta_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [١،٢] فما قيمة ك($\delta_{ن}$، ن)

أ) ٢٠　ب) ١٠　جـ) ٥٠　د) ٥

١٥) اذا كانت $\delta_{٦}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، ب] وكان الوسط الحسابي للعنصرين الثاني والرابع يساوي (٥) فإن العنصر الاخير هو

أ) ١٢　ب) ١١　جـ) ١٠　د) ٩

١٦) اذا كان $\int_{-١}^{١} ن(س)\,ى س = -٥$ وكان $ع(ن_{ن}، \delta) = \frac{(ن+١)(ن+٢ ن^{٢})}{ن^{٢}}$ حيث $\delta_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[-١ ، ١]$ فإن قيمة الثابت ا =

أ) ١٠ ب) -١٠ جـ) -٦ د) -٥

١٧) $\int \frac{٣ - \sqrt{٩س + ١٨}}{١ - \sqrt{س + ٢}}\,ى س$

أ) $لـو_{هـ}(\sqrt{س+٢}) + جـ$ ب) $٣س + جـ$ جـ) $لـو_{هـ}(\sqrt{س+٢} - ١) + جـ$ د) $لـو_{هـ}(\sqrt{٩س+١٨}) + جـ$

١٨) اذا كان $ن(س)$ اقترانا ً متصلاً ً على مجاله وكان $\int ن'(س)\,ى س = س^{٢} + جـ$ فما قيمة $\int_{-١}^{٢} ن'(س)\,ى س$

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٦

١٩) ما قيمة $\int_{١}^{٢} \sqrt{س^{٢} - ٢س + ١}\,ى س$

أ) $\frac{١}{٦}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) ١

٢٠) اذا كان $ن(س) = س\,لـو_{هـ} س$ ، فما قيمة $\int_{\frac{١}{٢}}^{هـ} ن''(س)\,ى س$ ؟

أ) -١ ب) صفر جـ) هـ د) ١

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود في ايجاد $\int_{١}^{٢} (٧ - ٥س)\,ى س$ (١٠ علامات)

ب) اذا كان $ن(س)$ اقترانا ً متصلاً ً على مجاله وكان $\int ن(س)\,ى س = جاس - جتاس + ٢$ (١٠ علامات)

أثبت أن $ن(\frac{\pi}{٢}) - ن'(\frac{\pi}{٢}) = ٢$

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) اذا كان $\int (ن'(س) + س^{٢})\,ى س = ٢س^{٣} + جـ س^{٢} + ٢$ وكان $ن'(١) = ٤$ ، $ن(٢) = ٦$ (٨ علامات)

جد قيمة $ن(-١)$

ب) جد التكاملات الآتية (١٢ علامة)

١- $\int \frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{٥ - \text{قا}^{٢}\text{س}}$ د س ٢- $\int \frac{١}{\text{س}^{٣}} \text{جتا}\left(\frac{١}{\text{س}}\right)$ د س

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) أسقط جسم من السكون من ارتفاع ١٠٠ م بتسارع ١٠ م / ث^{٢} احسب سرعته عندما يكون على ارتفاع ٥٥ م من سطح الارض . (١٠ علامات)

ب) اذا كان ن$'$(٠) = ٣ ، ن$'$(٤) = ١٧ جد $\int_{٢}^{٣} (٢\text{س} - ٣)\text{ن}''(٢\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٤)$ د س (١٠ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط .

السؤال الخامس : (١٠ علامات)

أ) إذا كانت $\text{س}^{٢}\text{ن}'(\text{س}) + ٢\text{س}\text{ن}(\text{س}) = \text{جتا}\text{س}$ جد قيمة ن$(\frac{\pi}{٢})$ علماً أن ن$(\pi) = ٠$ (٥ علامات)

ب) جد قيمة $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} (\text{قا}^{٤}\text{س} - \text{ظا}^{٤}\text{س})$ د س (٥ علامات)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ) أثبت أن $\int_{\frac{١}{٢}}^{١} \frac{(\text{س} - ١)^{\text{ن}}}{\text{س}^{\text{ن}+٢}}$ د س $= \frac{١}{\text{ن} + ١}$ حيث ن عدد صحيح زوجي (٥ علامات)

ب) اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{\text{س}^{-١}}{\sqrt{٣ + \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{س}}}$ ، س > ٠ (٥ علامات)

فجد قاعدة العلاقة علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (هـ ، ٤) ، هـ العدد النيبيري

عندي قناعة تامة ومطلقة أن الله يسرني لكم لخدمتكم ويسركم لي بالدعاء ليرزقني من خلالكم ..فأنا احسن الظن ب الله في كل شي حتى في التعامل معكم او الدعاء لكم او خدمتكم
فلا تبخلو علي بالدعاء في جميع اوقاتكم

السؤال الأول

① $\int (ط س + ٣)\, د س = \int (ق س - ١ + ٣)\, د س$

جواب

$= \int (ق س + ٢)\, د س = ط س + ج س + ء$ (د)

---

② أي من الآتية يعتبر مجزية للفترة $[٤ ، ٥]$

الجواب (ص)

---

③ طول الفترات الجزئية متساوي ⇐

$ب - ١ = ١٧ - ١٥$

$ب - ١ = ٢ \Leftarrow ٢ = ب - ١$

$ب - ١ = ١ \Leftarrow \boxed{ب = ١}$ ← جواب (ب)

---

④ $ل = \frac{ب - ب}{ن}$ | $\frac{١}{٣} = \frac{ب - ٥}{٦}$

$٣ = ب - ٥$ | $ج = ب - ٥$

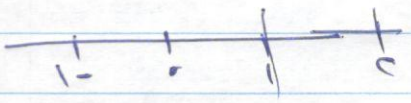
$\boxed{ب = ٨}$ جواب (ص)

---

⑤ $\int_{١}^{ج} [س + ١]\, د س$

نعيد تعريف $[س + ١]$ ، $س + ١ = ٠ \Leftarrow س = -١$

$ل = \frac{\text{طول الفترة}}{\text{عدد الفترات}} = \frac{٣}{٣} = ١$



$[س + ١] = \begin{cases} ج & ، إذا\ س < ج \\ ٢ & ، عندما\ س = ج \end{cases}$

$\int_{١}^{٤} [س + ١]\, د س = \int_{١}^{ج} ج\, د س + \int_{ج}^{٤} ٣\, د س$

$= ج(ج - ١) + ٣ ع = \boxed{٦}$ جواب (د)

السؤال الأول

① $\int (ط أ س + ٣)\, د س = \int (ق أ س - ١ + ٣)\, د س$

جواب

$= \int (ق أ س + ٢)\, د س = ط أ س + ٢ س + ج$ (د)

---

② أي من الآتية يعتبر مجزية للفترة $[٤ ، ٥]$

الجواب (ج)

---

③ طول الفترات الجزئية متساوي ⇐

$ب - ١ = ١٧ - ١٥$

$ب - ١ = ٢ \Leftarrow ٢ = ب - ١$

$ب - ١ = ١ \Leftarrow \boxed{ب = ١}$ ← جواب (ب)

---

④

$ل = \frac{ب - ب}{ن}$	$\frac{ب - ٥}{٦} \times \frac{١}{٣}$
$٣ = ب - ٥$	$٢ = ب - ٥$
$\boxed{ب = ٨}$	

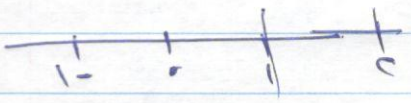
جواب (د)

---

⑤ $\int_{١}^{٤} [س + ١]\, د س$

نعيد تعريف $[س + ١]$ ، $س + ١ = ٠ \Leftarrow س = -١$

$ل = \frac{\text{طول الفترة}}{\text{عدد الفترات}} = \frac{٤}{٤} = ١$



$[س + ١] = \begin{cases} ٢ & ، ١ \le س < ٢ \\ ٣ & ، ٢ \le س < ٤ \end{cases}$

$\int_{١}^{٤} [س + ١]\, د س = \int_{١}^{٢} ٢\, د س + \int_{٢}^{٤} ٣\, د س$

$= ٢(٢ - ١) + ٣ ط ٢ = \boxed{٢}$ جواب (ب)

---

⑥ $م(س)$ ، $ه(س)$ اقترانين قابلين $\Leftarrow$ $م(س) - ه(س) = ﻫ$ (ثابت)

$\therefore \int_{ب}^{ج} [م(س) - ه(س)]\, دس = 9 \Leftarrow \int_{ب}^{ج} ﻫ\, دس = 9$

$ﻫ(3-1) = 9 \Leftarrow 3ﻫ = 9 \Leftarrow \boxed{ﻫ = 3}$

$\therefore \int_{-1}^{2} [ه(س) - م(س)]\, دس =$

$\int_{-1}^{2} (3س^2 - 3)\, دس$

$= [س^3 - 3س]_{-1}^{2} = (8 - 6) - (-1 + 3) = 2 - 2 = 0$

جواب ⑥

⑦ $م(س)$ ، $ه(س)$ اقترانان أوليان لـ $م(س)$ $\Leftarrow$ $م(س) - ه(س) = ﻫ$

$\therefore \int [م(س) - ه(س)]\, دس = \int ﻫ\, دس$

$= ﻫس + ج$

اقتران خطي

جواب ⑦

① $\int م(س)\, دس = م(س) + ﻫ$

$\int \sqrt{س}\, دس = \int س^{\frac{1}{2}}\, دس = \frac{س^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + ﻫ = \frac{2}{3}\sqrt{س^3} + ﻫ$

$ﻫ = 0$ ، جواب (أ)

⑧ $\int_{0}^{3} م(س)\, دس = 3 \times \int_{0}^{3} م(س)\, دس = 3 \times -2 = -6$

$\therefore \int_{3}^{0} م(س)\, دس = -6$

جواب ⑧

(10) $\int \frac{e^{2x}+x}{e^{2x}-1}\,dx = -\int \frac{-(e^{2x}-1)}{e^{2x}+x}\,dx$

$= -\ln|e^{2x}+x| + c$

(11) $f(x) = 2\ln x$

[تكامل x]	مشتقة x	f(x)	[تفاضل f(x)] dx	f(x) dx
$[\frac{1}{2}x^2]$	1	$2\ln x = x$	$x-1$	صفر
$[x\ln x - x]$	x	$2\ln x = z$	$dx = dz$	$z(x-z)$

$\therefore \int f(x)\,dx = \int z(x-z)\,dz$

$= z(xz - \frac{z^2}{2})$ — جواب مرفوض

(12) $\int \frac{dx}{x\ln x}$

الحل بتعريف $\ln x$

$\int \frac{dx}{x\ln x} = \int \frac{dz}{z} = \ln|z| + c$

$\int \frac{dx}{x\ln x} : (\frac{1}{e}) - (\frac{1}{e^2}) : (e) - (0) = 1$ — جواب

(13) $\int \frac{(x^{n+1})(x^{n-1})(x^{n+1})}{x^{n-1}}\,dx = \int (x^{n-1})(x^{n+1})\,dx$

$\int x^{n-1}\,dx : \int x^{2n}\,dx = \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + c$

جواب

(١٤) $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin^2 x \cos x)\, dx$

$= \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 x \cos x\, dx$

$= \frac{1}{3}\sin^3 x \Big|_{-\pi}^{\pi}$

$= (0)^3 - (0)^3$

$= 0 - 0$

$= 0$

(ج) أ ، ب

(١٥) الوسط الحسابي لـ $س_1$ ، $س_2$ هو $\frac{س_1 + س_2}{2} = 5 \Leftarrow س_1 + س_2 = 10$

$س_1 = 2 + \frac{ن-1}{2} \times 4$

$= 2 + 2ن - 2$

$= 2ن$

$س_2 = 2 + \frac{ن-1}{2} \times 6$

$= 2 + 3ن - 3$

$= 3ن - 1$

$\therefore س_1 + س_2 = 2ن + 3ن - 1 = 10$

$5ن - 1 = 10$

$5ن = 11$

$ن = \frac{11}{5}$

(ج) أ ، ب

(٤)

(١١) $\int_{-\infty}^{\infty} ق(س)\,د س = \lim_{ن \to \infty} م(ع_ن ، ه)$

$= \lim_{ن \to \infty} \frac{(ب+١)(ن^{٢} + ٣ن)}{ن^{٣}}$

$-٥ = ب+١$

$ب = -٦$

جواب ج

(١٢) نأخذ ٩ عامل مشترك $\int \frac{\sqrt{٩(س+٣)} - ٣}{\sqrt{س+٣} - ١}\,د س$ توزع الجذر

$\int \frac{\sqrt{س+٣} - ٣}{\sqrt{س+٣} - ١}\,د س = \int \frac{٣\sqrt{س+٣} - ٣}{\sqrt{س+٣} - ١}\,د س$

اخراج ٣ عامل مشترك $\int \frac{٣(\sqrt{س+٣} - ١)}{\sqrt{س+٣} - ١}\,د س$

$= \int ٣\,د س = ٣س - ٣ + ه$

جواب ب

(١٣) $\int ق(س)\,د س = س^{٢} + ه$ نشتق الطرفين $\Rightarrow ق(س) = ٢س$

$\therefore \int_{-١}^{١} ق(س)\,د س = \int_{-١}^{١} ٢س\,د س = س^{٢}\Big|_{-١}^{١} = ١ - ١ = ٠$

(١٤) $\int_{١}^{٢} (س+١)\,د س = \int_{١}^{٢} (س-١)\,د س$

$= (\frac{٤}{٢} - ٢) - (\frac{١}{٢} - ١) = -\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

جواب ب

$س - ١ = ٠ \Rightarrow س = ١$

$س$	$-\infty$		١		∞
$س-١$	$-$	$-$	٠	$+$	$+$

(١٥) $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} ق(س)\,د س = ق(س)\Big|_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}}$

$ق(س) = س + ظا^{٢} س$

$= ١ + ظا^{٢} س$

$= ق(\frac{\pi}{٢}) - ق(\frac{\pi}{٤})$

$= (١ + ظا^{٢}\frac{\pi}{٢}) - (١ + ظا^{٢}\frac{\pi}{٤})$

$= ١ + ظا^{٢}\frac{\pi}{٢} - ١ - ظا^{٢}\frac{\pi}{٤}$

$= ظا^{٢}\frac{\pi}{٢} - ظا^{٢}\frac{\pi}{٤}$

$= ١$

جواب ج

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	ك	ص	م	ص	ك	م	م	ب	ب	ك

رقم السؤال	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الاجابة	ب	م	ص	ك	ب	ص	ب	ب	ب	ك

السؤال الثاني

(م) $\int_{ح}^{ح} (٨ - ٥س)\, د س = -\int_{ح}^{ح} (٨ - ٥س)\, د س$

$م(س) = ٨ - ٥س$ ، $[١ ، ٢]$ ، $س_ر = ١ + ر$

(١) $س_ر = ١ + \frac{١}{ن} ر$

(٢) $م(س_ر) = ٨ - ٥(١ + \frac{١}{ن} ر)$

$= ٨ - ٥ - \frac{٥}{ن} ر = ٢ - \frac{٥}{ن} ر$

(٣) $\sum_{ر=١}^{ن} م(س_ر) = \sum_{ر=١}^{ن} (٢ - \frac{٥}{ن} ر) = \sum_{ر=١}^{ن} ٢ - \frac{٥}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ر$

$= ٢ن - \frac{٥}{ن} \times \frac{ن(ن+١)}{٢}$

$= ٢ن - \frac{٥}{٢} ن - \frac{٥}{٢}$ $= \boxed{-\frac{١}{٢} ن - \frac{٥}{٢}}$

(٤) $م(\lim_{ن \to \infty} م) = ل \sum_{ر=١}^{ن} م(س_ر)$

$= \frac{١}{ن} \times (-\frac{١}{٢} ن - \frac{٥}{٢})$ $= -\frac{١}{٢} - \frac{٥}{٢ن}$

(٥) $\int_{ح}^{ح} (٨ - ٥س)\, د س = ل_{ن \to \infty} (-\frac{١}{٢} - \frac{٥}{٢ن})$ $= -\frac{١}{٢}$

السؤال الثاني (٥)

نشتق المعادلة $ص = س^{٣} + ٢س^{٢} - ٤س + ٥$ بشكل أول

$$ص' = ٣س^{٢} + ٤س - ٤$$

بالتعويض

$$ص'(-١) - ص'(١) = (٣س^{٢} + ٤س - ٤)_{س=-١} - (٣س^{٢} + ٤س - ٤)_{س=١}$$

$$= ٣ + ٤ - ٤ - ٣ - ٤ + ٤$$

$$= ٤ - ٤$$

$$= ٠$$

$$\therefore ص'(\frac{\pi}{٤}) - ص'(\frac{\pi}{٢}) = ٠$$

$$١ - ٨ = ٠$$

$$٨ = ١$$

عندي قناعة تامة ومطلقة أن الله يسرني لكم لخدمتكم ويسركم لي بالدعاء ليرزقني من خلالكم .. فأنا احسن الظن ب الله في كل شي حتى في التعامل معكم او الدعاء لكم او خدمتكم

فلا تبخلو علي بالدعاء في جميع اوقاتكم

السؤال الثالث

(أ) نشتق الطرفين $\quad ق'(س) + س^2 = 5س^2 + 2جـ س$

$\therefore ق'(س) = 5س^2 + 2جـ س$

لكن $ق'(1) = 3 \Rightarrow$

$ق'(1) = 5(1)^2 + 2جـ(1)$

$3 = 5 + 2جـ$

$-1 = 2جـ \Rightarrow \boxed{جـ = -\frac{1}{2}}$

$\therefore ق'(س) = 5س^2 + 2(-\frac{1}{2})س$

$\boxed{ق'(س) = 5س^2 - س}$

$ق(س) = \int ق'(س) \, د س$

$ق(س) = \int 5س^2 - س \, د س$

$ق(س) = \frac{5}{3}س^3 - \frac{1}{2}س^2 + جـ$ لكن $ق(2) = 6$

$ق(2) = \frac{5}{3}(2)^3 - \frac{1}{2}(2)^2 + جـ$

$6 = \frac{40}{3} - 2 + جـ \Rightarrow جـ = 8 - \frac{34}{3}$

$\boxed{جـ = -\frac{10}{3}}$

$\therefore ق(س) = \frac{5}{3}س^3 - \frac{1}{2}س^2 - \frac{10}{3}$

$ق(-1) = \frac{5}{3}(-1)^3 - \frac{1}{2}(-1)^2 - \frac{10}{3}$

$= -\frac{5}{3} - \frac{1}{2} - \frac{10}{3}$

$= -\frac{12}{3} - \frac{1}{2} = -8\frac{1}{2} = \boxed{-\frac{17}{2}}$

س ① ∫ قاس / (٥ − قاس) دس = ∫ قاس / (٥ − (١ + ظا²س)) دس

∫ قاس / (٤ − ظا²س) دس

ع = ظا س

دع = قا²س دس

∫ قاس / (٤ − ع²) × دع / قا²س = دس = دع / قاس

∫ ١ / (٤ − ع²) دع ... جزئيًا

١ / (٤ − ع²) = ١ / ((٢ − ع)(٢ + ع)) = ب / (٢ − ع) + ن / (٢ + ع)

١ = ب(ع + ٢) + ن(٢ − ع)

عندما ع = ٢ ⇐ ١ = ب(٤) + ن(٠) ⇐ ب = ١/٤

عندما ع = −٢ ⇐ ١ = ب(٠) + ن(٤) ⇐ ن = ١/٤

∴ ∫ ١ / (٤ − ع²) دع = ∫ ١/٤ / (٢ − ع) دع + ∫ ١/٤ / (٢ + ع) دع

= −١/٤ لو٥ |٢ − ع| + ١/٤ لو٥ |٢ + ع| + جـ

∴ ∫ قاس / (٥ − قاس) دس = −١/٤ لو٥ |١ − ظاس| + ١/٤ لو٥ |٢ + ظاس| + جـ

---

② ∫ ١ / (٥ + ٣ جتا س) دس

نفرض ع = ظا(س/٢) ⇐ دع = ١/٢ قا²(س/٢) دس

⇐ دس = ٢ / قا²(س/٢) دع

∫ ١ / (٥ + ٣ جتا²(س/٢) − ٣ جا²(س/٢)) × ٢ / قا²(س/٢) دع = ∫ ١ / (٥ + ٣ جتا س) دس

= ∫ ٢ / (٥ + ٣ جتا²(س/٢) − ٣ جا²(س/٢)) دع ... بالاجزاء

السؤال الرابع

(أ) $ع(س) = \int ق(س)\,د س$

$= \int ١٠\,د س$

$ع(س) = ١٠س + ج$

$ع(٠) = ٠$

$٠ = ١٠(٠) + ج$

$ج = ٠$

$ف(س) = \int ع(س)\,د س$

$ف(س) = \int ١٠س\,د س$

$ف(س) = ٥س^{٢} + ج$

$ف(س) = ٥س^{٢}$

عندما تكون ف = ٤٥ م

أي أنه قطع مسافة ٤٥ م

$\therefore ٥س^{٢} = ٤٥$

$س^{٢} = ٩$

$س = \pm ٣$

$س = -٣$ مرفوض

$ع(٣) = ١٠(٣)$

$= ٣٠$ م/ث

(ب) $ف(س) = ٥س^{٢} + ج$

$ف(٠) = ٠ \Leftarrow ج = ٠$

$ف(س) = ٥س^{٢}$

س٨) نفرض ع = ٥س^٤ − ٦س + ٤

ع = ٤س − ٦ ⇐ ع = ٤س − ٦ ⇐ ع = ٢(٢س − ٣)

عندما س = ٣ ← ع = ٥(٣)^٤ − ٦(٣) + ٤ = ٧١ − ١٨ + ٤ = ٤

عندما س = ١ ← ع = ٥(١)^٤ − ٦(١) + ٤ = ٥ − ٦ + ٤ = ٣

∴ ∫_٣^٤ (١٠س − ٣) ق″(ع) د ع / د(٢س − ٣) = ∫_٣^٤ ق″(ع) د ع

= ½ ∫_٣^٤ ق″(ع) د ع

= ½ (ق′(٤) − ق′(١))

= ½ (٨١ − ٣) = ½ (٢١) = ٨

السؤال الخامس (٩) $(س^{٢} م(س))' = جتا س$ أوجد كل مما يأتي

$\int (س^{٢} م(س))' \, دس = \int جتا س \, دس$

$س^{٢} م(س) = جا س + جـ$

$م(\frac{\pi}{٢}) = ٠ \Leftarrow \frac{\pi^{٢}}{٤} م(\frac{\pi}{٢}) = جا \frac{\pi}{٢} + جـ$

$٠ = ١ + جـ \Leftarrow جـ = -١$

$\therefore س^{٢} م(س) = جا س - ١$

$م(س) = \frac{جا س - ١}{س^{٢}}$

$م(\frac{\pi}{٢}) = \frac{جا \frac{\pi}{٢} - ١}{(\frac{\pi}{٢})^{٢}} = \frac{١ - ١}{\frac{\pi^{٢}}{٤}} = ٠$

(ب) $\int (قا س)^{٢} - (ظا س)^{٢} \, دس$ مزدوج حدين

$\int (قا س - ظا س)(قا س + ظا س) \, دس$

$= \int (١)(قا س + ظا س - ١) \, دس$ متطابقة $١ + ظا^{٢} س = قا^{٢} س$

$\int ٢ قا س - ١ \, دس = ٢ ظا س - س \Big|_{٠}^{\frac{\pi}{٣}}$

$= (٢ ظا \frac{\pi}{٣} - \frac{\pi}{٣}) - (٢ ظا ٠ - ٠)$

$= (٢(١) - \frac{\pi}{٣}) - (٠) = ٢ - \frac{\pi}{٣}$

السؤال السادس

(أ)

$$\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^2}{س^2 \times س^2} \, دس = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(1-س)^2}{س^2} + \frac{1}{س^2} \, دس$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^{1} \left(\frac{1-س}{س}\right)^2 \times \frac{1}{س^2} \, دس = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \left(1-\frac{1}{س}\right)^2 \times \frac{1}{س^2} \, دس$$

نفرض ع = $1 - \frac{1}{س}$

$$دع = 0 - \left(-\frac{1}{س^2}\right) دس \Leftarrow \boxed{دس = س^2 \, دع}$$

$$س = \frac{1}{2} \Leftarrow ع = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 - 2 = \boxed{-1}$$

$$س = 1 \Leftarrow ع = 1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = صفر$$

$$\therefore \int_{-1}^{0} ع^{ن} \times \frac{1}{س^2} \times س^2 \, دع = \int_{-1}^{0} ع^{ن} \, دع$$

ن عدد زوجي

$$= \left[\frac{ع^{ن+1}}{ن+1}\right]_{-1}^{0} = (0) - \frac{(-1)^{ن+1}}{ن+1} = -\frac{(-1)}{ن+1} = \frac{1}{ن+1}$$

حل (٥) $\quad ق'(س) = \dfrac{س^{-1}}{\sqrt{٣ + لو_{٥} س}}$ ، ق(١) = ٤

$$ق(س) = \int \frac{س^{-1}}{\sqrt{٣ + لو_{٥} س}}\, د س$$

$$ع = ٣ + لو_{٥} س$$

$$د ع = \frac{١}{س} د س \Rightarrow د س = س\, د ع$$

$$ق(س) = \int \frac{س^{-1}}{\sqrt{ع}} \times س\, د ع = \int ع^{-\frac{١}{٢}}\, د ع$$

$$= \frac{ع^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}} + ث$$

$$= ٢\sqrt{ع} + ث$$

$$\therefore ق(س) = ٢\sqrt{٣ + لو_{٥} س} + ث$$

$$\because ق(١) = ٤$$

$$ق(٥) = ٢\sqrt{٣ + لو_{٥} ٥} + ث$$

$$٤ = ٢\sqrt{٣+١} + ث$$

$$٤ = ٢ \times ٢ + ث$$

$$٤ = ٤ + ث \Leftarrow ث = ٠$$

$$\boxed{ق(س) = ٢\sqrt{٣ + لو_{٥} س}}$$

يتم له توزيع الدرجات للعاكم

انتهت الأجابة

(١٤)

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليـــــــــــم
مديرية التربية والتعليم ـ جنين
امتحان نهاية الفصل الثاني (المناطقي)

الفرع العلمـــي

المبحث : الرياضـــــــــــيات
التاريخ : / / ٢٠٢٠مـــــ
(مدة الاختبار : ٢,٥ ساعة)
مجموع العلامات : (١٠٠ علامة)

ملحوظة : عدد أسئلة الاختبار (ستة) أسئلة ، أجيب عن خمسة منها فقط (عدد صفحات الاختبار ٣)

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (أربعة) أسئلة ، أجيب عن جميعها .

السؤال الأول: أختار الإجابة الصحيحة ثم أضع إشارة(×)في المكان المخصص في دفتر الاجابة : **(٣٠ علامة)**

١) اذا كان ع(س) = $\sqrt{٥-س}$ اقترانا اصليا للاقتران ن(س) ، فما قيمة $\int_{١}^{٤} ٢ن'(س)\,ds$ ؟.

أ. ١ ب. −١ ج. −٢ د. ٢

٢) إذا كان ت(س) = $\int_{٠}^{س} (أهـ^{٢ص})\,ds$، وكان ت'$(\frac{١}{٢})$ = ٢هـ، فما قيمة أ ؟ .

أ. ٤ ب. هـ ج. ١ د. ٢

٣) اذا علمت ان ن(−١) = ٣ ، ن(١) = ٤ ، ن(٣) = ٥ ، فما قيمة $\int_{-١}^{١} (٤+ن'(١-٢س))\,ds$ ؟ .

أ. ٩ ب. ٧ ج. ٦ د. ١٠

٤) ما قيمة ع ن حيث $\int_{س}^{لـ} ع\,ds = س^{٢} لـ - \sqrt{س}$ ؟ .

أ. س ds ب. $\frac{١}{٢}$س^{٢} ds ج. $\frac{١}{٢}$س ds د. س^{٢} ds

٥) ما قيمة $\int \frac{جتا^{٢}س-١}{١-جتا^{٢}س}\,ds$ ؟

أ. ٢س+جـ ب. $\frac{١}{٢}$س+جـ ج. $-\frac{١}{٢}$س+جـ د. −٢س+جـ

٦) اذا كان ن(٠) = ٠ ، ن(١) = ٢ ، وكان ميل العمودي على المماس لمنحنى ن(س) عند أي نقطة على ن(س) يساوي $\frac{-١}{٢\sqrt{أ}\sqrt{س}}$ فما قيمة الثابت أ ، أ > ٠ ؟

أ. ١ ب. $\sqrt{٢}$ ج. ٢ د. ٤

٧) اذا كان $\int_{١}^{٣} (ن(س)-١)\,ds = \int_{١}^{٠} (ن(س)+\sqrt{س})\,ds$ ، فما قيمة $\int_{٠}^{٣} ن(س)\,ds$ ؟

أ. ٤ ب. −٤ ج. −٨ د. ٨

٨) ما قيمة $\int_{\frac{١}{٢}}^{١} (\sqrt{س})^{٦} (٢-\frac{١}{س})^{٣}\,ds$ ؟ .

أ. صفر ب. $\frac{١}{٨}$ ج. $\frac{١}{٤}$ د. ١

٩) اذا كان σ = {١، ١+$\frac{٢}{ن}$، ١+$\frac{٤}{ن}$، ... ، ٧} تجزئة منتظمة على الفترة [١، ٧] ، فكم عدد عناصر هذه التجزئة؟

أ. ن+١ ب. ٢ن+١ ج. ٣ن+١ د. ٤ن+١

١٠) اذا كان $\int_{٢}^{٤} (٥ن(س)-٢س)\,ءس = ٨$ ، فما قيمة $\int_{٤}^{٢} (\frac{ن(س)}{٢})\,ءس$ ؟ .

أ. -٢ ب. ٢ ج. ٨ د. -٨

١١) اذا كان $\int_{١}^{جـ} [\frac{١}{٥}س+٣]\,ءس = ٢٤$ ، فما قيمة جـ حيث جـ >١ ؟ .

أ. ٦ ب. ٩ ج. ٧ د. ٨

١٢) اذا كان ن(س) ≤ -٢ ، $\forall س \in [٣،١]$ ، فما اكبر قيمة للمقدار $\int_{٣}^{١} (٣ن(س)+١)ءس$ ؟ .

أ. -١٠ ب. ١٠ ج. ٦ د. -٦

١٣) ما قيمة $\int_{٠}^{٢} هـ^{(قا^{٢}س-ظا^{٢}س)}\,ءس$ ؟

أ. ٢ ب. ٢هـ ج. $هـ^{٢}-١$ د. ر

١٤) اذا كان $ن(س) = \begin{cases} اس+١ ، ١ \leq س \leq ٢ \\ ٣س^{٢} ، ٢ < س \leq ٥ \end{cases}$ فما قيمة الثابت ا التي تجعل $\int_{١}^{٣} ن(س)ءس = ١٧$ ؟

أ. -٣ ب. ٣ ج. ٢ د. -٢

١٥) اذا كان ت $= \sqrt{-١}$ ، فما قيمة $(\sqrt{-٢}-ت)-ت(١-\sqrt{-٢}ت)$ ؟

أ. $-ت$ ب. ٢ت ج. $-٢ت$ د. ت

١٦) ما ت $= \sqrt{-١}$ فما قيمة العدد $ت^{-٤٣}$ ؟ .

أ. ت ب. $-ت$ ج. ١ د. -١

١٧) اذا كان ت $= \sqrt{-١}$ ، فما قيمة $(١-ت)^{٣}(١+ت)^{٢}$ ؟

أ. $٤(١+ت)$ ب. $٤(١-ت)$ ج. $-٤(١-ت)$ د. $-٤(١+ت)$

١٨) ما قيمة $\overline{ت-ع}$ ؟

أ. $-ت-ع$ ب. $ت+ع$ ج. $-ت+ع$ د. $ت-ع$

١٩) اذا كان ع $= ٢+\sqrt{١٢}ت$ ، فما قيمة $ع^{-١}$ ؟ .

أ. $\frac{١}{١٦}(١-\sqrt{٣}ت)$ ب. $\frac{١}{١٦}(١+\sqrt{٣}ت)$ ج. $\frac{١}{٨}(١+\sqrt{٣}ت)$ د. $\frac{١}{٨}(١-\sqrt{٣}ت)$

٢٠) ما سعة العدد المركب ع $= -١-ت$ ؟ .

أ. $\pi\frac{١}{٤}$ ب. $\pi\frac{٣}{٤}$ ج. $\pi\frac{٥}{٤}$ د. $\pi\frac{٧}{٤}$

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) استخدام تعريف التكامل المحدود لإيجاد $\int_{1}^{4}(٣-٢س)ds$ معتبرا $س_ر^* = س_ر$. (١٠ علامات)

ب) اذا كان $ت(س) = \begin{cases} ٢هـ^{س} + س + جـ & ، \ ٠ \geq س \geq ١ \\ لـو_{هـ} س + ا س^{٢} + ب & ، \ ١ < س \geq ٣ \end{cases}$ هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل $ن(س)$ ،

فجد : ١. قيم الثوابت $ا، ب، جـ$. ٢. $\int_{ب}^{هـ} ن(س)ds$ (١٠ علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ن(س) = س^{٢} - س$ والمستقيمان $ص = ٢س$ ، $ص = ٠$.
(١٠علامات)

ب) اجد التكاملات التالية:

١. $\int \frac{(س-٢)^{٩}}{س^{١١}} ds$ ٢. $\int_{هـ^{٢}}^{هـ} \frac{ن'(لـو س)}{س} ds$ حيث $ن(١) = ٣$ ، $ن(٢) = ٢٤$. (١٠علامات)

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) أكتب المقدار $(\frac{٢+٣ت}{٢-٣ت} + \frac{٣+٤ت}{١-٥ت})$ بالصورة الجبرية (على صورة $ا + ب ت$). (١٠علامات)

ب) مثلث قائم الزاوية طول ضلعي القائمة ٣سم ، ٤ سم ، اذا دار هذا المثلث دورة كاملة حول ضلع القائمة الأكبر ، استخدم التكامل لإيجاد حجم الجسم الناتج عن هذا الدوران . (١٠ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين ، أجيب عن أحدهما فقط .

السؤال الخامس : (١٠ علامات)

أ) أجد $\int (٢س-١)^{٥} (جتا(٢س-١)^{٣}) ds$. (٥علامات)

ب) اذا كان $ن(س)$ معرفا ومحدودا في الفترة $[١، ٣]$ ، وكانت $\sigma_{١}$ تجزئة منتظمة على نفس الفترة بحيث $م(\sigma_{١}، ن) = ١٩$ عندما $س_ر^* = س_ر$ ،و كان $م(\sigma_{١}، ن) = ١٥$ عندما $س_ر^* = س_{ر-١}$ ، أجد قيمة المقدار $ن(٣) - ن(١)$. (٥علامات)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ) دون اجراء التكامل ، أبين ان $\int_{ب}^{٢\pi} \sqrt{١ + ٣جتا^{٢} س} \ ds \geq ٢\pi$. (٥علامات)

ب) اذا كان $ن(س)$ قابل للتكامل على $[١، ٥]$ بحيث $\int_{١}^{٥} ن(س) ds = ٢$ وكان $م(\sigma_{ن}، ن) = \frac{ا ن^{٢} + ١}{ن - ١} + ن + ب$ ،

أجد $ا، ب$. (٥علامات)

انتهت الأسئلة وبالتوفيق

إجابة الاختبار

السؤال الأول: أختار الإجابة الصحيحة ثم أضع إشارة(×)في المكان المخصص في دفتر الاجابة : **(٣٠ علامة)**

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	**ب**	**د**	أ	**جـ**	**جـ**	**د**	أ	**ب**	**جـ**	أ
الفقرة	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الإجابة	**د**	**ب**	**ب**	**د**	**جـ**	أ	**ب**	أ	**د**	**ج**

١) $ع(س)=\sqrt{٥-س}\Leftarrow ع'(س)=ن(س)=\frac{-١}{\sqrt{٥-س}}\Leftarrow \int_{١}^{٤} ٢ن'(س)\,ds=٢(ن(٤)-ن(١))$

$\Leftarrow \int_{١}^{٤} ٢ن'(س)\,ds=٢(\frac{-١}{\sqrt{٤-٥}}-\frac{-١}{\sqrt{١-٥}})=٢(\frac{-١}{١}-\frac{-١}{٢})=٢(\frac{-٢}{٢}+\frac{١}{٢})=٢(\frac{-١}{٢})=-١$

---

٢) $ت(س)=\int_{٠}^{س}(أهـ^{٢ص})ds\Leftarrow ت'(س)=أهـ^{٢س}\Leftarrow ٢هـ=أهـ^{٢(\frac{١}{٢})}\Leftarrow ٢=أ$

---

٣) $\int_{-١}^{١}(٤+ن'(١-٢س))ds=\int_{-١}^{١}٤\,ds+\int_{-١}^{١}ن'(١-٢س)ds=٤(١-(-١))+\int_{-١}^{١}ن'(١-٢س)ds$

$=٨+(\frac{ن(١-٢س)}{-٢})\Big|_{-١}^{١}=٨+(\frac{ن(-١)}{-٢}-\frac{ن(٣)}{-٢})=٨+(\frac{٣}{-٢}-\frac{٥}{-٢})=٨+١=٩$

---

٤) $\int س لـو_{هـ}س\,ds=\frac{١}{٢}س^{٢}لـو_{هـ}س-\int\frac{١}{٢}س\,ds=س^{٢}لـو_{هـ}س-\int\frac{١}{٢}س\,ds=س^{٢}لـو_{هـ}\sqrt{س}-\frac{١}{٢}\int س\,ds$

$ن=لـو_{هـ}س \qquad ds=ع=س\,ds$

بالأجزاء : $dن=\frac{١}{س}ds \qquad ع=\frac{١}{٢}س^{٢}$ لذلك $ع dن=\frac{١}{٢}س ds$

---

٥) $\int\frac{جتا^{٢}س-١}{١-جتا^{٢}س}\,ds=\int\frac{-جا^{٢}س}{٢جا^{٢}س}\,ds=\int-\frac{١}{٢}\,ds=-\frac{١}{٢}س+جـ$

---

٦) $ن'(س)=٢\sqrt{أ}\,س\Leftarrow ن(س)=\int٢\sqrt{أ}\,س\,ds\Leftarrow ن(س)=\sqrt{أ}\,س^{٢}+جـ$

لكن $ن(٠)=٠\Leftarrow ٠=٠+جـ$ وكذلك $ن(١)=٢\Leftarrow ٢=\sqrt{أ}(١)^{٢}\Leftarrow ٢=\sqrt{أ}\Leftarrow أ=٤$

---

٧) $\int_{١}^{٣}ن(س)ds-١(٣-١)=\int_{١}^{٠}ن(س)ds+\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}}\Big|_{١}^{٠}\Leftarrow \int_{١}^{٣}ن(س)ds-٢=\int_{١}^{٠}ن(س)ds-\frac{٢}{٣}$

$\Leftarrow \int_{١}^{٣}ن(س)ds-\int_{١}^{٠}ن(س)ds=-\frac{٢}{٣}+٢\Leftarrow \int_{١}^{٣}ن(س)ds+\int_{٠}^{١}ن(س)ds=\frac{٤}{٣}\Leftarrow \int_{٠}^{٣}ن(س)ds=\frac{٤}{٣}\Leftarrow ٣\int_{٠}^{٣}ن(س)ds=٤$

---

٨) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} (\sqrt{س})^{٦}(٢-\frac{١}{س})\,ء س = \int_{\frac{1}{2}}^{1} (س)^{٣}(٢-\frac{١}{س})\,ء س = \int_{\frac{1}{2}}^{1} (س(٢-\frac{١}{س}))^{٣}\,ء س = \int_{\frac{1}{2}}^{1} (٢س-١)^{٣}\,ء س$ ؟

$$= \left.\frac{(٢س-١)^{٤}}{٨}\right|_{\frac{١}{٢}}^{١} = \frac{١}{٨} - \frac{٠}{٨} = \frac{١}{٨}$$

---

٩) نفرض عدد الفترات الجزئية هو ص ومنها $ل = \frac{٧-١}{ص} = \frac{٦}{ص}$ وكذلك ل = أي عنصر – الذي سبقه

$ل = ١ + \frac{٢}{ن} - ١ = \frac{٢}{ن} \Leftarrow \frac{٢}{ن} = \frac{٦}{ص} \Leftarrow ص = ٣ن$ ولذلك عدد عناصرها $٣ن + ١$

---

١٠) المعطى : $\int_{٢}^{٤} (٥ن(س)-٢س)\,ء س = ٨ \Leftarrow ٥\int_{٢}^{٤} ن(س)\,ء س - \int_{٢}^{٤} ٢س\,ء س = ٨ \Leftarrow ٥\int_{٢}^{٤} ن(س)\,ء س - (س^{٢}|_{٢}^{٤}) = ٨$

$\Leftarrow ٥\int_{٢}^{٤} ن(س)\,ء س - (١٦-٤) = ٨ \Leftarrow ٥\int_{٢}^{٤} ن(س)\,ء س - (١٢) = ٨ \Leftarrow ٥\int_{٢}^{٤} ن(س)\,ء س = ٢٠ \Leftarrow \int_{٢}^{٤} ن(س)\,ء س = ٤$

المطلوب $\frac{١}{٢} \times \int_{٤}^{٢} ن(س)\,ء س = \frac{١}{٢} \times -٤ = -٢$

---

١١) $\int_{١}^{ج} [\frac{١}{٥}س + ٣]\,ء س = ٢٤ \Leftarrow \int_{١}^{٥} ٣\,ء س + \int_{٥}^{ج} ٤\,ء س = ٢٤ \Leftarrow ٣(٥-١) + ٤(ج-٥) = ٢٤$ ،

$\Leftarrow ١٢ + ٤(ج-٥) = ٢٤ \Leftarrow ٤(ج-٥) = ١٢ \Leftarrow (ج-٥) = ٣ \Leftarrow ج = ٨$

---

١٢) على الفترة $[٣،١]$ ، $ن(س) \geq -٢ \Leftarrow ٣ن(س) \geq ٣(-٢) \Leftarrow ٣ن(س)+١ \geq -٦+١ \Leftarrow ٣ن(س)+١ \geq -٥$

$\Leftarrow \int_{١}^{٣} (٣ن(س)+١)\,ء س \geq \int_{١}^{٣} -٥\,ء س \Leftarrow \int_{١}^{٣} (٣ن(س)+١)\,ء س \geq -٥(٣-١) \Leftarrow \int_{١}^{٣} (٣ن(س)+١)\,ء س \geq -١٠$

$\Leftarrow -\int_{٣}^{١} (٣ن(س)+١)\,ء س \geq -١٠ \Leftarrow \int_{٣}^{١} (٣ن(س)+١)\,ء س \geq ١٠$

لذلك اكبر قيمة لـ $\int_{٣}^{١} ٣ن(س)+١\,ء س$ هي ١٠ .

---

١٣) $\int_{٠}^{٢} هـ^{(قا^{٢}س - ظا^{٢}س)}\,ء س = \int_{٠}^{٢} هـ^{١}\,ء س = \int_{٠}^{٢} هـ\,ء س = هـ(٢-٠) = ٢هـ$

---

١٤) $\int_{١}^{٣} ن(س)\,ى س = ١٧ \Leftarrow \int_{١}^{٢} ا س + ١ى س + \int_{٢}^{٣} ٣س^{٢}\,ى س = ١٧ \Leftarrow \left(\frac{ا س^{٢}}{٢} + س\right)\Big|_{١}^{٢} + (س^{٣})\Big|_{٢}^{٣} = ١٧$

$\Leftarrow (ا ٢ + ٢) - \left(\frac{ا}{٢} + ١\right) + (٨) - (٢٧) = ١٧ \Leftarrow \frac{ا ٣}{٢} + ٢٠ = ١٧ \Leftarrow \frac{ا ٣}{٢} = -٣ \Leftarrow ا ٣ = -٦ \Leftarrow ا = -٢$

---

١٥) $(\overline{٢ا} - ت) - ت(١ - \overline{٢ا}\,ت) = (\overline{٢ا} - ت) - (ت + \overline{٢ا}) = \overline{٢ا} - ت - ت - \overline{٢ا} = -٢ت$

---

١٦) $ت^{-٤٣} = \frac{١}{ت^{٤٣}} = \frac{ت}{ت^{٤٤}} = \frac{ت}{١} = ت$ ، حل اخر $ت^{-٤٣} = \frac{١}{ت^{٤٣}} = \frac{١}{ت^{٣+١٠×٤}} = \frac{١}{ت^{٣}} = \frac{١}{-ت} \times \frac{ت}{ت} = \frac{ت}{١} = ت$

---

١٧) $(١ - ت)^{٣}(١ + ت)^{٢} = (١ - ت)^{٢}(١ - ت)(١ + ت)^{٢} = (-٢ت)(١ - ت)(٢ت) = (-٢ت)(٢ت)(١ - ت) = ٤ \times (١ - ت)$

---

١٨) $\overline{ت - ع} = \overline{ت} - \overline{ع} = -ت - ع$

---

١٩) $ع = ٢ + \overline{٢ا}\,ت = ٢ + ٢\overline{٣ا}\,ت \Leftarrow ع^{-١} = \frac{٢}{(٢)^{٢} + (\overline{٣ا}\,٢)^{٢}} - \frac{٢\overline{٣ا}}{(٢)^{٢} + (\overline{٣ا}\,٢)^{٢}}\,ت = \frac{١}{١٦} - \frac{٢\overline{٣ا}}{١٦}\,ت$

$= \frac{١}{٨} - \frac{\overline{٣ا}}{٨}\,ت = \frac{١}{٨}(١ - \overline{٣ا}\,ت)$

---

٢٠) $ر = \overline{١ + ١ا} = \overline{٢ا}$ ، $ظاهـ = \frac{-١}{-١} = ١$ ، $جاهـ = \frac{-١}{\overline{٢ا}} < ٠$ ، $جتاهـ = \frac{-١}{\overline{٢ا}} < ٠ \Leftarrow$ هـ في الربع الثالث

و اسنادها ٤٥ $\Leftarrow$ $هـ = ٢٢٥^{o} \equiv \frac{٥}{٤}\pi^{c}$

السؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) (١٠ علامات)

الحل: $ن = ٥ - ٢س \quad ، س \in [١، ٤]$

$$ل = \frac{٤-١}{ن} = \frac{٣}{ن}$$

$$س_ر^* = ١ + ل ر = ١ + \frac{٣}{ن} ر$$

$$ن(س_ر^*) = ٣ - ٢(١ + \frac{٣}{ن} ر) = ٣ - ٢ - \frac{٦}{ن} ر = ١ - \frac{٦}{ن} ر$$

$$ق(ن، ن، \sigma) = ل \sum_{ر=١}^{ن} ن(س_ر^*) = \frac{٣}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} (١ - \frac{٦}{ن} ر) = \frac{٣}{ن} (\sum_{ر=١}^{ن} ١ - \frac{٦}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ر)$$

$$= \frac{٣}{ن} (ن ١ - \frac{٦}{ن} \times \frac{ن(ن+١)}{٢}) = \frac{٣}{ن} (-٣ ن - ٣) = (-٢ ن - ٣) = \frac{-٦ ن - ٩}{ن}$$

$$\Leftarrow \int_{١}^{٤} (٣ - ٢س) د س = \lim_{ن \to \infty} \frac{-٦ ن - ٩}{ن} = -٦ .$$

ب) (١٠ علامات)

$$ت(س) = \begin{cases} ٢هـ^{س} + س + جـ & ، \ ٠ \le س \le ١ \\ لـو_{هـ} س + ا س^{٢} + ب & ، \ ١ < س \le ٣ \end{cases} \Leftarrow ن(س) = \begin{cases} ٢هـ^{س} + ١ & ، \ ٠ < س \le ١ \\ \frac{١}{س} + ٢ ا س & ، \ ١ < س < ٣ \end{cases}$$

١. لإيجاد $ا، ب، جـ$

من خصائص ت(س):

$$ت(٠) = ٠ \Leftarrow ٢هـ^{٠} + ٠ + جـ = ٠ \Leftarrow جـ = -٢$$

من اتصال $ن(س)$ عند س = ١ :

$$\frac{١}{١} + ٢ ا (١) = ٢هـ^{١} + ١ \Leftarrow ١ + ٢ ا = ٢هـ + ١ \Leftarrow ا = هـ$$

من اتصال $ت(س)$ عند س = ١ :

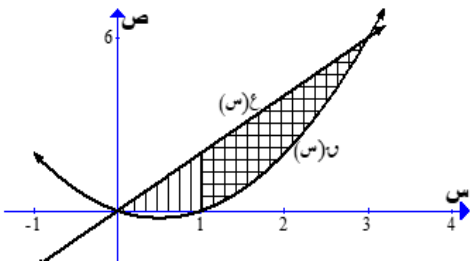
$$لـو_{هـ} ١ + هـ (١)^{٢} + ب = ٢هـ^{١} + ١ - ٢ \Leftarrow هـ + ب = ٢هـ - ١ \Leftarrow ب = ٢هـ - ١$$

$$ت(س) = \begin{cases} ٢هـ^{س} + س - ٢ & ، \ ٠ \le س \le ١ \\ لـو_{هـ} س + هـ س^{٢} + هـ - ١ & ، \ ١ < س \le ٣ \end{cases} \Leftarrow ن(س) = \begin{cases} ٢هـ^{س} + ١ & ، \ ٠ < س \le ١ \\ \frac{١}{س} + ٢هـ س & ، \ ١ < س < ٣ \end{cases}$$

٢. $\int_{ب}^{هـ} ن(س) د س = ت(هـ) = ١ + هـ^{٣} + هـ - ١ = هـ^{٣} + هـ$

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) (١٠ علامات)



الحل : نمثل الاقترانات

نسمي الاقترانات ع(س) = ٢س ، ل(س) = ٠ (محور السينات)

لإيجاد حدود التكامل نضع ن(س) = ع(س) ⟸ س^{٢} − س = ٢س

⟸ س^{٢} − ٣س = ٠ ⟸ س = ٠ ، س = ٣

(ممكن يحدد المساحة بطرق أخرى)

$$\text{المساحة} = \int_{٠}^{١} (٢س)\,دس + \int_{١}^{٣} (٢س) - (س^{٢} - س)\,دس = \int_{٠}^{١} (٢س)\,دس + \int_{١}^{٣} (٣س - س^{٢})\,دس$$

$$= \int_{٠}^{١} (٢س)\,دس + \int_{١}^{٣} (٣س - س^{٢})\,دس = س^{٢}\Big|_{٠}^{١} + \left(\frac{٣س^{٢}}{٢} - \frac{س^{٣}}{٣}\right)\Big|_{١}^{٣}$$

$$= (١) - (٠) + \left(\frac{٢٧}{٢} - \frac{٢٧}{٣}\right) - \left(\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٣}\right) = ١ + \frac{٢٧}{٢} - ٩ + \frac{٣}{٢} + \frac{١}{٣} = \frac{١٣}{٣} = ٤\frac{١}{٣}$$ وحدة مربعة

او المساحة = مساحة المثلث $- \int_{١}^{٣} (س^{٢} - س)\,دس = ٩ - \left(\frac{س^{٣}}{٣} - \frac{س^{٢}}{٢}\right)\Big|_{١}^{٣} = ٩ - \left(\left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣}\right) - \left(\frac{٩}{٢} - \frac{٢٧}{٣}\right)\right)$

$$= ٩ - \left(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} - \frac{٩}{٢} - \frac{٢٧}{٣}\right) = ٩ - (٩ + ٤ - \frac{١}{٣}) = ٩ - ٩ - ٤ + \frac{١}{٣} = ٤\frac{١}{٣}$$

ب) (١٠ علامات)

١.

الحل : $\int \frac{(س-٢)^{٩}}{س^{١١}}\,دس = \int \frac{(س(١-٢س^{-١}))^{٩}}{س^{١١}}\,دس = \int \frac{س^{٩}(١-٢س^{-١})^{٩}}{س^{١١}}\,دس = \int س^{-٢}(١-٢س^{-١})^{٩}\,دس$

نفرض ص = (١ − ٢س$^{-١}$) ⟸ $دس = \frac{دص}{٢س^{-٢}}$

$$\Longleftarrow \int \frac{(س-٢)^{٩}}{س^{١١}}\,دس = \int س^{-٢}(ص)^{٩}\,\frac{دص}{٢س^{-٢}} = \frac{١}{٢}\int ص^{٩}\,دص = \frac{١}{٢} \times \frac{ص^{١٠}}{١٠} + جـ = \frac{ص^{١٠}}{٢٠} + جـ = \frac{(١-٢س^{-١})^{١٠}}{٢٠} + جـ$$

حل آخر :

$$\int \frac{(س-٢)^{٩}}{س^{١١}}\,دس = \int \frac{(س-٢)^{٩}}{س^{٢} \times س^{٩}}\,دس = \int س^{-٢}\left(\frac{س-٢}{س}\right)^{٩}\,دس = \int س^{-٢}\left(\frac{س}{س} - \frac{٢}{س}\right)^{٩}\,دس = \int س^{-٢}(١-٢س^{-١})^{٩}\,دس$$

ثم نكمل .

.....

٢.

الحل : نفرض ص = $لـو_{هـ} س$ ⟸ $دس = سدص$ ، عندما س = هـ^{٢} ⟸ ص = ٢ وعندما س = هـ ⟸ ص = ١

$$\Longleftarrow \int_{هـ^{٢}}^{هـ} \frac{ن'(لـو_{هـ} س)}{س}\,دس = \int_{٢}^{١} \frac{ن'(ص)}{س} \times سدص = \int_{٢}^{١} ن'(ص)\,دص = ن(ص)\Big|_{٢}^{١} = ن(١) - ن(٢) = ١٢ - ٨ = ٤$$

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) (١٠ علامات)

الحل:

$$\left(\frac{٢+٣ت}{٢-٣ت}+\frac{٣+٤ت}{٣-٥ت}\right)=\frac{٢+٣ت}{٢-٣ت}\times\frac{٢+٣ت}{٢+٣ت}+\frac{٣+٤ت}{١-٥ت}\times\frac{١+٥ت}{١+٥ت}$$

$$=\frac{(٤-٩)+(٦+٦)ت}{٤+٩}+\frac{(٣-٢٠)+(٥+١٤)ت}{١+٢٥}$$

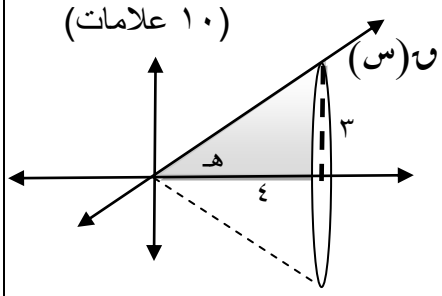
$$=\frac{-٥+١٢ت}{١٣}+\frac{-١٧+١٩ت}{٢٦}$$

$$=\frac{-١٠+٢٤ت}{٢٦}+\frac{-١٧+١٩ت}{٢٦}$$

$$=\frac{-٢٧+٤٣ت}{٢٦}$$

$$=-\frac{٢٧}{٢٦}+\frac{٤٣}{٢٦}ت\ .$$

ب) (١٠ علامات)



الحل : (بدون التكامل)

(الشكل الناتج هو مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته ٣سم

وارتفاعه ٤سم ولذلك حجمه $ع=\frac{١}{٣}\times٣^{٢}\times\pi\times٤=١٢\pi$)

الحل: (بالتكامل)

نجد قاعدة الاقتران الخطي الذي يمثل وتر المثلث القائم

الميل من النقطتين (٠ ،٠) ،(٤ ،٣) = ظاهـ = $\frac{٣-٠}{٤-٠}=\frac{٣}{٤}$

معادلة الخط المستقيم $(ص-٠)=\frac{٣}{٤}(س-٠)\Leftarrow ص=\frac{٣}{٤}س\Leftarrow ن(س)=\frac{٣}{٤}س$

الحجم $ع=\pi\int_{٠}^{٤}(\frac{٣}{٤}س)^{٢}\ ىس$

$$=\pi\times\frac{٩}{١٦}\int_{٠}^{٤}س^{٢}\ ىس$$

$$=\pi\times\frac{٩}{١٦}\left(\frac{س^{٣}}{٣}\right|_{٠}^{٤})$$

$$=\pi\times\frac{٩}{١٦}(\frac{٦٤}{٣}-\frac{٠}{٣})$$

$$=\pi\times\frac{٩}{١٦}(\frac{٦٤}{٣})$$

$=١٢\pi$ سم^{٣} .

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين ، أجيب عن أحدهما فقط .

السؤال الخامس : (١٠ علامات)

أ) (٥علامات)

الحل: $\int (٢س-١)^{٥}\left(\text{جتا}(٢س-١)^{٣}\right)\text{د}س=\int (٢س-١)^{٢}(٢س-١)^{٣}\left(\text{جتا}(٢س-١)^{٣}\right)\text{د}س$

نفرض $ص=(٢س-١)^{٣} \Leftarrow \text{د}س=\dfrac{\text{د}ص}{٦(٢س-١)^{٢}}$

$$\int (٢س-١)^{٥}\left(\text{جتا}(٢س-١)^{٣}\right)\text{د}س=\int (٢س-١)^{٢}ص\left(\text{جتا}ص\right)\times\frac{\text{د}ص}{٦(٢س-١)^{٢}}=\frac{١}{٦}\int ص\ \text{جتا}ص\ \text{د}ص$$

بالأجزاء : $ن=\frac{١}{٦}ص$ $\quad$ $\text{د}ع=\text{جتا}ص\ \text{د}ص$

$\text{د}ن=\frac{١}{٦}\text{د}ص$ $\quad$ $ع=\text{جا}ص$

$$\int \frac{١}{٦}ص\ \text{جتا}ص\ \text{د}ص=\frac{١}{٦}ص\ \text{جا}ص-\int \frac{١}{٦}\text{جا}ص\text{د}ص=\frac{١}{٦}ص\ \text{جا}ص+\frac{١}{٦}\text{جتا}ص+\text{جـ}$$

$$\int (٢س-١)^{٥}\left(\text{جتا}(٢س-١)^{٣}\right)\text{د}س=\frac{١}{٦}(٢س-١)^{٣}\ \text{جا}(٢س-١)^{٣}+\frac{١}{٦}\text{جتا}(٢س-١)^{٣}+\text{جـ}$$

ب) (٦علامات)

الحل :

$$ل=\frac{٣-١}{١٠}=\frac{٢}{١٠}=\frac{١}{٥}=٠,٢ \Leftarrow \sigma_{١٠}=\{١\ ،\ ١,٢\ ،\ L\ L\ ،\ ٢,٨\ ،\ ٣\}$$

عندما $س^{*}_{ر}=س_{ر-١}$ فان $م(\sigma_{١٠})=١٥$

$$٠,٢((١)ن+(١,٢)ن+(١,٤)ن+(١,٦)ن+(١,٨)ن+(٢)ن+(٢,٢)ن+(٢,٤)ن+(٢,٦)ن+(٢,٨)ن)=١٥$$

عندما $س^{*}_{ر}=س_{ر}$ فان $م(\sigma_{١٠})=١٩$

$$٠,٢((١)ن+(١,٢)ن+(١,٤)ن+(١,٦)ن+(١,٨)ن+(٢)ن+(٢,٢)ن+(٢,٤)ن+(٢,٦)ن+(٢,٨)ن+(٣)ن)=١٩$$

بالطرح:

$$٠,٢((١)ن-(٣)ن)=١٥-١٩ \Leftarrow$$

$$٠,٢((١)ن-(٣)ن)=٤ \Leftarrow$$

$$ن(٣)-ن(١)=\frac{٤}{٠,٢} \Leftarrow$$

$$ن(٣)-ن(١)=٢٠ \Leftarrow$$

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ) (٥علامات)

الحل : $س \in [0، 2\pi] \Leftarrow -1 \leq جتاس \leq 1 \Leftarrow 0 \leq جتا^2 س \leq 1$

$$\Leftarrow 0 \leq 3جتا^2 س \leq 3 \Leftarrow 1 \leq 1 + 3جتا^2 س \leq 4$$

$$\Leftarrow \sqrt{1} \leq \sqrt{1 + 3جتا^2 س} \leq \sqrt{4} \Leftarrow 1 \leq \sqrt{1 + 3جتا^2 س} \leq 2$$

$$\int_{0}^{2\pi} 1 \, ds \leq \int_{0}^{2\pi} \sqrt{1 + 3جتا^2 س} \, ds \leq \int_{0}^{2\pi} 2 \, ds$$

$$\Leftarrow 1(2\pi - 0) \leq \int_{0}^{2\pi} \sqrt{1 + 3جتا^2 س} \, ds \leq 2(2\pi - 0)$$

$$\Leftarrow 2\pi \leq \int_{0}^{2\pi} \sqrt{1 + 3جتا^2 س} \, ds \leq 4\pi$$

ب) (٥ علامات)

الحل : $\int_{1}^{ن} ق(س) \, ds = 2 \Leftarrow \lim_{ن \to \infty} ق(ن، \sigma) = 2 \Leftarrow \lim_{ن \to \infty} \frac{أ ن^2 + 1}{3ن - 1} + ن + ب = 2$

$$\Leftarrow \lim_{ن \to \infty} \frac{أ ن^2 + 1 + ن(3ن - 1) + ب(3ن - 1)}{3ن - 1} = 2$$

$$\Leftarrow \lim_{ن \to \infty} \frac{أ ن^2 + 1 + 3ن^2 - ن + 3ب ن - ب}{3ن - 1} = 2$$

$$\Leftarrow \lim_{ن \to \infty} \frac{(أ + 3) ن^2 + (3ب - 1) ن + (1 + ب)}{3ن - 1} = 2$$

بما ان النهاية عدد حقيقي مش صفر

أولا : درجة البسط = درجة المقام $\Leftarrow (أ + 3) = 0 \Leftarrow أ = 3$

ثانيا: قيمة النهاية = ٢ $\Leftarrow \lim_{ن \to \infty} \frac{(3ب - 1) ن + (1 + ب)}{3ن - 1} = 2 \Leftarrow \frac{(3ب - 1)}{3} = 2 \Leftarrow ب = \frac{7}{3}$

انتهت الاجابة و بالتوفيق

دولة فلسطين
مديرية التربية والتعليم/نابلس
المبحث: الرياضيات
الورقة : الثانية

الفرع :العلمي

مدة الامتحان : ساعتان و نصف
اليوم: السبت
التاريخ: ٢٠٢٠/٤/٢٥
مجموع العلامات :١٠٠

ملاحظة :عدد أسئلة الورقة (ستة)أسئلة ، أجب عن خمسة منها فقط

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول: (٣٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة ، ثم ضع علامة (×) في المكان المخصص للإجابة :

١)إذا كان م(س) ، هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران المتصل ق(س) فإن $\int$ س (م(س) – هـ(س)) . دس هو اقتران :

أ) ثابت ب) خطي جـ) تربيعي د) تكعيبي

٢) إذا كان $\int$ ق(س) . دس = هـ^{٢} + هـ $^{١-س^{٢}}$ فإن قيمة $\sqrt{ق'(١)-ق(١)}$ =

أ) $\sqrt{٨}$ ب) ٢ جـ) ٠ د) $\sqrt{٦}$

٣) إذا كان $\int$ ق(س) . دس =س^{٢} –أ جتا $\frac{١}{٢}$ س وكان ق(π) = ٣ π فما قيمة الثابت أ ؟

أ) ٦ π ب) −٢ π جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) ٢ π

٤) ما قيمة ن التي تجعل $\int \frac{س^{ن}}{(س^{٥}+٢)^{-٦}}$. دس = $\frac{(س^{٥}+٢)^{٧}}{٣٥}$ + جـ

أ)٤ ب)٥ جـ) ٦ د) ٧

٥) إذا كان $\int$ ٢س لوهـ س . دس = س^{٢} لوهـ س − $\int$ع . دق فإن ع. دق =

أ) لوهـ س دس ب) س^{٢} دس جـ) س دس د) س لوهـ س دس

٦) إذا كان $\int$(ق'(س) +س) . دس = س^{٣} + ك س^{٢} +١ و كان ميل المماس لمنحنى ق(س) عند (١ ، ٣) يساوي ٥ فإن قيمة الثابت ك هي :

أ) ١ ب) ٠,٦ جـ) ١,٥ د) ٤,٥

٧) $\int$ هـ^{س} (لوهـ س + $\frac{١}{س}$) . دس =

أ) لوهـ س +جـ ب) هـ^{س} + جـ جـ) هـ^{س} لوهـ س + جـ د) ٢ هـ^{س} لوهـ س +جـ

٨) إذا كان هـ(س) ، ع(س) اقترانين أصليين للاقتران المتصل ق(س) حيث ق(١)=٦ ، ق'(١)=٤ وكان (أهـ −ع)'(١)=١٢ فإن قيمة الثابت أ هي:

أ)٢ ب)٣ جـ)٥ د) ٧

لاحظ الصفحة التالية **يتبع ← (٢)**

٩) إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة [−١ ، ٥] وكان طول الفترة الجزئية يساوي $\frac{١}{٣}$ فإن عدد عناصرها :

أ) ٢٠ ب) ١٩ جـ) ١٨ د) ٦

١٠) إذا كانت $\sigma_{٢٤}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ٢٠] و كان العنصر السابع فيها هو ١١ فما قيمة $\sum_{ر=١}^{٢٤}$ (س ر − س ر-١)

أ) ٦ ب) ٨ جـ) ١٠ د) ١٢

١١) بدأ جسم الحركة من نقطة الأصل و كانت سرعته ع=(٢ن−٣)م/ث فإن الزمن اللازم حتى يعود الجسم لنقطة الأصل :

أ) ٢ ث ب) ٣ث جـ) ٤ث د) ٥ث

١٢) $\int \frac{\text{قا}^{٢}(\text{جاس})}{\text{قاس}}$. دس =

أ) ظا(جاس) +جـ ب) قا٢س + جـ جـ) ظاس + جـ د) قا٢ (جاس) +جـ

١٣) إذا كان ق(س) ، هـ(س) اقترانين معرفين على [٢ ، ٨] حيث هـ(س) = ٤ق(س)−٥ ، و كان م($\sigma_{٣}$ ،ق)=٢٤ حيث $\sigma_{٣}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، ٨] فإن م($\sigma_{٣}$ ،هـ) حيث س*ر = س ر هو:

أ) ٩١ ب) ٦٦ جـ) ٣٣ د) ٨٦

١٤) إذا كان ق(س) = ك س ، ك ∋ ح ، س∋ [٠ ، ٤] و كان $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٠ ، ٤]

و كان م($\sigma_{ن}$ ،ق) = ٨ − $\frac{٤}{ن}$ ، فإن قيمة ك =

أ) ١ ب) ٤ جـ) ٧ د) ٨

١٥) إذا كان ق(س) = ب س+٢ معرفا على [−١ ، ٤] و كانت $\sigma_{٢}$ = { −١ ، ٢ ، ٤} تجزئة للفترة [−١ ، ٤]

فإن قيمة ب التي تجعل م ($\sigma_{٢}$ ، ق) =٢٢ ، س*ر = س ر-١ هي :

أ) −٤ ب) ١٦ جـ) ١٢ د) ١٨

١٦) $\int$ (ق// (س) + ق/(س) + ق(س)) . دس = س٣ + ك س٢ +٦ و كان ق//(١) = ٢ ق/(١) = ٣ ق(١)=٦

فإن قيمة ك =

أ) ٤ ب) ٢ جـ) $\frac{٨}{٧}$ د) $\frac{٧}{٢}$

١٧) إذا كان ص= $\int$ (قا٢س −ظا٢س) هـ أس . لوهـ س. دس فإن قيمة أ التي تجعل $\frac{\text{د}^{٢}\text{ص}}{\text{دس}^{٢}}$ = هـ عندما س=١

أ) ١ ب) هـ جـ) ٠ د) $\frac{١}{\text{هـ}}$

لاحظ الصفحة التالية يتبع ←(٣)

١٨) $\int$ ق/(س) . ق//(س).دس=

أ) ق^{٢}(س) + جـ ب) (ق/(س))^{٢}+جـ جـ) ق(س).ق/(س)+جـ د) ق(س)+جـ

١٩) $\int \frac{هـ^{٣س+١}}{هـ^{٣س-١}}$. دس

أ) $\frac{هـ^{٣}}{٣}$ ب) −س + جـ جـ) لو$_{هـ}$ هـ$^{س-١}$ د) هـ^{٢} س + جـ

٢٠) $\int \frac{٣}{(س^{٢}-٦س+٩)^{٤}}$.دس =

أ) −(س^{٢}−٦س+٩)$^{-٣}$ + جـ ب) $\frac{-٣}{٧}$ (√(س^{٢}−٦س+٩))$^{-٧}$+جـ جـ) $\frac{-٣}{٧}$ (س−٣)^{٧} +جـ د) $\frac{-١}{٣}$ (س−٣)$^{-٩}$+جـ

لقسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين و على المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الثاني : (٢٠علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود لإيجاد $\int_{١}^{٣}$ (٢ −٤س) . دس معتبرا س*$_{ر}$ = س $_{ر}$ (١٠علامات)

ب) يتحرك جسم بحيث أن سرعته تعطى بالعلاقة ع = $\frac{لو_{هـ} ن}{ن}$ فإذا كانت المسافة التي يقطعها الجسم =٣سم

عندما ن= ١ ثانية ، جد المسافة التي يقطعها الجسم عندما ن= هـ^{٢} (١٠علامات)

السؤال الثالث : (٢٠ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\frac{أس}{س+٢}$ معرفا على [−١ ،٨] ، و كانت $\sigma_{٥}$ = { −١ ، ٠ ، ٢، ٣ ، ٦ ، ٨ } تجزئة للفترة [−١ ،٨] ، فاحسب قيمة أ علما بأن م ($\sigma_{٥}$ ، ق)= ٥,٦ ، حيث س*$_{ر}$ = س $_{ر-١}$ (٨علامات)

ب) جد التكاملات الآتية (١٢ علامة)

١) $\int$ جتا^{٢}(٣−٤س) .دس ٢) $\int \frac{٢س^{٢}}{١-س^{٢}}$.دس

لاحظ الصفحة التالية يتبع ← (٤)

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) ابحث في قابلية ق(س) = $\frac{١ - جا٢س}{جتا٢س}$ للتكامل على الفترة [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$] (٦علامات)

ب)إذا كان $\int$ (ق/(س) + $\frac{٢}{س + س^{٦}}$) .دس = ٢س^{٣} + ب س^{٢} + ٢ وكان ق/(١)=٩ ، ق(٢)=٥ جد قاعدة ق(س) . (٨علامات)

جـ) جد $\int$ جا٢س هـ^{جاس} .دس (٦علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين و على المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس : (١٠ علامات)

أ) أجد $\int$ $\frac{(س^{٣} - س)^{٧}}{س^{٢٤}}$. دس (٥علامات)

ب) إذا كان ق/(س) = ظتاس +ظاس و كان ق($\frac{\pi}{٤}$) = −١ أثبت أن هـ$^{ق(س)+١}$ = ظاس ، ٠< س< $\frac{\pi}{٢}$

(٥علامات)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ) جد $\int$ جتا٢س (جتاس +جاس)^{١٥} .دس (٥علامات)

ب) إذا كان ع$_{ن}$ = $\int$ (لوهـ س)^{ن} .دس حيث ن ∋ ط*، أثبت أن : ع$_{ن}$ = س (لوهـ س)^{ن} − ن .ع$_{ن-١}$

(٥ علامات)

انتهت الأسئلة

الرياضيات

الورقة: الثانية

إجابةالسؤال الأول

رقم الفقرة	رمز الإجابة
١	ج
٢	ب
٣	د
٤	أ
٥	ج
٦	ج
٧	ج
٨	ب
٩	ب
١٠	[illegible]
١١	ب
١٢	أ
١٣	ب
١٤	أ
١٥	ج
١٦	أ
١٧	أ
١٨	ب
١٩	د
٢٠	ب

عندي قناعة تامة ومطلقة ان الله يسرني لكم لخدمتكم ويسركم لي بالدعاء ليرزقني من خلالكم ..فأنا احسن الظن ب الله في كل شي حتى في التعامل معكم او الدعاء لكم او خدمتكم

فلا تبخلو علي بالدعاء في جميع اوقاتكم

السؤال الثاني

أ) $\int_{1}^{3} (2-4س)\, دس = \lim_{ن \to \infty} م(ن، ط)$

(3 علامات) $ل = \frac{3-1}{ن} = \frac{2}{ن}$ ، $س_ر = 1 + \frac{2}{ن} ر$

(علامتان) $ق(س_ر) = 2 - 4\left(1 + \frac{2ر}{ن}\right) = 2 - 4 - \frac{8}{ن} ر = -2 - \frac{8}{ن} ر$

(4 علامات) $م(ن، ط) = ل \sum_{ر=1}^{ن} ق(س_ر) = \frac{2}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} \left(-2 - \frac{8}{ن} ر\right) =$

$\frac{2}{ن}\left(-2ن - \frac{8}{ن} \cdot \frac{ن(ن+1)}{2}\right) =$

$\frac{2}{ن}\left(-2ن - 4ن - 4\right) = \frac{-12ن - 8}{ن}$

(علامتان) $\int_{1}^{3} (2-4س)\, دس = \lim_{ن \to \infty} \frac{-12ن-8}{ن} = -12$

ب) $ع = \frac{لو_هـ ن}{ن}$

(3 علامات) $ف = \int \frac{لو_هـ ن}{ن}\, دن = \int \frac{ص}{ن} \cdot ن\, دص$

$\int ص\, دص = \frac{ص^2}{2} + جـ = \frac{1}{2}(لو_هـ ن)^2 + جـ$

(علامتان)
$ص = لو_هـ ن$
$\frac{دص}{دن} = \frac{1}{ن}$
$دن = ن\, دص$

(علامتان) $ف(ن) = \frac{(لو_هـ ن)^2}{2} + جـ$ لكن $ف(1) = \frac{(لو_هـ 1)^2}{2} + جـ = 3 \Leftarrow جـ = 3$

$ف(هـ^2) = \frac{(لو_هـ هـ^2)^2}{2} + 3$

(3 علامات)

$ف(هـ^2) = \frac{4}{2} + 3 = 5$ م

السؤال الثالث :-

(٩ علامات)

$$م[ج،د] = \sum_{ن=1}^{5} ل_ن \, ق_ن(س_ن) =$$

$$= (-٣)\,ق_1(-٣) + (-٥)\,ق_1(-٥) + (-٢)\,ق_1(-٢) + (٠)\,ق_1(٠) + (٢)\,ق_1(٢)$$

$$= \left(\frac{٩}{٢٥+٩} \times ٢ + \frac{٩٣}{٥} \times ٣ + \frac{٩٢}{٤} \times ١ + ٠ \times ٢ + \frac{٩}{٥} \times ٣\right)$$

$$= \frac{٩٥ + ٩١٨ + ٩٢٠ + ٩٢١}{١٠} = \sum_{ن=1}^{5} \left(٣ + \frac{٩}{٥} + \frac{٩٢}{٤} + \frac{٩٩}{٥} + \frac{٩٢}{٢}\right)$$

$$= \frac{٩٢٨}{١٠} \Leftarrow ٥,٦ \Leftarrow ٥٦ = ٩٢٨ \Leftarrow \boxed{٣ = ٩}$$

(٥) (١) $\int جتا^{٢}(٣-٤س)\,د س = \int \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} جتا ٢(٣-٤س)\,د س$ (٤ علامات)

$$= \int \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} جتا(٦-٨س)\,د س = \frac{١}{٢}س + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٨} جا(٦-٨س) + ج$$

(تكامل بالتعويض)

$$= \frac{١}{٢}س - \frac{١}{١٦} جا(٦-٨س) + ج$$ (٤ علامات)

(٢) $\int \frac{٢س^{٤}}{١-س^{٢}}$. د س درجة البسط = درجة المقام (قسمة طويلة)

(٤ علامات)

$$= \int \left(-٢ + \frac{٢}{١-س^{٢}}\right) د س$$

$$= -٢س + \int \frac{٢}{١-س^{٢}} د س$$

$$= -٢س + \int \frac{١}{١-س} + \frac{١}{١+س} د س$$

$$= -٢س + لو|١-س| + لو|١+س| + ج$$

(٤ علامات)

$$٢ = ٩$$

$$\begin{array}{r|l} ٢س^{٤} - ٠س^{٣} + ٠س^{٢} + ٠س + ١ & -س^{٢}+١ \\ \hline ٢س^{٤} - ٢س^{٢} & -٢ \\ \hline ٢س^{٢} + ١ & \\ ٢س^{٢} - ٢ & \\ \hline ٣ & \end{array}$$

(الباقي)

$$\frac{٢}{١-س^{٢}} = \frac{٩}{١+س} + \frac{٧}{١-س}$$

$$٩(١-س) + ٧(١+س)$$

$$س = -١ \Leftarrow ١٤ = ١٤ \Leftarrow ١٤ = ١٤$$

$$س = ١ \Leftarrow ٩ = ١$$

(٤ علامات)

السؤال الرابع

٦ علامات

أ) $ق(س) = \frac{1 - جا س}{جتا س}$

علاقة: جتا س = 0 $\Leftarrow$ س = $\frac{\pi}{2}$ فعل المقام صفر

$\Leftarrow$ ق(س) معرف على $[0, \frac{\pi}{2}] - \{\frac{\pi}{2}\}$

علاقتان: $ق(س) = \frac{1 - جا س}{جتا س} \times \frac{(1 + جا س)}{(1 + جا س)} = \frac{1 - جا^2 س}{جتا س (1 + جا س)} = \frac{جتا^2 س}{جتا س (1 + جا س)}$

$= \frac{جتا س}{1 + جا س}$

علاقتان: نفرض $هـ(س) = \frac{جتا س}{1 + جا س}$ ، هـ(س) قابل للتكامل على $[0, \frac{\pi}{2}]$ لأنه قسمة

سطحيين اقتران جتا مقسوم على (ثابت + جا) ولا يوجد في $[0, \frac{\pi}{2}]$

علاقة: ما يجعل المقام صفر.

$\therefore$ حسب النظرية $هـ(س) = ق(س)$ $\forall س \in [0, \frac{\pi}{2}] / \{\frac{\pi}{4}\}$

$\Leftarrow$ ق(س) قابل للتكامل على $[0, \frac{\pi}{2}]$ ويكون

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} ق(س) \cdot ر = \int_0^{\frac{\pi}{4}} هـ(س)\, ر$ #

ب) $\int (ق(س) + \frac{ك}{س + 2ن}) ر = 2س^3 + 10س + 2$

نشتق الطرفين $\Leftarrow$ $ق(س) + \frac{ك}{س + 2ن} = 6س^2 + 10$

$ق(1) = 9 \Leftarrow 9 + \frac{ك}{1 + 2ن} = 6 + 2ب \Leftarrow 10 = 6 + 2ب$

$\boxed{ب = 2}$

$\int (ق(س) + \frac{ك}{س + 2ن}) ر = 3س^2 + 2س + 2$

الطرف الأيمن $\int ق(س) ر + \int \frac{ك}{(س + 2ن)} ر = ق(س) + \int \frac{ك}{س(\frac{1}{س} + 1)} \cdot ر$

$= ق(س) + \int \frac{-ك}{ص} \frac{ص^2}{-ك} ص = ق(س) - \frac{1}{2} لو|ص| + جـ$

$= ق(س) - \frac{1}{2} لو|\frac{1}{س} + 1| + جـ = 2س^2 + 2س + 2$

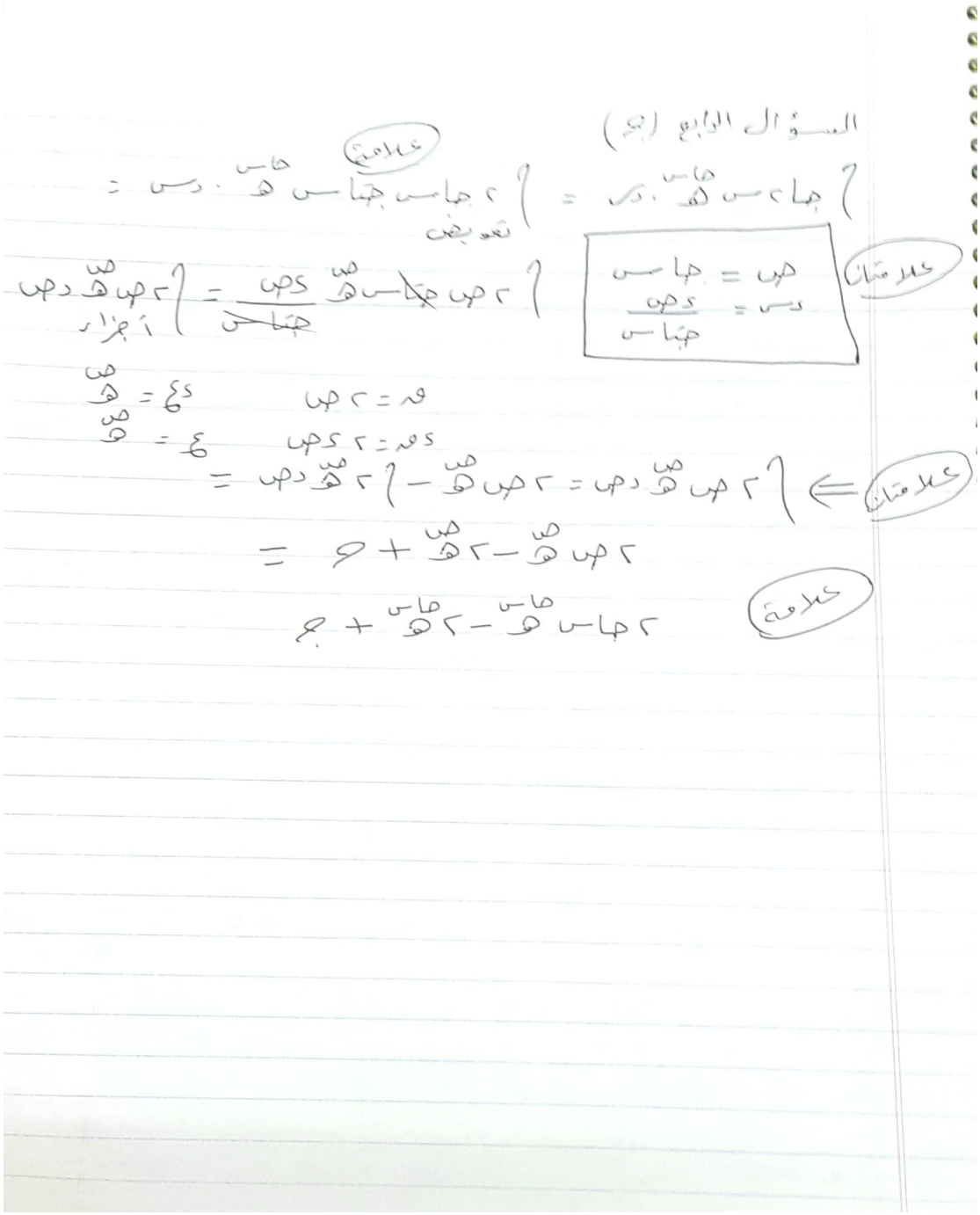
$ق(س) = 2س^2 + 2س + 2 + \frac{1}{2} لو|\frac{1}{س} + 1| - جـ$

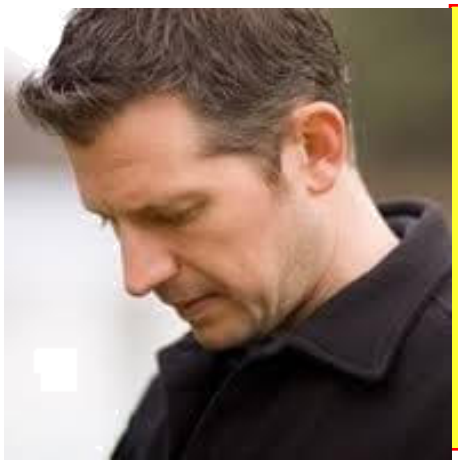
للكم $ق(2) = 0 \Leftarrow ق(س) = 2س^2 + 2س + \frac{1}{2} لو|\frac{1}{س} + 1| - 3$

نفرض $ص = \frac{1}{س} + 1$

$\frac{ر ص}{ر س} = \frac{-1}{س^2}$

$ر س = \frac{-س^2 ر ص}{ص}$





عندي قناعة تامة ومطلقة أن الله يسرني لكم لخدمتكم ويسركم لي بالدعاء ليرزقني من خلالكم .. فأنا احسن الظن ب الله في كل شي حتى في التعامل معكم او الدعاء لكم او خدمتكم

فلا تبخلو علي بالدعاء في جميع اوقاتكم

السؤال الخامس (5 علامات)

ب) $\int \frac{(\sqrt[3]{س}-س)^2}{س^2}\,د س = \int \frac{(\sqrt[3]{س}-س)^2}{س^2} \times \frac{1}{\sqrt[3]{س}}\,د س$ (علامة)

$= \int \left(\frac{\sqrt[3]{س}-س}{س}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{س}}\,د س = \int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{س}}-1\right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{س}}\,د س$ (علامة)

$ص = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{س}}$ (علامة)

$\frac{د ص}{د س} = \frac{2}{3س^{\frac{4}{3}}}$

$د س = \frac{3س^{\frac{4}{3}}}{2}\,د ص$

$= \int ص^2 \cdot \frac{1}{س^{\frac{4}{3}}} \cdot \frac{3س^{\frac{4}{3}}}{2}\,د ص$ (علامة)

$= \frac{ص^3}{6} + ج$ (علامة)

$= \frac{(1-\frac{1}{\sqrt[3]{س}})^3}{6} + ج$

(5 علامات)

ب) $ق(س) = ظتا س + ظا س$

$ه(س) = \int (ظتا س + ظا س)\,د س = \int \left(\frac{جتا س}{جا س} + \frac{جا س}{جتا س}\right) د س$

$= \log_و جا س - \log_و جتا س + ج = \log_و \frac{جا س}{جتا س} + ج = \log_و ظا س + ج$ (علامة)

$ه(س) = \log_و ظا س + ج$ لكن $ه(\frac{\pi}{4}) = -1 \Leftarrow$ (علامة)

$-1 = \log_و ظا \frac{\pi}{4} + ج \Leftarrow$ (علامة)

$ج = -1$

$ه(س) = \log_و ظا س - 1 \Leftarrow ه(س)+1 = \log_و ظا س$ (علامة)

$\Leftarrow و^{ه(س)+1} = ظا س$ (علامة)

السؤال السادس : (5 علامات)

ب) $\int جتا^{5} س (جتا س + جا س)^{10} دس =$

علامة: $\int (جتا^{2} س - جا^{2} س)(جتا س + جا س)^{10} دس =$ (فرق بين مربعين)

علامة: $\int (جتا س - جا س)(جتا س + جا س)^{16} دس =$

علامة: $\int (جتا س - جا س) هـ^{16} \frac{دهـ}{جتا س - جا س} =$

علامة: $\frac{هـ^{17}}{17} + ج = \frac{(جتا س + جا س)^{17}}{17} + ج$

علامة:
$جتا س + جا س = هـ$
$\frac{دهـ}{دس} = جتا س - جا س$
$دس = \frac{دهـ}{جتا س - جا س}$

فكرة أخرى: $\int جتا^{5} س (جتا س + جا س)^{10} دس = \int جتا^{3} س (جتا س + جا س)^{10} جتا^{2} س \, دس =$

$\int جتا^{3} س (1 + جا س)^{10} دس$ نفرض هـ = 1 + جا س ونكمل

ب) $ع_ن = \int (\frac{لو س}{و})^{ن} \cdot دس$

$ع_ن = س (\frac{لو س}{و})^{ن} - \int ن (\frac{لو س}{و})^{ن-1} \times \frac{1}{س} دس$

$ع_ن = س (\frac{لو س}{و})^{ن} - ن \int (\frac{لو س}{و})^{ن-1} دس$

$ع_ن = س (\frac{لو س}{و})^{ن} - ن ع_{ن-1}$

علامة: $ع = (\frac{لو س}{و})^{ن}$ $دع = دس$

$دعه = ن (\frac{لو س}{و})^{ن-1} \times \frac{1}{س} دس$ $عه = س$

#

تم بحمد الله

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مديرية التربية والتعليم / محافظة طولكرم

الامتحان الموحد في مبحث الرياضيات
للصف الثاني الثانوي العلمي (التوجيهي)
الـــورقةالثانية

التاريخ: / /٢٠٢٠م
مدة الامتحان : ساعتان ونصف
مجموع العلامات : (١٠٠ علامة)

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة ستة أسئلة ، اجب عن خمسة اسئلة منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : (٣٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة :

١) اذا كان م(س) ، هـ (س) اقترانين اصليين للاقتران ق(س) وكان $\int$ هـ (س) دس = م(س) + جا^{٢}س – هـ (س) ما قيمة هـ$'$ (π) ؟

أ) ـ ٢ ب) صفر جـ) ١ د) ٢

٢) اذا كانت σ ={-٤ ،-١ ،.....،٢٠ } تجزئه منتظمه ، ما عدد عناصر هذه التجزئه ؟

أ) ٣ ب) ٧ جـ) ٨ د) ٩

٣) اذا كان ق(س) متصلا على ح وكان $\int$ (ق$'$(س)+ ٢س) دس = س^{٣} + ب س وكان ق$'$(١) = ٥ ، ما قيمة الثابت ب ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٢ جـ) ٤ د) ٣

٤) اذا كانت $\sigma_{٤}$ تجزئه منتظمه للفتره [أ ، ٧] وكان العنصرالثالث فيها = ٣ ، ما قيمة الثابت أ ؟

أ) ـ ١ ب) ٢ جـ) ١ د) ـ ٢

٥) اذا كان $\int$ ق$'$(س) دس = لـو$_{هـ}$ (س^{٢} ـ ٣) + ٥ وكان ق$'$(أ) = ٢أ ، أ > ٠ ، ما قيمة الثابت أ ؟

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٤

٦) اذا كان ق(س) كثير حدود بحيث كان ق$'$(س) = ٢س ـ ٢ ، فما قيمة ق(٣) ـ ق (١) ؟

أ) صفر ب) ٢ جـ) ٨ د) ٤

٧) $\int \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\ ٣س}$ دس =

أ) ظا٣س+ جـ ب) ظتا٣س+ جـ جـ) $\frac{١}{٣}$ ظا٣س+ جـ د) $\frac{١}{٣}$ جا٣س+ جـ

لاحظ الصفحه التاليه يتبع صفحه (٢) .....

٨) اذا كان ميل المماس لمنحنى ق(س) عند أي نقطه واقعه عليه يعطى بالعلاقه ق/(س) = جتا٢س – جا٢س ، ومنحنى ق(س) يمر بالنقطه ($\frac{\pi}{٤}$ ، ٢) ، ما قيمة ق($\frac{\pi^{٣}}{٤}$)

أ) ١ ب) صفر جـ) ـ ١ د) ٢

٩) اذا كان ق(س) = ٤ ، مجموعة منحنيات الاقترانات الاصليه لمنحنى ق(س) هي :

أ) منحنييات متعامده ب) منحنيات متقاطعه في نقطة الأصل جـ) قطوع مكافئه د) منحنياتها مستقيمات متوازيه

١٠) اذا كان ق(س) = $\int$ هـ$^{-س}$ دس ، ق(٠) = ـ ١ ، ما قيمة ق(١) ؟

أ) صفر ب) ـ هـ جـ) $\frac{-١}{هـ}$ د) $\frac{١}{هـ}$

١١) قذف جسم لأعلى من قمة برج ارتفاعه (٨٠ قدما) وكانت سرعته ع = ـ٣٢ ن + ٦٤ حيث ن : الزمن بالثواني ، ف المسافه بالاقدام ، ما أقصى ارتفاع يصله الجسم عن قمة البرج ؟

أ) ١٤٤ قدم ب) ٦٤ قدم جـ) ١٦٠ قدم د) ١٢٨ قدم

١٢) $\int \frac{١}{س^{٢} + ٤س + ٤}$ دس =

أ) لوا س + ٢ ا + جـ ب) $\frac{-١}{س + ٢}$ + جـ جـ) ـ لوا س + ٢ ا + جـ د) $\frac{١}{س + ٢}$ + جـ

١٣) اذا كانت σ٨ = { أ ، ٦ ،.....، ١٨ ، ب } تجزئه منتظمه للفتره [أ ، ب] ، فما قيمة الثابت أ ؟

أ) ٤ ب) ٦ جـ) ـ ٤ د) ـ ٦

١٤) اذا كان م(س) ، ك(س) اقترانين اصليين للاقتران ق(س) وكان ق(١) = ٢ ، ما قيمة (م(س)–٣ك(س) ـ ٢س)/(١) ؟

أ) ـ٦ ب) ـ٤ جـ) ـ٢ د) صفر

١٥) $\int$ هـ$^{قا^{٢}س - ظا^{٢}س}$ دس =

أ) هـ$^{-س}$ + جـ ب) هـ^{س} + جـ جـ) $\frac{١}{هـ}$ س + جـ د) هـ س + جـ

١٦) اذا كان ق(س) اقتران متصل على [١ ، ٤] بحيث م(σن،ق) = ٥ ـ $\frac{٣ - ٢ن}{ن}$ ، ما قيمة $\int_{١}^{٤}$ ق(س) دس ؟

أ) ٧ ب) ٢ جـ) ٣ د) ـ ٧

١٧) اذا كانت السرعه الابتدائيه لجسم تساوي ١ م / ث وكان تسارعه في أي لحظه يساوي ن م/ث^{٢} ، ما سرعته بعد ٢ ثانيه من بدء الحركه ؟

أ) ٢ م / ث ب) ٣ م/ث جـ) ٤ م/ ث د) ٥ م/ث

١٨) اذا كانت σ ١٠٠ تجزئه للفتره [ـ٢ ، ٤] ، ما قيمة $\sum_{ر=١}^{١٠٠}$ (س ر– س ر-١) ؟

أ) $\frac{٦}{١٠٠}$ ب) ٦٠٠ جـ) ٦ د) ـ ٦

١٩) اذا كان م(س) اقتران اصلي للاقتران ق(س) بحيث م(س) = ظتاس + ١ ، ما قيمة ق($\frac{\pi}{٤}$) ؟

أ) ـ٤ ب) ـ٢ جـ) ٢ د) ٤

٢٠) اذا كان ق$''$(س) = ٦س ـ ٦ ، وكان لمنحنى ق(س) نقطة عظمى محليه عند (٠، ٨) ، ما نقطة الانعطاف لمنحنى ق(س) ؟

أ) (١ ، ٨) ب) (١ ، ٥) جـ) (١ ، ٠) د) (١ ، ٦)

السؤال الثاني (٢٠ علامة) :

أ)اذا كان ق/(س) = أ س ـ ٣س٢ ، جد قاعدة منحنى الاقتران ق(س) علماً بأن المستقيم س + ص = ٤ مماس للمنحنى عند النقطه (١ ، ق (١)) (١٠ علامات)

ب) اذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} & ، ٠ \leq س < ١ \\ ٣س - ٢ & ، ١ < س < ٣ \\ ٦ & ، س = ٣،١ \end{cases}$ ، أثبت أن ق(س) قابل للتكامل في [٠ ، ٣] . (١٠ علامات)

السؤال الثالث (٢٠ علامة) :

أ) أثبت أن $\int س^{ن} \text{لو}_{هـ} س \, دس = \frac{س^{ن+١}}{ن+١} (\text{لو}_{هـ} س - \frac{١}{ن+١}) + جـ$ ، ن $\neq$ -١ ، س>٠ . (١٠ علامات)

ب) اذا كان ق(س) = أ س^{٢} ، س$\in$ [-١ ، ١] وكانت $\sigma_{٤}$ تجزئه منتظمه للفتره [-١ ، ١] ، فجد قيمة الثابت أ

علماً بأن م($\sigma_{٤}$،ق) = ٤ ، س$^{*}_{ر}$ = س ر-١ . (١٠ علامات)

السؤال الرابع (٢٠ علامة) :

أ) جد التكاملات التالية :

١) $\int \frac{١}{س - \sqrt{س+٢}} دس$ ٢) $\int جتا٢س(جتاس+جاس)^{١٥} دس$ (١٤ علامة)

ب) اذا كان ق(س) = أ هـ (س) + ب وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئه نونيه منتظمه للفتره [٠ ، ١] ،

فاثبت أن : م($\sigma_{ن}$،ق) = أ م($\sigma_{ن}$،هـ) + ب لجميع اختيارات س$^{*}_{ر}$. (٦ علامات)

لاحظ الصفحة التالية يتبع صفحة (٤) .....

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن سؤال واحد فقط

السؤال الخامس : (١٠ علامات)

أ) يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث أن بتسارع ت = ٣ن^{٢} + ن ، فاذا كانت سرعته بعد ثانيتين من بدء الحركه = ٣ أمثال سرعته الابتدائيه ، فما سرعته بعد ٣ ثواني من بدء الحركه ، علماً بأن المسافه بالأمتار ؟

ب) اذا كان ق(س) قابلا للتكامل في [٠ ، ٢] ، σن تجزئه منتظمه في [٠ ، ٢] بحيث م(σن ،ق) = $\frac{٢ (١+ \sqrt{٢}\ σن ٢)}{١+ ٣σن^{٢}}$

وكان $\int_{٠}^{٢}$ ق(س) دس = $\frac{٤}{٣}$ ، جد الثابت أ .　　(٥ علامات)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ) اذا كان $\frac{لو_{هـ} س}{ق'(س)}$ = س ، ق$'$(س) ≠ صفر ، س> ٠ ، وكان ق(هـ^{٢}) = ٥ ، جد قاعدة الاقتران ق(س) . (٤ علامات)

ب) اذا كان المستقيم ص = س+٣ مماساً لمنحنى ق(س) وكانت معادلة العمودي على المماس عند نقطة التماس لمنحنى ق(س) هي ص= ـ س+٣ وكان ق$''$(س) = هـ^{س} ، جد قاعدة ق(س) .　　(٦ علامات)

انتهت الأسئلة

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ب	د	ج	أ	ب	د	ج	أ	د	ب
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
ب	أ	أ	أ	د	أ	ب	ج	ب	ب

السؤال الأول:

(١) $\int (3x^2 - 4x + \sin x)\,dx = x^3 - 2x^2 - \cos x + c$

(٢) $\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + c$ حيث c ثابت

(٣) $y = \cos(\sin x) \Rightarrow y' = -\sin(\sin x)\cdot\cos x$

(٤) $y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x \Rightarrow y'(\pi) = \cos\pi = -1$

(٥) طول العمود المرسوم $= \frac{|3(-1)+4(2)-5|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|-3+8-5|}{5} = 0$

(٦) عدد الفترات المغلقة $= 5+1+3 = 9$

(٧) $\int (\text{قا}(2x)+2x)(\text{ظا}(2x)+x^2)\,dx = \text{قا}(2x)+x^3+c$

(٨) $\text{ق}(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 1 \Rightarrow \text{ق}'(x) = 3x^2 + 4x - 4$

(٩) العمود الثالث $= \frac{3+1}{2} = 2$ ، $\text{ق}(2) = 8 + 8 - 8 + 1 = 9$

(١٠) $\int \text{ق}(x)\,dx = (\text{ق}(x)+5)^2 + c$ ، $\text{ق}(3) = 3$

$\text{ق}(x)\,dx = \frac{2x\,dx}{x^2-4} \Rightarrow \text{ق}(x) = \ln|x^2-4| + c$

$\text{ق}(3) = \ln 5 + c = \ln 25 \Rightarrow c = \ln 25 - \ln 5 = \ln 5$

(١١) $\int_0^{\ln 2} e^{2x}\,dx = \frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^{\ln 2} = \frac{1}{2}(4-1) = \frac{3}{2}$

(١٢) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx = \sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$

(١٣) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x\,dx = \tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1$

(١٤) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec x \tan x\,dx = \sec x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} - 1$

(١٥) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx = -\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$

(١٦) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x\,dx = \tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1$

(١٧) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec x \tan x\,dx = \sec x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} - 1$

(١٨) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx = -\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$

(١٩) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x\,dx = \tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1$

(٢٠) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec x \tan x\,dx = \sec x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} - 1$

السؤال الثامن :

أ) $\text{قة}(س) = \frac{1}{3}س^3 - 3س$

$\text{ق}(س) = \int (\frac{1}{3}س^3 - 3س)\,د س$

$= \frac{1}{12}س^4 - \frac{3}{2}س^2 + ج$

$\text{قة}(س) = \frac{1}{12}س^4 - \frac{3}{2}س^2 + ج$

$\text{قة}(1) = -1 \Leftarrow -\frac{1}{12} - \frac{3}{2} + ج = -1 \Leftarrow ج = \frac{7}{12}$

$\text{قة}(س) = \frac{1}{12}س^4 - \frac{3}{2}س^2 + \frac{7}{12}$

$= \frac{1}{12}(س^4 - 18س^2 + 7)$

عند $س = 1 \Leftarrow ص = \frac{1}{12}(1 - 18 + 7) = -\frac{5}{6}$ نقطة $(1, -\frac{5}{6})$

$\text{قة}(1) = \frac{1}{12}(1 - 18 + 7) = -\frac{5}{6} < 0$

$\text{قة}(س) = \frac{1}{12}(س^4 - 18س^2 + 7)$

ب) تعرف $\text{ق}(س) = \begin{cases} س^2 & ، 0 \le س < 1 \\ 3س - 2 & ، 1 \le س \le 3 \end{cases}$

ق(س) متصل على $[0, 3]$ لأنه

ق(س) متصل عند $س = 1$ لأنه $\lim_{س \to 1^-} \text{ق}(س) = \lim_{س \to 1^+} \text{ق}(س) = \text{ق}(1) = 1$

$س \to 1^- \Leftarrow س < 1$

$س \to 1^+ \Leftarrow س > 1$

$س^2$: متصل في $[0, 1[$

$3س - 2$ متصل في $]1, 3]$

ق(س) متصل على $[0, 3]$

بما أن ق(س) متصل على $[0, 3]$ وأن ق(س) قابل للتكامل في $[0, 3]$

$\text{ق}(س) = \text{قة}(س)$ في $[0, 3]$ فإن قة(س) قابل للتكامل في $[0, 3]$

وأن قة(س) قابل للتكامل في $[0, 3]$

السؤال الخامس :

(أ) نفرض $u = \ln(x+1)$ ، $dv = x\,dx$

$du = \frac{1}{x+1}\,dx$ ، $v = \frac{x^2}{2}$

$\int x \ln(x+1)\,dx = \frac{x^2}{2}\ln(x+1) - \int \frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{x+1}\,dx$

$= \frac{x^2}{2}\ln(x+1) - \frac{1}{2}\int \frac{x^2-1+1}{x+1}\,dx$

$= \frac{x^2}{2}\ln(x+1) - \frac{1}{2}\int \left(x-1+\frac{1}{x+1}\right)dx$

$= \frac{x^2}{2}\ln(x+1) - \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1|\right] + c$

(ب) $P = \frac{1-(-2)}{6} = \frac{1}{2}$

$S = \{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\}$

العزوم الفردية $= [-1,-\frac{1}{2}] + [-\frac{1}{2},0] + [0,\frac{1}{2}] + [\frac{1}{2},1]$

$\mu_1 = \frac{1}{6}\int_{-1}^{1} x\,dx$

$= \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}(0+\frac{1}{4}) + \frac{1}{2}(\frac{1}{4}+0) + \frac{1}{2}(0+\frac{1}{4}) + \frac{1}{2}(\frac{1}{4}+0)\right)$

$= \frac{1}{6}\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\right)$

$= \frac{1}{6}$ ⟸ $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ ⟸ $12 = 2P$ ⟸ $P = \frac{1}{2}$

السؤال الرابع:

(٩) حل التكامل:

١) $\int \frac{1}{\sqrt{x+2}-x}\,dx$

نفرض $u=\sqrt{x+2}$ ← $\frac{du}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$ ← $dx=2u\,du$

$u^2=x+2$ ← $x=u^2-2$

$\int \frac{2u\,du}{u-(u^2-2)}$

$\int \frac{2u\,du}{-u^2+u+2}$

$\frac{2u}{(u-2)(u+1)}=\frac{A}{u-2}+\frac{B}{u+1}$

$\frac{2u}{(u-2)(u+1)}=\frac{A(u+1)+B(u-2)}{(u-2)(u+1)}$

$2u=A(u+1)+B(u-2)$

$u=-1$ ← $-2=-3B$ ← $B=\frac{2}{3}$

$u=2$ ← $4=3A$ ← $A=\frac{4}{3}$

$\int \frac{4}{3}\frac{1}{u-2}\,du+\int \frac{2}{3}\frac{1}{u+1}\,du=\frac{4}{3}\ln|u-2|+\frac{2}{3}\ln|u+1|+c$

$=\frac{4}{3}\ln|\sqrt{x+2}-2|+\frac{2}{3}\ln|\sqrt{x+2}+1|+c$

٢) $\int \frac{\sin\theta(\sin\theta+\cos\theta)}{\sin\theta-\cos\theta}\,d\theta$

$u=\sin\theta+\cos\theta$ ← $\frac{du}{d\theta}=\cos\theta-\sin\theta$ ← $d\theta=\frac{du}{\cos\theta-\sin\theta}$

$\int \frac{\sin\theta\,u}{\cos\theta-\sin\theta}\times\frac{du}{\cos\theta-\sin\theta}=\int \frac{\sin\theta\,u}{(\cos\theta-\sin\theta)(\cos\theta+\sin\theta)}\times\frac{du}{\cos\theta-\sin\theta}$

$=\int \frac{\sin\theta\,u}{\cos^2\theta-\sin^2\theta}\,du=\int \frac{u-\cos\theta}{\cos^2\theta-\sin^2\theta}\,du=\int \frac{u}{\cos^2\theta-\sin^2\theta}\,du-\int \frac{\cos\theta}{\cos^2\theta-\sin^2\theta}\,du$

(ب) $f(x)=x^2+x+1$

$f(\frac{5}{2},0.5)=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} f(x_i^*)$

$=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}(0.5\,f(x_i^*)+1)$

$=\frac{1}{10}\left(0.5\sum_{i=1}^{10} f(x_i^*)+\sum_{i=1}^{10}1\right)$

$=\frac{1}{10}\left(0.5\sum_{i=1}^{10} f(x_i^*)+10\right)$

$=0.5\times\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} f(x_i^*)+\frac{1}{10}\times 10$

$=0.5\,A(S_0,5)+1$ وحدة المساحة

السؤال الخامس:

أ) ق(س) = ∫ (٣س² + س) ءس = س³ + س²/٢ + ج

ق(س) = س³ + س²/٢ + ج

ق(٢) = ٨ + ٢ + ج

ق(٠) = ج

١٠ + ج = ٣ج ← ٢ج = ١٠ ← ج = ٥

ق(س) = س³ + س²/٢ + ٥

ق(١) = ١ + ١/٢ + ٥ = ٦ ١/٢

ب) نها (...) = ∫ ... ءس

س ← ٠

... = ... ← ... = ٢/٢ ← أ = ١

السؤال السادس :

(أ) $\frac{\text{لو}_{\text{ه}} س}{س} = \text{ق}(س)$

$\int \frac{\text{لو}_{\text{ه}} س}{س} \cdot \text{د}س = \int \text{ق}(س) \cdot \text{د}س$

$\text{ق}(س) = \int \frac{\text{لو}_{\text{ه}} س}{س} \cdot \text{د}س$

$ص = \text{لو}_{\text{ه}} س \longrightarrow \text{د}ص = \frac{1}{س} \cdot \text{د}س \longrightarrow \text{د}س = س \cdot \text{د}ص$

$\text{ق}(س) = \int \frac{ص}{س} \times س \cdot \text{د}ص = \int ص \cdot \text{د}ص = \frac{ص^2}{2} + \text{ث}$

$\text{ق}(س) = \frac{1}{2}(\text{لو}_{\text{ه}} س)^2 + \text{ث}$

$\text{ق}(\text{ه}^2) = \frac{1}{2}(\text{لو}_{\text{ه}} \text{ه}^2)^2 + \text{ث}$

$= \frac{1}{2}(2 \text{لو}_{\text{ه}} \text{ه})^2 + \text{ث}$

$= \frac{1}{2} \times 4 + \text{ث} \longrightarrow 2 + \text{ث} = 5 \longrightarrow \text{ث} = 3$

(ب) لو $\text{ق}(س)$ = لو $(س^2 + س + 1)$ لأنها هي المطلوبة .

$س^2 + س + 1 = 1 \longrightarrow س^2 + س = 0 \longrightarrow س = 0$ ، $س = -1$

عند $س = 0 \longrightarrow ص = 0 + 0 + 1 = 1 \longrightarrow (0, 1)$ = نقطة التماس .

ميل المماس = 1 .

$\text{ق}(س) = \int \text{ق}'(س) \cdot \text{د}س = \int ك س \cdot \text{د}س = \frac{ك}{2} س^2 + \text{ث}$

$\text{ق}'(س) = ك س$

$\text{ق}'(0) = -1 \longrightarrow ك = -1$ ، $\text{ق}(0) = 1 \longrightarrow \text{ث} = 1$

$\text{ق}(س) = -\frac{1}{2} س^2 + 1$

$\text{ق}(-2) = \int \text{ق}'(س) \cdot \text{د}س = \int -س \cdot \text{د}س = -\frac{س^2}{2} + ج$

$\text{ق}(-2) = 2 \longrightarrow -\frac{1}{2}(-2)^2 + ج = 2 \longrightarrow -2 + ج = 2 \longrightarrow ج = 4$

$\text{ق}(س) = -\frac{1}{2} س^2 + 4$

بسم الله الرحمن الرحيم

الإمتحان التجريبي لامتحان الثانوية العامــة لعام٢٠١٩/٢٠٢٠

دائرة التربية والتعليم: القدس الشريف **الفرع: العلمي** **التاريـــــخ: ٢٧/ ٤ /٢٠٢٠**

المبحث: الرياضيات (الورقــة الثانية) **الزمـــــــن: ساعتان و نصف**

القسم الأول: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة، وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعها

السؤال الأول:(٣٠ علامة)

اختر الإجابةالصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة:

١. إذا كانت $\sigma_{١٠}$ ={ أ ، ١ ، .....، ١٧، ب} تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ب] فما قيمة أ؟

أ) – ٣ **ب) – ٢** **ج) – ١** **د) صفر**

٢. أي من الآتية يعتبر تجزئة للفترة [– ١ ، ٣]

أ) $\sigma_{٤} = \{-١، ١، ٢، ٣، ٤\}$ ج) $\sigma_{٤} = \{-١، ١، ٠، ١، ٢، ٣\}$

ب) $\sigma_{٤} = \left\{٠، ١، ٢، \frac{٣}{٢}، ٣\right\}$ د) $\sigma_{٤} = \left\{-١، ١، \frac{٣}{٢}، ٢، ٣\right\}$

٣. إذا كان م(س) ، هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران المتصل ق(س)، وكان ق(٣)= ٣ ، ق/(٣) = ٢، فما قيمة (٥هـ– ٣م)/(٣)؟

أ) ٦ **ب) ٤** **ج) صفر** **د) – ٤**

٤. ما قيمة $\int \frac{\text{ظاس}}{\text{جتاس}}$ ءس ؟

أ) $-لـو|\text{جتاس}|+ج$ ب) $لـو|\text{جاس}|+ج$ ج) $-\text{قتاس}+ج$ د) $\text{قاس}+ج$

٥ . $\int \frac{ء}{ءس}$ (جتا٢س + ٢جا^{٢} س) دس =

أ) –١ ب) ١ ج) صفر د) ٢

٦. إذا كان ق(س) اقترانا متصلا على مجاله وكان $\int$ ق(س) دس = جتاس – جاس+٢ فإن $ق\left(\frac{\pi}{٢}\right) - ق/\left(\frac{\pi}{٢}\right) =$

أ) ٤ ب) – ٢ ج) صفر د) ٢

٧. إذا كان $\int ٢س لـو_{هـ} س \, ds = س^{٢} لـو_{هـ} س - \int ع \, دق$ فإن $\int ع \, دق =$

أ) س + جـ　　ب) $س^{٢}$ + جـ　　ج) $\frac{س^{٢}}{٢}$ + جـ　　د) $\frac{س^{٣}}{٣}$ + جـ

٨ . إذا كان ق(س) اقترانا متصلا معرفا على [−١ ، ٣] ، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة لهذه الفترة بحيث إن:

$$ق(ن، \sigma_{ن}) = ٥ - \frac{٣ن^{٢}}{ن^{٢} - ٢}$$ فما قيمة $\int_{-١}^{٣} ق(س) \, ds$ ؟

أ) ٥　　ب) −٥　　ج) ٢　　د) −٢

٩. إذا كان س ق/ (س) − ق(س) = ٣$س^{٢}$ ، س ≠ صفر، ق(١)= ٢ ، فما قيمة ق(٢) ؟

أ) − ٥　　ب) ٥　　ج) − ١　　د) ١٠

١٠. إذا كان ق(س) = ٢س معرفا في [٠، ٢] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة لنفس الفترة ، فما قيمة م($\sigma_{ن}$، ق) حيث $س_{ر}^{*} = س_{ر}$؟

أ) $\sum_{ر=١}^{ن} \frac{٨}{ن^{٢}} ر$　　ب) $\sum_{ر=١}^{ن} \frac{٨}{ن} ر$　　ج) $\sum_{ر=١}^{ن} \frac{٤}{ن^{٢}} ر$　　د) $\sum_{ر=١}^{ن} \frac{٤}{ن} ر$

١١. ما قيمة $\int (س-١)(س+١)(س^{٢}+١)(س^{٤}+١) \, ds$ ؟

أ) $س^{٨}$ − ١ +جـ　　ب) $س^{١٦}$ − ١ + جـ　　ج) $\frac{س^{٩}}{٩} - س$+جـ　　د) $\frac{س^{١٧}}{١٧} - س$+جـ

١٢. ما قيمة $\int لـو_{هـ} \, ٣ \, ds$ ؟

أ) ٣س + جـ　　ب) $هـ^{٣}$س+جـ　　ج) $هـ^{٣}$+جـ　　د) هـس+جـ

١٣. إذا كان $\int \frac{أ}{(س+٣)^{٢}} \, ds = \frac{-٤}{س+٣}$+جـ فما قيمة الثابت أ ؟

أ) − ٢　　ب) ٢　　ج) − ٤　　د) ٤

١٤. ما قيمة $\int ق(س) ق^{/}(س) \, ds$ ؟

أ) $(ق(س))^{٢}$+جـ　　ب) $\frac{١}{٢}(ق(س))^{٢}$+جـ　　ج) ق(س)+جـ　　د) ق/ (س)+جـ

١٥. إذا كان ص = $س^{٣} + \int (٦س^{٢} + ٤) \, ds$ فما قيمة $\frac{ds}{ds}$؟

أ) ٩$س^{٢}$ + ٤　　ب) ٣$س^{٢}$ + ١٢س　　ج) $س^{٣}$ + ٦$س^{٢}$ + ٤　　د) ٣$س^{٢}$

١٦. إذا كان أ $= \int جتا^{\frac{1}{2}} س \, ds$ ، ب $= \int جا^{\frac{1}{2}} س \, ds$ فما قيمة أ − ب ؟

أ) جاس + جـ　　ب) − جاس + جـ　　ج) جتاس + جـ　　د) − جتاس + جـ

١٧. إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة واقعة عليه يعطى بالقاعدة $ق'(س) = \frac{٢س}{س^{٢} + هـ}$

فما قاعدة الاقتران ق(س) الذي يمر منحناه بالنقطة (٠ ، ٣) ؟

أ) $لـو_{هـ}(س^{٢} + هـ) + ٣$　　ب) $لـو_{هـ}(س^{٢} + هـ) + ٤$　　ج) $لـو_{هـ}(س^{٢} + هـ) + ٢$　　د) $لـو_{هـ}(س^{٢} + هـ) - ٢$

١٨. إذا علمت أن $\int_{-١}^{٤} ٣ق(س) \, ds = ٣٦$ وكان $ق(\sigma_{ن}، ن) = \frac{(ن+١)(٢ن+١)}{ن^{٢}}$ حيث $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[-١، ٤]$ فما قيمة الثابت أ ؟

أ) ٦　　ب) ١٢　　ج) ١٨　　د) ٢٤

١٩. إذا كان $ق'(س) = ٢س + ٥$ فما قيمة $ق(٢) - ق(-٢)$ ؟

أ) صفر　　ب) ٨　　ج) ٢٠　　د) ٢٨

٢٠. إذا كانت $[س_{ر-١}، س_{ر}]$ هي الفترة الجزئية الرائية الناتجة عن التجزئة المنتظمة $\sigma_{ن}$ للفترة $[١، ٥]$ فما قيمة المقدار $\sum_{ر=١}^{ن} (س_{ر} - س_{ر-١})$ ؟

أ) ٤ن　　ب) $\frac{٤}{ن}$　　ج) ٤　　د) ٢

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود لإيجاد $\int_{٠}^{٣} (٥ - ٤س) \, ds$ معتبرا $س_{ر}^{*} = س_{ر}$　　(١٠علامات)

ب) إذا كان $\int (ق'(س) + ٢س) \, ds = س^{٣} + أس^{٢} + ١$ ، وكان $ق'(١) = ٥$ ، $ق(٢) = ٧$

جد ما يلي: ١) قيمة الثابت أ

٢) $ق(٠) + ق'(٤)$　　(١٠ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية: ١) $\int (١٠ س^{٨} - ٣س^{٧})(٥س - ٣)^{٧} \, ds$　　٢) $\int \frac{٤}{س^{٢} - ١} \, ds$　　(١٤ علامة)

ب) دون إجراء التكامل، بين أن $ق(س) = \frac{جتا^{٣} س - ١}{جتاس - ١}$ قابل للتكامل في الفترة $\left[\frac{-\pi}{٢}، \frac{\pi}{٢}\right]$　　(٦ علامات)

السؤال الرابع:(٢٠ علامة)

أ) إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة $[أ، ب]$ وكان العنصر السابع فيها يساوي ١٢ ، والعنصر الرابع فيها يساوي ٧ فما قيم الثابتين أ ، ب ؟ (١٠ علامات)

ب) قذفت كرة رأسيا إلى أعلى من قمة برج ارتفاعه ٤٥ مترا عن سطح الأرض، وكانت السرعة في اللحظة ن تساوي $(-١٠ن + ٤٠)$ م/ث ، جد ما يلي:١) أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة عن سطح البرج

٢) الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى سطح الأرض. (١٠ علامات)

القسم الأول: يتكون هذا القسم من سؤالين، وعلى المشترك أن يجيب عن أحدهما فقط

السؤال الخامس:(١٠ علامات)

أ) أوجد $\int \frac{ظاس.هـ^{ظاس}}{١+جتا٢س} ىس$ **(٥علامات)**

ب) إذا كان $ن(س) = أس$**، وكانت** $\sigma_{٤}$ **تجزئة منتظمة للفترة** $[-١، ١]$ **فجد قيمة الثابت أ علما بأن** $ك(ن، \sigma_{٤}) = ٢$

$س_ر^* = س_{ر-١}$ **(٥ علامات)**

السؤال السادس:(١٠ علامات)

أ) أوجد $\int \frac{١}{س^٢ + ٢س - ٣} \sqrt{\frac{س-١}{س+٣}} ىس$ **(٥علامات)**

ب) إذا كان $ن(س)$ **اقترانا معرفا ومحدودا في الفترة** $[٠، ١]$ **وكانت** $\sigma_{ن}$ **تجزئة منتظمة للفترة نفســـها، وكانت**

$ك(ن، \sigma_{ن}) = ل$ **عندما** $س_ر^* = س_ر$ **، و** $ك(ن، \sigma_{ن}) = ك$ **عندما** $س_ر^* = س_{ر-١}$ **أثبت أن:**

$ل - ك = \frac{١}{ن}(ن(١) - ن(٠))$ **(٥ علامات)**

(انتهت الأسئلة)

أجابات الامتحان التجريبي في مبحث الرياضيات
الفرع العلمي / الورقة الثانية

س١ حيثي دائرة:-

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الرمز	جـ	د	م	د	ب	جـ	جـ	د	د	م	جـ	م	د	ب	م	م	جـ	م	جـ	ص

س٢ أ) $\int_{1}^{3} (5 - 4س) \, دس$.

طول الفترة الجزئية $= \frac{3-1}{ن} = \frac{2}{ن}$.

$س_ر = س_{ر-1} + \frac{2}{ن} = 1 + \frac{2}{ن} ر$.

$هـ(س_ر) = 5 - 4 \times (1 + \frac{2}{ن} ر) = 1 - \frac{8}{ن} ر$.

$م(ح، هـ) = \frac{2}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} (1 - \frac{8}{ن} ر)$

$= \frac{2}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} 1 - \frac{2}{ن} \times \frac{8}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} ر$

$= \frac{2}{ن} \times ن - \frac{16}{ن^2} \times \frac{ن(ن+1)}{2}$

$= 2 - 8 - \frac{8}{ن} = -6 - \frac{8}{ن}$.

$\int_{1}^{3} (5 - 4س) \, دس = \lim_{ن \to \infty} (-6 - \frac{8}{ن}) = -6$.

ب) $هـ(س) = س^3 + ب س^2 + جـ$.

$هـ(2) = 8 + 4 + جـ = 7$

$جـ = -5$.

$\therefore هـ(س) = س^3 + ب س^2 - 5$.

$هـ(1) + هـ'(4)$

$(1)^3 + (1)^2 - 5) + (3 \times (4)^2 + 2 \times 4)$

$-5 + 56 = \boxed{51}$

س٣ أ) $\int (10س^4 - 3س^2)(5س - 3)^7 \, دس$

$= \int س^7 (10س - 3)(5س - 3)^7 \, دس$

$= \int (10س - 3)(5س^2 - 3س)^7 \, دس$

$ص = 5س^2 - 3س$.

$دص = (10س - 3) دس$

$دس = \frac{دص}{10س - 3}$.

$\int (10س - 3) \times ص^7 \times \frac{دص}{(10س - 3)}$

$= \int ص^7 \, دص = \frac{ص^8}{8} + جـ$.

$= \frac{(5س^2 - 3س)^8}{8} + جـ$

ب) $هـ'(س) + 2س = 3س^2 + 2أ س$.

$هـ'(1) + 2 \times 1 = 3(1)^2 + 2أ \times 1$

$5 + 2 = 3 + 2أ \Leftarrow 2أ = 4$

$\boxed{أ = 2}$

① $هـ'(س) = 3س^2 + 4س - 2س$

$هـ'(س) = 3س^2 + 2س$

$هـ(س) = \int هـ'(س) \, دس = \int (3س^2 + 2س) \, دس$

س٤ أ) $\int (هـ'(س) + 2س) \, دس = س^3 + 4س^2 + 1$

نشتق الطرفين.

$هـ'(س) + 2س = 3س^2 + 8س$.

$هـ'(1) + 2 \times 1 = 3(1)^2 + 8 \times 1$

$5 + 2 = 3 + 8أ \Leftarrow 8أ = 4$

$\boxed{أ = 2}$

ب) $هـ(س) = س^3 + 2س^2 + 5$

$هـ(1) = 1 + 2 + 5 = 8$

$هـ'(س) = 3س^2 + 4س$

$هـ'(1) = 3 + 4 = 7$

$\therefore$ معادلة المماس: $ص - 8 = 7(س - 1)$

$ص = 7س + 1$

$\int_{0}^{1} (7س + 1) \, دس = [\frac{7}{2} س^2 + س]_0^1$

$= \frac{7}{2} + 1 = \frac{9}{2}$ وحدة مربعة.

وحة ضوئيا بـ CamScanner

$$= \int \frac{\text{ظا}س \cdot هـ^{\text{ظا}س}}{1+\text{جتا}^2 س} \, دس$$

$$= \int \frac{\text{ظا}س \cdot هـ^{\text{ظا}س}}{2+2\text{جتا}^2 س} \, دس$$

$$= \int \frac{\text{ظا}س}{2\text{جتا}^2 س} \cdot هـ^{\text{ظا}س} \, دس$$

$$= \int \frac{1}{2} \text{ظا}س \, \text{قا}^2 س \, هـ^{\text{ظا}س} \, دس$$

ص = ظا س $دص = \text{قا}^2 س \, دس$

$دس = \frac{دص}{\text{قا}^2 س}$

$$= \int \frac{1}{2} ص \cdot هـ^{ص} \, دص$$

ع = ص $دع = هـ^{ص} دص$

$و = \frac{1}{2} ص$ $هـ^{ص} = ع$

$دو = \frac{1}{2} دص$

$$\int \frac{1}{2} ص هـ^{ص} دص = \frac{1}{2} ص هـ^{ص} - \int \frac{1}{2} هـ^{ص} دص$$

$$= \frac{1}{2} ص هـ^{ص} - \frac{1}{2} هـ^{ص} + ج$$

$$\int \frac{هـ^{\text{ظا}س} \, دى}{1+\text{جتا}^2 ى} = \frac{1}{2} هـ^{\text{ظا}س} - \frac{1}{2} هـ^{\text{ظا}س} + ج$$

س ٤ $د(س) = -\frac{1}{2} س^2$ $ح \in [-1, 1]$

$م(ح_3, د) = 2$ $ستر = س - ر$

طول الفترة الجزئية $= \frac{1-(-1)}{4} = \frac{1}{2}$

الفترات الجزئية	$د(س_ر^*)$
$[-1, -\frac{1}{2}]$	$-\frac{1}{2}$
$[-\frac{1}{2}, 0]$	$-\frac{1}{8}$
$[0, \frac{1}{2}]$	0
$[\frac{1}{2}, 1]$	$-\frac{1}{8}$

$م(ح_3, د) = \frac{1}{2}(-\frac{1}{2} - \frac{1}{8} + 0 - \frac{1}{8})$

$= -\frac{1}{2}$

ب = -٤

س ٥

$$\int \frac{1}{س^2+2س-3} \cdot \frac{س-1}{س+2} \, دس$$

$$= \int \frac{1}{(س+3)(س-1)} \left(\frac{س-1}{س+2}\right)^{\frac{1}{2}} دس$$

نفرض $ص = \frac{س-1}{س+2}$

$$دص = \left(\frac{(س+2)1 - (س-1)1}{(س+2)^2}\right) دس$$

$$دص = \frac{3}{(س+2)^2} \, دس$$

$$دس = \frac{(س+2)^2}{3} \, دص$$

$$\int \frac{1}{(س+3)(س-1)} \times ص^{\frac{1}{2}} \times \frac{(س+2)^2}{3} \, دص$$

$$= \int \frac{س+2}{س-1} \times \frac{1}{3} ص^{\frac{1}{2}} \, دص$$

$$= \int \frac{1}{3} \times \frac{1}{ص} \times ص^{\frac{1}{2}} \, دص$$

$$= \int \frac{1}{3} ص^{-\frac{1}{2}} \, دص$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{ص^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + ج = \frac{1}{2}\left(\frac{س-1}{س+2}\right)^{\frac{1}{2}} + ج$$

وحة ضوئيا بـ CamScanner

② $\int \frac{ع}{س^{ن}-1}\,ds$

$\frac{ع}{س^{ن}-1} = \frac{ع}{(س-1)(س+1)} = \frac{ب}{(س-1)} + \frac{ج}{(س+1)}$

$ع = ب(س+1) + ج(س-1)$

عندما $س=1 \Leftarrow ع = ب(1+1) \Leftarrow \boxed{ب=2}$

$س=-1 \Leftarrow ع = ج(-1-1) \Leftarrow \boxed{ج=-2}$

$\int \frac{ع}{س^{ن}-1}\,ds = \int \frac{2}{س-1}\,ds + \int \frac{-2}{س+1}\,ds$

$= 2 \ln|س-1| - 2\ln|س+1| + ج$

---

① $\frac{جتا^{3}س - 1}{جتاس - 1}$ $\quad \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$ه(س) = \frac{(جتاس-1)(جتا^{2}س + جتاس + 1)}{جتاس - 1}$

نفرض $هـ(س) = جتا^{2}س + جتاس + 1$

بما أن $هـ(س)$ متصل $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

فهو قابل للتكامل عليه.

و $ه(س) = هـ(س)$

$\forall س \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] - \{0\}$.

$\therefore ه(س)$ قابل للتكامل $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

$س_{4}$ ← متتابعة منتظمة

العنصر السابع = $س_{7} = 12$

$12 = ب + (7-1)\frac{ج-ب}{2}$

$12 = ب + 3(ج-ب)$

$12 = ب + 3ج - 3ب$

$24 = 2ب + ج - ب \Leftarrow 24 = ب + ج$ ---①

العنصر الرابع = $س_{4} = 7$

$7 = ب + (4-1)\frac{ج-ب}{2}$

$7 = ب + \frac{3}{2}(ج-ب)$

$7 = ب + \frac{3ج-3ب}{2}$

$14 = 2ب + 3ج - 3ب \Leftarrow 28 = 2ب + 3ج$ ---②

$28 = 3ب + 3ج$

$24 = ب + 3ج$

$4 = 2ب \Leftarrow \boxed{ب=2}$

$ج = 24 - ب \Leftarrow \boxed{ج=22}$

---

① ارتفاع البرج = 45 م.

$ع(ن) = -10ن + 40$

عند أقصى ارتفاع $ع(ن) =$ صفر.

$-10ن + 40 =$ صفر

$ن = 4$ ث زمن أقصى ارتفاع.

$ف(ن) = \int ع(ن)\,دن$

$= -5ن^{2} + 40ن + جـ$

$ف(0) = 0 \Leftarrow جـ = 0$

$ف(ن) = -5ن^{2} + 40ن$

أقصى ارتفاع عن البرج = $ف(4) = -5\times16 + 40\times4$

$= 80$ م.

② عندما يصل الأرض $ف(ن) = -45$.

$-5ن^{2} + 40ن = -45$

$ن^{2} - 8ن + 9 =$ صفر

$(ن-9)(ن+1) =$ صفر

$ن = 9$ ث

$ن = -1$ ✗

وحة ضوئيا بـ CamScanner

حيث طول الفترة الجزئية $= \frac{1}{ن}$.

$$ل = م(ص_ن ، و) = \frac{1}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} و(س_ر)$$

$$ك = م(ص_ن ، و) = \frac{1}{ن} \sum_{ر=1}^{ن} و(س_{ر-1})$$

$$ل = \frac{1}{ن} \left(و(س_1) + و(س_2) + \dots + و(س_ن) \right)$$

$$ك = \frac{1}{ن} \left(و(س_0) + و(س_1) + \dots + و(س_{ن-1}) \right)$$

بالطرح ينتج أن .

$$ل - ك = \frac{1}{ن} \left(و(س_ن) - و(س_0) \right)$$

$$= \frac{1}{ن} \left(و(1) - و(0) \right) .$$

وحة ضوئيا بـ CamScanner

الامتحان النهائي للفصل الدراسي الثاني للصف الثاني الثانوي العلمي للعام الدراسي٢٠١٩/٢٠٢٠م		
دولة فلسطين		المبحث :الرياضيات (العلمي)
وزارة التربية والتعليم		الزمن : ساعتين ونصف
مديرية التربية والتعليم / أريحا	التاريخ : // ٢٠	مجموع العلامات: ١٠٠ علامة الجلسة الثانية

القسم الأول: يتكون هذا القسم من (٤)أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عن جميعها

السؤال الأول: ضع/ي دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي: (٣٠ علامة)

١- في التجزئة $\sigma_{ن}$ المنتظمة للفترة [-٢ ، ٨] إذا كان العنصر التاسع يزيد عن العنصر السابع بمقدار ١ فما عدد عناصر التجزئة ؟

أ) ٢٠ ب) ٢١ ج) ٣٠ د) ٣١

٢- اذا كان م(س) اقتران اصلي للاقتران ق(س) المتصل على ح بحيث أن $\int$ م(س)دس= $س^{٣} - س^{٢} + ج$ فما قيمة ق(٢) ؟

أ) ٤ ب) ٨ ج) ١٠ د) ١٢

٣- إذا كان ق(س) اقتران متصل على [١ ، ٣] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئه نونية منتظمة للفترة [١ ، ٣] وكان م($\sigma_{ن}$ ، ق) = $\frac{٣}{ن^{٢}}$ - ٢- $\frac{٥ - ٧ ن}{ن^{٢}}$ فما قيمة $\int_{١}^{٣}$ ق(س) دس ؟

أ) ٢ - ب) ١,٥ ج) ٤,٥ - د) ٥,٥ -

٤ - ماقيمة $\int$ جتاص دس ؟

أ) جاص+ج ب) - جاص+ج ج)س جتاص+ج د) ص جتاس+ج

٥- ماقيمة $\frac{د}{دس}$ $\int$(جتا٢س – ٢جتا^{٢}س) دس ؟

أ) ١- ب) ٠ ج) ١ د) ٢

٦- إذا كان $\sigma_{٨}$ = {١ ، ٩ ، .....، ٦٥}تجزئة منتظمة للفترة [١ ، ٦٥] وكان [س$_{ر-١}$ ، س$_{ر}$] فترة جزئية لهذه التجزئةفما قيمة $\sum_{ر=١}^{٨}$ (س$_{ر}$ - س$_{ر-١}$)؟

أ) ٨ ب) ٩ ج) ٦٤ د) ٦٥

٧- إذا كانت $\sigma_{٦}$ = {أ ، -٢ ، .....، ٨} تجزئة منتظمة للفترة ،فما قيمة أ؟

أ) -٦ ب) -٥ ج) -٣ د) -٤

٨- ما قيمة $\int$ قاس دس ؟

أ) لو$_{هـ}$ | قاس + ظا س | + ج ب) لو$_{هـ}$ | قاس - ظا س | + ج

ج) قا س + ج د) لو$_{هـ}$ | قاس – قتا س | + ج

٩- اذا كانت $\sigma_{٨}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ٥ – ٤أ] والعنصر السابع= ١٢ فما قيمة أ ؟

أ) -٢ ب) -٣ ج) ١ د) ٢

١٠- ما قيمة $\int$ س$\sqrt{هـ^{٢س} + ٢ هـ^{س} + ١}$ دس ؟

أ) س هـ^{س} - هـ^{س} +$\frac{س^{٢}}{٢}$ +ج ب) هـ^{س}+ج ج) س هـ^{س} - هـ^{س}+ج د) س+ج

١١- إذا كان ق(س) =[٢- س] معرفا على [-١ ، ٢] ، $\sigma_{٣}$ تجزئة منتظمة للفترة نفسها،فما قيمة م($\sigma_{٣}$ ،ق) معتبرا س$_{ر}^{*}$ = $\frac{١}{س_{ر}}$ ؟

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٦ د) ٣

١٢- إذا كانت هـ^{س} ق/(س) = جتاس – هـ^{س} ق(س) فما قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن ق(٠)=٠ ؟

أ) هـ^{س} جتاس ب) هـ^{س} جاس ج) $\frac{هـ^{س}}{جاس}$ د) $\frac{جاس}{هـ^{س}}$

١٣- إذا كان م(س)، ل(س) اقترانين اصليين للاقتران ق(س)،ق(٢) = ٨، ق/(٢) =١٥،ما قيمة (٢ م + ل – س^{٢}) / (٢) ؟

أ)٢٤ ب)٢٠ ج) ١٦ د) ٣٤

١٤- اذا كان $\int$ (ق$'$ (س) + ٣س^{٢}) دس = س^{٢} + أ س^{٣} + ١٢ وكان ق$'$(١) = ٨ ، ق(١) = ٣ ، ما قيمة الثابت أ؟

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٩ د) -٣

١٥- يتحرك جسم بتسارع حسب العلاقة ت = ٢ ن +١ سم / ث^{٢} من نقطة الأصل بسرعة ابتدائية مقدارها ٣ سم / ث فما سرعة الجسم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة ؟

أ) ٢سم/ث ب) ٣سم/ث ج) ٤سم/ث د) ٥سم/ث

١٦-إذا كان ق(س) = ٢س-٣، س$\in$[١ ، ب] ، $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة، م($\sigma_{ن}$ ،ق) = ٢+ $\frac{٥ن}{١- ن^{٢}}$ عندما س$_{ر}^{*}$ = س$_{ر}$،ما قيمة ب ؟

أ) ٠ ب) ١ ج) ٢ د) ٣

١٧- اذا كان م(س)،هـ (س) ، اقترانين أصليين للاقتران ق(س) فماذا يمثل $\int$ م (س) – هـ (س)) دس؟

أ)اقترانا ثابتا ب)اقترانا خطيا ج) اقترانا تربيعيا د) ٠

١٨- ما قيمة $\int \frac{قا^{٢} (جا س)}{قا س}$ دس ؟

أ) ظاس + ج ب) قا^{٢} س + ج ج) ظاس (جاس) + ج د) ظا(جاس)+ج

١٩ – إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الأولى وكان م(س) اقتران أصلي للاقتران ق(س) حيث أن م(٢) = ٥ ، م/(٢) = ٣ ، ق/(٢) = ٢ فما قاعدة م(س) ؟

أ) س^{٢} – س + ٣ ب) ٢س^{٢} – ٣ ج) س^{٢} + س د) ٣س^{٢} – ٧

٢٠ - ماقيمة $\int \frac{س^{٤} + ٤ س^{٣} + ٤ س^{٢}}{٢ س^{٢}}$ دس ؟

أ) $\frac{(س + ٢)^{٣}}{٦}$ + ج ب) $\frac{(س + ٢)^{٤}}{٨}$ + ج

ج) $\frac{(س + ٢)^{٣}}{٣}$ + ج د) $\frac{(س + ٢)^{٤}}{٤}$ + ج

السؤال الثاني:(٢٠علامة)

أ)باستخدام تعريف التكامل المحدود جد $\int_{1}^{3} س\left(1 - \frac{2}{س}\right) دس$ (١٠علامات)

ب)إذا كان ق(س) ، هـ(س) اقترانين معرفين على [٢ ، ١٠]، هـ(س) =٣ق(س) +س
بحيث م(σ٤،ق) = ٦ عندما $س_ر^*$ = $س_ر$،حيث أن σ٤ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، ١٠]،جد
م(σ٤،هـ) حيث $س_ر^*$ = $س_ر$ (١٠علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ)جد كل من التكاملات التالية:

١. $\int \frac{دس}{قاس - ظاس}$ ٢. $\int (2س^2 + 1) هـ^{س^2}$ دس (١٠علامات)

ب)إذا كان معدل تغير ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) يعطى بالقاعدة ١٢س−٢، وكان ميل المماس لمنحنى ق(س)عند النقطة (٣،١) هو ٣ ،جد قاعدة الاقتران ق(س) (١٠علامات)

السؤال الرابع: (٢٠علامة)

أ) إذا كان ق(س) معرف على الفترة [٠ ، ٤]،وكانت σ = {٠ ، ١، ٢ ، ٣، ٤}تجزئة للفترة ،جد م(σ،ق) علما بأن ق(س) = $\begin{cases} س & ، ٠ \leq س < ١ \\ ٢ & ، ١ \leq س < ٣ \\ -س & ، ٣ \leq س \leq ٤ \end{cases}$ ،

ق($س_ر^*$) = قيمة الاقتران الصغرى في الفترة الجزئية (١٠علامات)

ب) بين أن الاقتران ق(س) = $\frac{س^3 - جا^2س - جتا^2س}{س - ١}$ قابل للتكامل في الفترة [-٢ ، ٢] (٥علامات)

ج)إذا كانت σ١،٠ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ١٨] وكانت الفترة الجزئية الرابعة هي [ج ، ٦] جد الثابتين أ،ج (٥علامات)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك الإجابة عن سؤال واحد فقط

السؤال الخامس: (١٠ علامات)

أ) إذا كان ق(س) اقتران قابل للاشتقاق وكان ق/(س) + ٤جتا٢س = ٢ − م//(س) ، حيث م(س) اقتران اصلي للاقتران ق(س) ،جد قاعدة ق(س) علما بأن ق(π) = ٢. (٥علامات)

ب)جد $\int \frac{جتاس - جاس}{٣ - جا٢س}$ دس (٥علامات)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

أ) إذا كان م(س)، هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران ق(س) حيث
م(س)=(أ+٣)$س^4$ +(أ+ب)$س^3$+ج $س^2$ ، هـ(س) = ج $س^3$ − ٤أ $س^2$ + د س، جد
قيمة $أ^3$+٢ج −ب ثم جد ق(س) (٥علامات)

ب) جد $\int \frac{جا^8س - جتا^8س}{١ - ٢ جا^2س جتا^2س}$ دس (٥علامات)

انتهت الأسئلة
مع تمنياتنا لكم بالنجاح

رياضيات

السؤال الاول:

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦
الاجابة	ب	ج	ب	ج	ج	د	د	ب	ب	ج	د	د	ب	ب	د	د

الفقرة	١٧	١٨	١٩	٢٠
الاجابة	ب	د	ج	ج

السؤال الثاني:

ج. $ح(س) = س(1-\frac{س}{2}) = س - \frac{س^2}{2}$ ، الفترة $[3,1]$

لتكن $ك$ تجزئة منتظمة للفترة $[3,1]$

$$ل = \frac{ب-ج}{ن} = \frac{3-1}{2} = \frac{ك}{2}$$

لتكن $س_ر = س_ر = ج + ل ر = 1 + \frac{ك}{2} ر$

$ح(س_ر) = ح(س_ر)$

$= ج(1 + \frac{ك}{2} ر) = 1 + \frac{ك}{2} ر - \frac{1}{2}(1 + \frac{ك}{2} ر)^2 = \frac{ك}{2} ر - \frac{ك^2}{8} ر^2$

إذن $ج(ح، ج) = ل \sum_{ر=1}^{ن} ح(س_ر)$

$$= \frac{ك}{2} \sum_{ر=1}^{ن} (\frac{ك}{2} ر - \frac{ك^2}{8} ر^2)$$

$$= \frac{ك}{2} (\frac{ك}{2} \sum_{ر=1}^{ن} ر - \frac{ك^2}{8} \sum_{ر=1}^{ن} ر^2)$$

$= \frac{n}{2}\left(\frac{n(n+1)}{2} - n\right) = \frac{n}{2}(n+1-n) = \frac{n}{2}$

اذن $\sum_{r=1}^{n}(1-\frac{1}{r})$ وي $= \sum_{r=1}^{n}(r-1)$ وي

$= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{2}$ (صفر، صفر) $= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{2} =$ صفر

ب. $L = \frac{b-a}{n} = \frac{4-0}{2} = 2$

فعطى ان م (صفر، صفر) $= 6$

ولكن م (صفر، صفر) $= L \sum_{r=1}^{n}$ ص وي (ص)

اذن م (صفر، صفر) $= 2 \sum_{r=1}^{n}$ ص وي (ص)

لان ص $=$ س

$6 = 2 \sum_{r=1}^{n}$ ص وي (س)

اذن $\sum_{r=1}^{n}$ ص وي (س) $= 3$ ——— *

ولكن م (صفر، صفر) $= L \sum_{r=1}^{n}$ ص وي (ص)

اذن م (صفر، صفر) $= 2 \sum_{r=1}^{n}$ ص وي (ص) لان ص $=$ س

$= 2 \sum_{r=1}^{n}$ ص وي (س)

$= 2 \sum_{r=1}^{n}$ (٣ ص وي (س) $+$ س وي)

$= 2\left(3 \sum_{r=1}^{n}$ ص وي (س) $+ \sum_{r=1}^{n}$ س وي$\right)$

$= 2\left(3 \times 3 + \sum_{r=1}^{n}\right)$

لان ص $=$ ٣ + ٢ر

ولكن س $=$ ٢ + ٢ر

اذن س $=$ ٢ + ٢ر

$= 2\left(9 + 3\times 2 + \frac{8\times 3(3+1)}{2}\right)$

$= 2(9+8+20) = 2\times 37 = 74$

إذن $\int_{-1}^{2}(x^3+x)\,dx = 74$

السؤال الثالث:

$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta} \times \frac{\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta+\sin\theta}\,d\theta$

$= \int \frac{(\cos\theta+\sin\theta)}{\cos^2\theta-\sin^2\theta}\,d\theta$ ← لأنه $1+\sin\theta = \cos^2\theta$, $1=\cos^2\theta-\sin^2\theta$

$= \int (\cos\theta+\sin\theta)\,d\theta$

$= \int \cos\theta\,d\theta + \int \sin\theta\,d\theta$

$= \int \frac{\cos\theta(\cos\theta+\sin\theta)}{\cos\theta+\sin\theta}\,d\theta + \int \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\,d\theta$

$= \ln|\cos\theta+\sin\theta| + \int \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\,d\theta$ ، افرض $\cos\theta = u$, $-\sin\theta\,d\theta = du$, $\sin\theta\,d\theta = -du$

$= \ln|\cos\theta+\sin\theta| + \int \frac{1}{u} \times \frac{du}{-\sin\theta}$

$= \ln|\cos\theta+\sin\theta| - \int \frac{du}{u}$

$= \ln|\cos\theta+\sin\theta| - \ln|u| + c$

$= \ln|\cos\theta+\sin\theta| - \ln|\cos\theta| + c$

$\int_0^2 (2س^2+1)\, هـ^{س}\, دس = \underbrace{[(2س^2+1)\, هـ^{س}]_0^2 - \int_0^2 4س\, هـ^{س}\, دس}$

تكامل بالاجزاء

$ع = 2س \Rightarrow دع = 2س\, هـ^{س}\, دس$

$هـ = س \quad X \quad \int هـ^{س}\, دس = هـ^{س}$

$\int 2س\, هـ^{س}\, دس$

اذن $\int (2س^2+1)\, هـ^{س}\, دس = [س \times 2س\, هـ^{س}] + \int هـ^{س}\, دس$

$= س\, هـ^{س} - \int هـ^{س}\, دس + \int هـ^{س}\, دس$

$= س\, هـ^{س} + جـ$

ك) معدل تغير ميل المماس لمنحنى الاقتران $ق = ق''(س)$

$ق''(س) = 12س - 2$ و $ق(1) = 13$, $ق'(1) = 3$

$ق'(س) = \int ق''(س)\, دس = \int (12س - 3)\, دس$

$= \frac{12}{2} س^2 - 2س + د \Rightarrow ق'(س) = 6س^2 - 2س + د$

لكن $ق'(1) = 3 \Leftarrow 6(1)^2 - 2(1) + د = 3 \Leftarrow د = -1$

اذن $ق'(س) = 6س^2 - 2س - 1$

لكن $ق(س) = \int ق'(س)\, دس$

$= \int (6س^2 - 2س - 1)\, دس = \frac{6}{3} س^3 - \frac{2}{2} س^2 - س + هـ$

$\Leftarrow ق(س) = 2س^3 - س^2 - س + هـ$ لكن $ق(1) = 3$

$\Leftarrow 2(1)^3 - (1)^2 - 1 + هـ = 3 \Leftarrow هـ = 3$

(٤) اذن $ق(س) = 2س^3 - س^2 - س + 3$

السؤال الرابع:

٩.

الفترات الجزئية	$\Delta س_ر$	$ه(س_ر)$	$ه(س_ر) \times \Delta س_ر$
$[١,٠]$	١	٠	٠
$[٢,١]$	١	٢	٢
$[٣,٢]$	١	٣-	٣-
$[٤,٣]$	١	٤-	٤-

اذن $م(ك, ه) = ٠ + ٢ + ٣- + ٤- = ٥-$

ب) $ه(س) = \frac{س^{٣} - جا س - جتا س}{س - ١} = \frac{س^{٣} - (جا س + جتا س)}{س - ١}$

$\Leftarrow ه(س) = \frac{س^{٣} - ١}{س - ١}$

نعرف $ا$ على $ه(س) = س^{٢} + س + ١$ حيث $س \in [-٢, ٢]$
لاحظ $ه(س)$ اقتران متصل لانه كثير حدود فهو قابل للتكامل في $[-٢, ٢]$
وبما ان $ه(س) = ه(س)$ عند جميع قيم $س \in [-٢, ٢]$ ماعدا عند $س = ١$

اذن فان الاقتران $ه(س)$ يكون قابل للتكامل في $[-٢, ٢]$

ج) $ل =$ طول الفترة الجزئية $= \frac{ب - ا}{ن} = \frac{-٢ - ١٨}{٦} = \frac{-٢٠}{٦}$

الفترة الجزئية الرابعة $= [س_{٣}, س_{٤}]$ اصغر $س_{ر} = ا + ل ر$
$= [٥, ٦]$

اذن $س_{٤} = ٦$ و $س_{٣} = د$

٥

الآن $\sum = 6$

$$\frac{(p-18)4}{10} = p-6 \Leftarrow 6 = 4 \times \frac{p-18}{10} + p$$

$$\Leftarrow \frac{72-4p}{10} = p-6$$

$$\Leftarrow 72-4p = 10(p-6)$$
$$72-4p = 10p-60$$
$$72-60 = 10p+4p$$
$$12 = 14p \Leftarrow \boxed{p=-2}$$

أيضاً $d = s_2$. حيث $p=-2, l = \frac{p-18}{10}$

$$d = -2 + 2 \times 3$$
$$\boxed{d=4} \qquad l = \frac{-2-18}{10} = 2$$

السؤال الخامس:

ق. $ح_{ن+2}(س) + 4 ح_{ن+1}(س) - 5 ح_ن(س) = 0$ ——— (*)

م اقترانه المميز لـ $ح_{ن+2}$ هو إذن

$م^2(س) = ح_{ن+2}(س) \Leftarrow م(س) = ح_{ن+1}(س)$

إذن (*) تصبح

$ح_{ن+2}(س) + 4 ح_{ن+1}(س) = 5 ح_ن(س)$

$ح_{ن+2}(س) + ح_{ن+1}(س) = 5 ح_ن(س)$

$2 ح_{ن+1}(س) = 5 ح_ن(س)$

$\Leftarrow ح_{ن+1}(س) = 1 ح_ن(س)$

$ح_ن(س) = \int (1 ح_ن(س)) دس$

$ح_ن(س) = س - 2 ح_{ن-1}(س) + ج$

لكنه ق(π) = ٢

π − جا٢π + ه = ٢

π + ه = ٢ ⇐ ه = ٢ − π

اذن ق(س) = س − جا٢س + ٢ − π

(ب) ∫ (جتا٣س − جاس)/(٣ − جا٢س) دس = ∫ (جتا٣س − جاس)/(٣ − ٢جاس جتاس) دس

= ∫ (جتا٣س − جاس)/(٤ − ١ − ٢جاس جتاس) دس

= ∫ (جتا٣س − جاس)/(٤ − (١ + ٢جاس جتاس)) دس

نضع ١ = جا٢س + جتا٢س

اذن ∫ (جتا٣س − جاس)/(٤ − (جا٢س + جتا٢س + ٢جاس جتاس)) دس = ∫ (جتا٣س − جاس)/(٤ − (جاس + جتاس)٢) دس

نفرض ص = جاس + جتاس

د ص = (جتاس − جاس) دس

⇐ ∫ ١/(٤ − ص٢) د ص (تكامل بالكسور الجزئية)

الآن ١/(٤ − ص٢) = ١/((٢ − ص)(٢ + ص)) = م/(٢ − ص) + ن/(٢ + ص)

⇐ م = ١/٤ ، ن = ١/٤

اذن ∫ (جتا٣س − جاس)/(٣ − جا٢س) دس = ∫ ١/(٤ − ص٢) د ص = ∫ (١/٤)/(٢ − ص) + (١/٤)/(٢ + ص) د ص

= ١/٤ ∫ ١/(٢ − ص) د ص + ١/٤ ∫ ١/(٢ + ص) د ص

$= -\frac{1}{4}\ln|2-\cos\theta| + \frac{1}{4}\ln|2+\cos\theta| + ج$

بإرجاع حيث $\cos\theta = \cos x + \sin x$

$\Leftarrow -\frac{1}{4}\ln|2-(\cos x+\sin x)| + \frac{1}{4}\ln|2+(\cos x+\sin x)| + ج$

السؤال السادس:

ق. $م'(س) = ه(س)$ ، $هـ'(س) = ه(س)$

$\Leftarrow م'(س) = هـ'(س)$

$٤(ب+٢)س^{٣} + ٣(ب+د)س^{٢} + ٢جـ س = ٣ د س^{٢} - ٧٢ب^{٨} + د$

$\Leftarrow ٤(ب+٢) = ٠ \Leftarrow ب = -٣$

$٣(ب+د) = ٣د \Leftarrow ب+د = د \Leftarrow د = ب+٣$ ①

$٣د = -٧٢ب^{٨} \Leftarrow د = -٢٤ب^{٧}$ حيث $ب = -٣$

$د = -٢٤ \times -٣$

$\boxed{د = ١٢}$

بتعويض قيمة د في ① نحصل على

$-٣ + ب = ١٢ \Leftarrow \boxed{ب = ١٥}$

$جـ = ٠ \Leftarrow \boxed{جـ = ٠}$

الآن قيمة $ب^{٣} + ٢جـ د - ن = (-٣)^{٣} + ٢ \times ١٢ - ١٥$

$= -٢٧ + ٢٤ - ١٥ =$

$= -٢٧ + ٩ = -١٨$

* لإيجاد $ه(س)$

$م'(س) = ه(س)$ أو $هـ'(س) = ه(س)$

$ه(س) = ٦س^{٢} + ٢٤س$

$$\int \frac{\text{جا}^4 س - \text{جتا}^4 س}{1 - 2\,\text{جا}^2 س\,\text{جتا}^2 س}\,دس = \int \frac{\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 س}{1^2 - 2\,\text{جا}^2 س\,\text{جتا}^2 س}\,دس$$

لو وضع $1 = \text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س$

$$= \int \frac{\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 س}{(\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س)^2 - 2\,\text{جا}^2 س\,\text{جتا}^2 س}\,دس$$

$$= \int \frac{\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 س}{\text{جا}^4 س + 2\,\text{جا}^2 س\,\text{جتا}^2 س + \text{جتا}^4 س - 2\,\text{جا}^2 س\,\text{جتا}^2 س}\,دس$$

$$= \int \frac{(\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 س)(\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س)}{\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س}\,دس$$

$$= \int (\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 س)\,دس$$

$$= \int (\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 س)(\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س)\,دس$$

$$= \int (\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 س)\,دس$$

$$= -\int (\text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س)\,دس = -\int \text{جتا}\,2س\,دس$$

$$= -\frac{1}{2}\,\text{جا}\,2س + ث$$

* توضيح للسؤال الأول

① عنصر تاسع = $س_{٨}$ ، عنصر سابع = $س_{٦}$

$$س_{٨} = س_{٦} + ١$$

$$ص + ٨ن(١ - \frac{ن-١}{٢}) = ص + ٦(٨ - ٢) + ١$$

$$\frac{ن}{٢} = \frac{٦}{ن} + ١ \Leftarrow \frac{ن}{ن} = ١ \Leftarrow ن = ٢$$

إذاً ن عدد عناصر $= ن + ١ = ٣$ ✓

$= ١٢$

② $د(س) = س^{٣} - س^{٢} + د$ تشفر المرسلة

$د'(س) = ٣س^{٢} - ٢س$ تشفر مرة أولى

$د''(س) = ٦س - ٢$

$د''(٢) = ٦(٢) - ٢ = ١٠$ ✓

③ $\int_{١}^{٢} د(س) دس = نهـ_{ن \to ∞} م(ن)$

$= نهـ_{ن \to ∞} (٢٠ - \frac{ن^{٢} - ٥}{ن^{٢}}) = ٢٠ - ١ = ١٩$ ✓

④ $\int جتا هـ دس = س جتا هـ + د$ (لأن جتا هـ ثابت بالنسبة لـ س)

(٢٠)

⑤ $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (جتا^{٢} س - ٢ جتا^{٢} س) دس = جتا^{٢} س - ٢ جتا^{٢} س$

$= (٢ جتا^{٢} س - ١) - ٢ جتا^{٢} س = -١$ ✓

(١٠)

$\sum_{r=1}^{8} (س_r - س_{r-1}) = ص - ص$ ①

اذن $\sum_{r=1}^{8} (س_r - س_{r-1}) = ٦٥ - ١ = ٦٤$ ②

③ $ك = \{م_1, م_2, \ldots, م_8\}$ متتابعة

$ل = \frac{م_8 - م_1}{٦}$

ايضا $[م_1, م_2]$ جزئية وعامة الفترة $ك$ متتابعة

اذن

$$\frac{م_8 - م_1}{٦} = م_2 - م_1$$

$$٦(-٢ - م) = ٨ - م \Leftarrow \frac{٨ - م}{٦} = -٢ - م$$

$$-٦م + م = ٨ + ١٢$$

$$-٥م = ٢٠ \Leftarrow م = -٤$$ ⑤

④ $\int (ق س + ك) \, د س = \int \frac{ق س + ك}{ق س + ك} \, د س$

$= ل_{هـ} |ق س + ك| + ث$ ⑥

⑦ الحد السابع $= ك_٦ = ١٢$ حيث $س_ر = م + \frac{ر - ١}{٨} \times ل$

$$١٢ = ٦ \left(\frac{م - ٥}{٨} \right) + م \Leftarrow ١٢ = ٦ \times \frac{م - ٤م - ٥}{٨} + م$$

$$(م - ١٢) ٨ = ٣٠ - ٣٠ \Leftarrow \frac{٣٠ - ٣٠}{٨} = م - ١٢$$

$$٣٠ - ٣٠ = ٩٦ - ٨م$$

⑦

$$٣٠ - ٩٦٠٠ = -٨٩ + ٣٢٠$$
$$-٦٦ = ٢٢٣$$
$$\boxed{٣- = ٩}$$

(ب)

(ج) $\int_{-٣}^{٣} |هـ^{س} + ٢هـ^{س} + ١|\, دس$

$= \int_{-٣}^{٣} |(هـ^{س}+١)^{٢}|\, دس = \int_{-٣}^{٣} (هـ^{س}+١)\, دس$

$= \int_{-٣}^{٣} هـ^{س}\, دس + \int_{-٣}^{٣} دس$

$\int_{-٣}^{٣} هـ^{س}\, دس + \frac{ك}{٢}$

$س = ٣ \Rightarrow ع = هـ^{٣}$

$س = -٣ \Rightarrow ع = هـ^{-٣}$

$\int_{هـ^{-٣}}^{هـ^{٣}} دع = هـ^{٣} - هـ^{-٣}$

$|هـ^{س}+١| = هـ^{س}+١$ لأنه $هـ^{س}$ مقدار موجب دائماً

$|هـ^{س}+١| = هـ^{س}+١$

$\Leftarrow هـ^{٣} - \int_{-٣}^{٣} هـ^{س}\, دس + \frac{ك}{٢} = هـ^{٣} - هـ^{-٣} + ك$

(د)

(هـ) $\int_{-٢}^{٢} [س]\, دس = \begin{cases} ٢ & ، -١ < س \leq ٠ \\ ١ & ، ٠ < س \leq ١ \\ ٠ & ، ١ < س \leq ٢ \end{cases}$

طول الفترة $= ١ - ١- = ٢$

نعتقد الأصفار كما يلي:

$س = ٢$

$٢ \quad ١ \quad ٠ \quad ١-$

المتغير العشوائي	$س_{ر}$	ل	$ح(س_{ر})$	$ل \times ح(س_{ر})$
$[-١, ٠]$	٠	١	$ح(٠) = ٢$	$١ \times ٢ = ٢$
$[٠, ١]$	١	١	$ح(١) = ١$	$١ \times ١ = ١$
$[١, ٢]$	٢	١	$ح(٢) = ٠$	$١ \times ٠ = ٠$

٣

(و)

(١٢)

(١٢) $\frac{د}{دس}(هـ^{ح(س)}) = جتا س \, هـ^{ح(س)}$ ، ح(٠) = ٠

$هـ^{ح(س)} + هـ^{ح(س)} ح'(س) = جتا س$

$(هـ^{ح(س)})' = جتا س$ نشتق طرفين بالنسبة لـ س

$\int (هـ^{ح(س)})'_{دس} = \int جتا س \, دس$

$هـ^{ح(س)} = جا س + ج$ نعوض ح(٠) = ٠

$هـ^{ح(٠)} = جا ٠ + ج$

$١ \times ٠ = ٠ + ج$

$\Leftarrow هـ^{ح(س)} = جا س$

$ح(س) = \frac{جا س}{هـ^{س}}$ (د)

(١٣) $ح = م(س)$ ، $ح(س) = ل(س)$

$(٢م + ل - ٣)'(٢)$

$\left(٢م'(س) + ل'(س) - ٢ \right)\Big|_{س=٢}$

$\left(٢ح(س) + ح(س) - ٢ \right)\Big|_{س=٢}$

$= ٣ح(٢) + ح(٢) - ٢ \times ٢$

$= ٢ \times ٨ + ٨ - ٤ = ٢٠$ (ب)

(١٤) $\int (ح(س) + ٣س^{٢}) \, دس = س^{٤} + ٣ك^{٢} + ج$ نشتق الطرفين

$ح(س) + ٢س^{٣} = ٢ك + ٣ك^{٢}$ ، نعوض ح(١) = ٨

$ح(١) + ٢(١)^{٣} = ٢(١) + ٣ك(١)^{٢}$

$٨ + ٢ = ٢ + ٣ك \Leftarrow ٣ك = ٨ + ٢ - ٢$ (ب)

(١٣)

$ك = ٣$

$$= \frac{n}{2}(2n+1)(n+1)$$

$$= n^3 + n^2 + \frac{n}{2}$$

$$\text{ع}(n) = n^3 + n^2 + \frac{n}{2}$$

$$\text{ع}(1) = 1^3 + 1^2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$$

(5)

(16) $\text{ل} = \frac{n}{2}$ ، $\text{ع}_r = 1 + (r-1)\frac{n}{2}$

$$\text{م}(\text{ع}_r) = \frac{n-1}{2}\sum_{r=1}^{n} \text{ع}_r \quad (\text{ع}_r)$$

$$= \frac{(n-1)}{2}\sum_{r=1}^{n}\left(2\left(1+\frac{n-1}{2}r\right) - 3\right)$$

$$= \frac{n-1}{2}\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{n-1}{2}r - 1\right)$$

$$= \frac{n-1}{2}\left(\frac{n-1}{2}\times\frac{n(n+1)}{2} - n\right)$$

$$= \frac{n-1}{2}\left(\frac{(n-1)n}{4} + (n-1) - n\right)$$

$$= \frac{(n-1)}{4}\times(n-1)n + \frac{(n-1)^2}{2} - \frac{(n-1)}{2}n$$

$$= (n-1)^2 - (n-1) + \frac{(n-1)^2}{2} = 2\frac{n^2-1}{2}$$

$$\Leftarrow (n-1)^2 - (n-1) = 2$$

$$n^2 - 2n + 1 - n + 1 = 2$$

$$n^2 - 3n + 2 = 2 \Leftarrow n^2 - 3n = 0$$

$$n(n-3) = 0 \quad \text{ح} \quad \boxed{n=3} \quad \times \quad n=0$$

(5)

(14)

$\int$ حدس = حس + ص (فرضی) (ب)

(۱۸) $\int \frac{\text{قا}^{۲}(\text{حاس})}{\text{حاس}}$ دس

حاس = ی
دی = حاس دس
$\frac{\text{دی}}{\text{حاس}}$ = دس ⇒ قا^{۲}(حاس) دس = قا^{۲}ی دی

$\int$ قا^{۲}ی × کاس ی = $\int$ قا^{۲}ی دی

= ظا ی + ص

= ظا (حاس) + ص (ک)

(۱۹) حد(س) = ۴ک + ن م(۲) = ۵ ، م′(۲) = ۲ ، $\int_{۰}^{۱} \text{حد}(س)$ دس = ۲

م′(س) = حد(س)

$\int_{۰}^{۱} \text{حد}(س)$ دس = $\int_{۰}^{۱}$ م′(س) دس = م(۱) − م(۰) = ۲

م(۱) − م(۰) = ۲

حد(س) = ۴ک + ن ⇒ حد(۲) = ۴ لكن حد(۲) = ۲

۴ = ۲

ايضاً م′(س) = حد(س)

م′(۲) = حد(۲)

۳ = ۲ × ۲ + ن ⇒ ن = −۱ (ب)

اذن م′(س) = ۲ک − ۱ ⇒ م(س) = $\int$ م′(س) دس

م(س) = $\int$ (۲ک − ۱) دک = س^{۲} − ک + ص

م(۲) = ۲^{۲} − ۲ + ص = ک ⇒ ۴ − ۲ + ص = ۵

۲ + ص = ۵

ص = ۳

م(س) = س^{۲} − ک + ۳ (م)

(۱۵)

(د) $\int \frac{س^3 + 3س^2 + 3س}{(س+1)^3} \, دس$

$= \int \frac{(س^3 + 3س + 3)}{(س+1)^3} \, دس$

$= \frac{1}{2} \int (س+1)^{-3} \, دس = \frac{1}{2} \times \frac{(س+1)^{-2}}{-2} + ث$

$= \frac{-1}{4(س+1)^2} + ث$ (د)

دولة فلسطين **وزارة التربية والتعليم العالي** **مديرية التربية والتعليم/الخليل**		**المبحث: الرياضيات** **الصف الثاني عشر العلمي/الورقة الثانية** **الزمن:**
الامتحان التجريبي٢٠١٩/٢٠٢٠		**اليوم والتاريخ**

ملاحظة: عدد أسئلة الامتحان (٦) أجب عن (٥) منها

القسم الأول: يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عنها جميعها

السؤال الأول: اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي: **(٣٠ علامة)**

١) قيمة $\int (١ + ظا^{٢}س)\,ى س$ =

أ) $-ظاس + جـ$ ب) $قا^{٢}س + جـ$ ج) $ظاس + جـ$ د) $قاس + جـ$

٢) اذا كان $ك(س)$ ، $ل(س)$ اقترانين أصليين للاقتران $ن(س)$ وكان $\int_{٣}^{١} (٢ك(س) - ٢ل(س))\,ى س = ٢٠$ فإن

$\int هـ^{ك(س)-ل(س)}\,ى س$ =

أ) $هـ^{-٥}س + جـ$ ب) $-\frac{هـ^{-٦}}{٦} + جـ$ ج) $هـ^{-١٠}س + جـ$ د) $-\frac{هـ^{-٤}}{٤} + جـ$

٣) اذا كان $ن(س) \geq ٥$ ، فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{٤}^{٢} س ن(س^{٢} - ٢)\,ى س$ =

أ) ٣٠ ب) ١٠ ج) ٥ د) -٣٠

٤) $\int -ظاس\,ى س$ =

أ) $لـو_{هـ} |جاس| + جـ$ ب) $-لـو_{هـ} |جاس| + جـ$ ج) $لـو_{هـ} |جتاس| + جـ$ د) $-لـو_{هـ} |جتاس| + جـ$

٥) اذا كان $\int_{-\pi}^{\pi} جا^{٢}س\,ى س = ا$ ، $\int_{-\pi}^{\pi} جتا^{٢}س\,ى س = ب$ ، فإن المقدار قيمة $ا + ب$ =

أ) $\pi ٢$ ب) $-\pi ٢$ ج) صفر د) ٢

٦) قيمة $\int_{٢}^{٤} \sqrt{س^{٢} - ٢س + ١}\,ى س$ =

أ) -٤ ب) ٤ ج) ٢ د) -٢

٧) يسير جسم بتسارع ت(ن) = ١٢ن − ٢ م/ث^{٢}، فإذا كانت السرعة الابتدائية ٤ م/ث والمسافة المقطوعة بعد ٣ ثوان هي ٢٨ فإن المسافة المقطوعة بعد ٥ ثواني من بدء الحركة هي :

أ) ٢٠٠ ب) ٢٠٨ ج)٢١٦ د) ٢٢٠

٨) اذا كان $\int_{ب}^{١} ع^{ب} \, ع = \frac{١}{٢}$ فان قيمة ب هي :

أ) -١ ب) ٠ ج)١ د)٢

٩) اذا كان ق(س) اقترانا قابلا للتكامل على الفترة [٦،٢] وكان $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة [٤،٢] حيث

$م(ق، \sigma_{ن}) = ٣ + \frac{٤}{ن}$ ، وكان $\int_{٦}^{٤} ٢ق(س) \, س = ٢$ فإن $\int_{٢}^{٦} (ق(س) - س) \, س =$

أ) ١٤ ب) -١٤ ج) ٣ د)١٥

١٠) اذا كان ق(س) اقترانا موجبا ومتصلا على ح وكان ق(س) − ٣ق′(س) = ٠ ، ق(٢) = ١ فإن ق(٥) =

أ) ٣هـ ب) ٢هـ ج) هـ د)هـ + جـ

١١) $\int \frac{١ - س^{٢}}{س^{٣} - س} \, س =$

أ) $\frac{س^{-٢}}{-٢} + جـ$ ب) لـو$_{هـ}$ س + جـ ج) س + جـ د) -لـو$_{هـ}$ س + جـ

١٢) اذا كان $\int_{١}^{٧} \frac{١}{٢} ق(س) \, س = ٤$ فإن $\int_{٣}^{٧} (ق(س - ٢) - ٢س) \, س =$

أ)٣٢ ب) ١٥ ج) -٣٢ د)-١٦

١٣) قيمة $\int_{ب}^{٤} |س - ٢| \, س =$

أ) ٤ ب) -٤ ج) ٠ د)٥

١٤) اذا كان هـ(س) = ٢س + ١ معرف على الفترة [٢،١] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة [٢،١] فما قيمة

$\lim_{س \to \infty} م(\sigma_{ن}، هـ) =$

أ) ٥ ب) -٤ ج) ٠ د)٤

١٥) الاقتران المكامل للاقتران $\text{ه}(س) = ٤س^{٣} + ٢س$ في الفترة $[٣،١]$ هو

أ) $س^{٤} - س^{٢} - ٢$ ب) $س^{٤} + س^{٢} + ٢$ ج) $س^{٤} - س^{٢} + ٢$ د) $س^{٤} + س^{٢} - ٢$

١٦) اذا كان $\int_{١}^{س} ن(ص) \, د ص = جاس + ٤$ ، فإن $ن'(\frac{\pi}{٢}) =$

أ) -١ ب) ١ ج)٢ د)-٢

١٧) اذا كانت $[س_{ر-١} ، س_{ر}]$ هي الفترة الجزئية الرائية الناتجة عن التجزئة $\sigma_{ن}$ للفترة $[-٢،٥]$ فإن

$$\sum_{ر=١}^{ن} (س_{ر} - س_{ر-١}) =$$

أ) ٥ ب) ٧ ج) $\frac{٧}{ن}$ د)٢

١٨) اذا كانت $\sigma_{ن} = \{١ \ldots ، ١٧ ، ١٩ \ldots ، ٩٩\}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٩٩،١]$ فإن العنصر الخمسين هو:

أ) ١٧ ب) ٩٩ ج) ٩٧ د)١٩

١٩) اذا كان $\int_{ب}^{جـ} ٢س \, د س = \int_{-٤}^{جـ} ٢ د س$ فإن قيمة جـ الموجبة هي :

أ) ٢ ب) -٤ ج) ٤ د)-٢

٢٠) اذا كان $\int_{١}^{٣} ن(س) د س = \int_{٤}^{٣} ن(س) د س + \int_{٢}^{٤} ٢ د س$ فإن $\int_{١}^{٤} ن(س) د س$

أ) ٢ ب)٢٢ ج) ٣٢ د) ٤٢

السؤال الثاني:

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود لايجاد $\int_{١}^{٣} (٢ - ٤س) د س$ (١٠ علامات)

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين الاقترانين $ن(س) = س - ٢$ ، $\text{ه}(س) = \frac{٣}{س}$ ، والمستقيم $ص = ٣$ (١٠ علامات)

السؤال الثالث:

أ) أوجد التكاملات التالية: (١٤ علامة)

١) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 س}{(\text{جا}2س)^4} \, ds$

٢) $\int \text{هـ}^{2س} \text{جا}(\text{هـ}^{س} + 1) \, ds$

ب) اذا كان $ن'(س) = (س+1)\text{جا}(س^2 + 2س)$ أوجد قاعدة الاقتران $ن(س)$ علما أنه يمر بالنقطة $(2، 0)$ (٦علامات)

السؤال الرابع:

أ) اذا كان $ت(س) = \begin{cases} أس^2 + ب س - 4 & 1 \leq س < 3 \\ جس^3 + ء س^2 + 5 & 3 \leq س \leq 5 \end{cases}$ هو الاقتران المكامل للاقتران $ن(س)$، وكان

$ن(2) = 7$ ، $ن(4) = 32$، أوجد قيمة الثوابت أ ، ب ، جـ . (١٠علامات)

ب) إذا كان $ن(س) = \frac{أس}{س + 2}$ معرفا على $[-1، 8]$ وكان $\sigma_{ن} = \{-1 ، 0، 2، 3، 6، 8\}$ تجزئة للفترة

$[-1، 8]$ أوجد قيمة أ علما بأن $ر(ن، \sigma_{ن}) = \frac{56}{10}$ معتبرا $س_{ر}^{*} = س_{ر-1}$ (١٠علامات)

القسم الثاني: يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك أن يجيب عن سؤال واحد فقط

السؤال الخامس:

أ) اوجد قيمة $\int قا^3 س \, ds$ (٥ علامات)

ب) اوجد كثير حدود من الدرجة الثانية بحيث $ن(0) = ن(1) = 0$ ، وكان $\int_{0}^{1} هـ(س) \, ds = 1$ (٥ علامات)

السؤال السادس:

أ) اوجد قيمة $\int \sqrt{1 - \text{هـ}^{س}} \, ds$ (٥ علامات)

ب)اذا كان $\int_{1}^{ب} [س - 2] \, ds = \frac{1}{2}$ ، فما قيمة ب. (٥ علامات)

انتهت الأسئلة

إجابة السؤال الأول

رقم الفقرة	رمز الجواب	الجواب
١	أ	٢٠
٢	أ	٨
٣	جـ	١
٤	ب	8.5
٥	ب	١
٦	د	١،-١
٧	ب	ظاس +جـ
٨	جـ	١٨
٩	ب	٣
١٠	أ	هـ - ٢
١١	جـ	- ٢
١٢	ب	- ٤
١٣	جـ	$\frac{-١}{هـ^{٥س-١}}$ + جـ
١٤	جـ	-٧
١٥	ب	١٤
١٦	جـ	٢
١٧	جـ	٣لـو ٣
١٨	د	$\frac{٣}{٢٥} - \frac{٤}{٢٥}$ ت
١٩	د	٢
٢٠	جـ	-٣

أجابات الورقة الثانية لمادة الرياضيات
للصف الثاني العلمي لعام ٢٠٢٠

س٥ / ٥٠ تعريف $\int_{1}^{3}(5-3x)\,dx$

$f(x)=5-3x$ ، $x\in[1,3]$ ، $x_r=x^*$

$\Delta x=\frac{b-a}{n}=\frac{3-1}{n}=\frac{2}{n}$ $\Leftarrow$ $x^*=a+r\Delta x=1+\frac{2r}{n}$

$f(x^*)=5-3\left(1+\frac{2r}{n}\right)$

$=5-3-\frac{6r}{n}$

$=2-\frac{6r}{n}$

$\int_{1}^{3}f(x)\,dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}f(x^*)\Delta x=\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\left[2-\frac{6r}{n}\right]\frac{2}{n}$

$=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{4}{n}-\frac{12}{n^2}\sum_{r=1}^{n}r\right]=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{4}{n}-\frac{12}{n^2}\cdot\frac{n^2+n}{2}\right]$

$=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{4}{n}-6-\frac{6}{n}\right]=-6$

$\int_{1}^{3}(5-3x)\,dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}f(x_r)\Delta x=\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\left(2-\frac{6r}{n}\right)\frac{2}{n}$

$=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{n}-\frac{12}{n^2}\sum_{r=1}^{n}r\right)$

$=-6$ ■

ج) ب)

$\frac{ص}{س} = \frac{-1}{ك}$ ⇐ $ص = -1$ ⇐ $\frac{ص}{س} = -1$ ⇐ $م_{ا} \times م_{ع} = -1$

$\frac{-1}{ك}$ ⇐ $ص = \frac{-1}{ك}$ ⇐ $\frac{ص}{س} = \frac{-1}{ك}$ ∴

$ق(س) = \int \frac{-1}{ك} دس = \int -س^{-2} دس = \frac{-1}{-1} س^{-1} + ث$

$ق(س) = \frac{1}{س} + ث$ ولكن $ق(-1) = 3$ ⇐ $ث = 4$

∴ $ق(س) = \frac{1}{س} + 4$.

39. ج)

$ص = ك س^2 + (8 ك + 2) س + 5 = 0$

$ص' = ص$

$2 ك س + 8 ك + 2 = 5 - س$

$ك س^2 + 8 ك = 3 - س$

$ك س^2 + 4 س - 12 ك = 0$

$(س + 6)(س - 2) = 0$

$س = 2, -6$

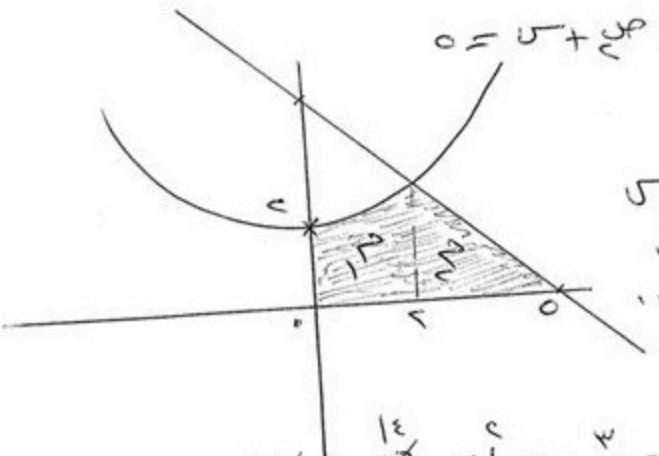
$\therefore م = م_1 + م_2$

$م_1 = \int_0^2 (ك س^2 + 4 س - 12 ك) دس = \frac{ك}{3} س^3 + 2 س^2 - 12 ك س$ وحدة مساحة $\frac{14}{3}$

$م_2 = \int_2^5 (5 - س) دس = 5 س - \frac{1}{2} س^2 = (25 - \frac{25}{2}) - (10 - 2)$

$م = م_1 + م_2 = \frac{14}{3} + \frac{9}{2} = \frac{55}{6}$ وحدة مساحة

$= 8 - \frac{25}{2} = \frac{9}{2}$ وحدة مساحة



س٣. أ. ق(س) = { ٢س² + ٢ب س ، ٠ ≤ س ≤ ٢
أس² − ٤ ، ٢ < س ≤ ٥ }

∵ ق(س) متصل

نهـا ٢س² + ٢ب س = نهـا أس² − ٤
س ← ٢⁻ ، س ← ٢⁺

٨ + ٤ب = ٤أ − ٤

٤ب − ٤أ = −١٢ —— (١)

ق'(س) = ق'(س) = { ٤س + ٢ب ، ٠ < س < ٢
٢أس ، ٢ < س < ٥ }

∵ ق'(س) متصل

نهـا ق'(س) = نهـا ق'(س)
س ← ٢⁻ ، س ← ٢⁺

⇐ نهـا ٤س + ٢ب = نهـا ٢أس
س ← ٢⁻ ، س ← ٢⁺

٨ + ٢ب = ٤أ

٢ب − ٤أ = −٨ —— (٢)

بحل المعادلتين ٢ب − ٤أ = −٨
٤ب − ٤أ = −١٢

∴ ب = −٢ ، أ = ١

س٣. ب

$\left(\frac{\sqrt{3} - ت}{1 + \sqrt{3}ت}\right)^7 = \left(\frac{\sqrt{3} - ت}{1 + \sqrt{3}ت} \times \frac{1 - \sqrt{3}ت}{1 - \sqrt{3}ت}\right)^7$

$= \left(\frac{(\sqrt{3} - ت)(1 - \sqrt{3}ت)}{4}\right)^7 = \left(\frac{(\sqrt{3} - \sqrt{3}) + ت(-3 - 1)}{4}\right)^7$

$= \left(\frac{-4ت}{4}\right)^7 = (-ت)^7 = ت$

س ۳. اوجد الحجم المولد بدوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = x^2$ و $y = 2x$ حول المحور x.

نقاط التقاطع: $x^2 = 2x \Rightarrow x = 0, 2$

$$V = \pi \int_0^2 \left[(2x)^2 - (x^2)^2\right] dx$$

$$= \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4)\, dx$$

$$= \pi \left[\frac{4x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right]_0^2 = \pi \left[\frac{32}{3} - \frac{32}{5}\right]$$

$$= \pi \left[\frac{160 - 96}{15}\right] = \frac{64\pi}{15}$$ وحدة حجم مكعبة

س ٤. $\int (x-1)^3 (x^2 - 2x + 5)^2 \, dx$

$u = x^2 - 2x + 5$

$du = (2x - 2)\, dx$

$du = 2(x-1)\, dx$

$dx = \frac{du}{2(x-1)}$

ولكن $u = x^2 - 2x + 1 + 4$

$u - 4 = (x-1)^2$

$$\int (x-1)^3 u^2 \frac{du}{2(x-1)}$$

$$= \frac{1}{2} \int (x-1)^2 u^2 \, du$$

$$= \frac{1}{2} \int (u - 4) u^2 \, du = \frac{1}{2} \int u^3 - 4u^2 \, du$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{u^4}{4} - \frac{4u^3}{3}\right] + c = \frac{u^4}{8} - \frac{2u^3}{3} + c$$

$$= \frac{(x^2 - 2x + 5)^4}{8} - \frac{2(x^2 - 2x + 5)^3}{3} + c$$

(٤)

س ٤

∫ س ظا² س دس

باستخدام طريقة الأجزاء

و = س ⇐ دو = دس

دھ = ظا² س دس

ھ = ∫ ظا² س − ١ دس

ھ = ظا س − س

∫ س ظا² س دس = و . ھ − ∫ ھ . دو

= س (ظا س − س) − ∫ (ظا س − س) دس

= س ظا س − ½ س² − ∫ (جتا س / جتا س − س) دس

= س ظا س − ½ س² + لو |جتا س| + ½ س² + ح

= س ظا س + لو |جتا س| + ح

س ٥

ع(ن) = ط ن / ن س ن = ١ / ن² + ٣ن + ١

ط ن = ∑ ٤ / ن² + ٣ن + ١ = ∑ ٣ / ن + ١ + ب / ن + ١ س ن

ومن

١ = ٣ (ن + ١) + ب (ن + ١)

عند ن = −١

١ = ٠ + ب ⇐ ب = −١

عند ن = −½

١ = ٣/٢ + ٠ ⇐ ٣ = ٢

∴ ط ن = ∑ ٣ / ن + ١ − ١ / ن + ١ س ن

= ٣ لو |ن + ١| − لو |ن + ٢| + ح

عندما النقطة تنتمي للمنحنى

(٠ ، ١) في معادلة المنحنى

⇐ ح = ٠

ف = لو |ن + ١| − لو |ن + ٢| + ح

القسم الثاني:

س ٣. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x \cos^2 x \, dx = \frac{1}{32}\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (1+\cos 4x)(1-\cos 2x) \, dx$

او جد $\int \sin^4 x \cos^2 x \, dx =$

باستخدام الاجزاء.

$u = \cos x \sin^3 x$ $\quad dv = \sin x \, dx$

$du = \cos^2 x \cdot 3\sin^2 x - \sin^4 x \, dx$ $\quad v = -\cos x$

$\int \sin^4 x \cos^2 x \, dx = -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos x \sin^3 x (3\cos^2 x - \sin^2 x) \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx - \int \sin^5 x \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx - \int \sin^4 x \sin x \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx - \int (1-\cos^2 x)^2 \sin x \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx - \int (1-2\cos^2 x + \cos^4 x) \sin x \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx + \int (2\cos^2 x - \cos^4 x) \sin x \, dx$

$\frac{1}{16}(7\cos 4x - 4) = \frac{1}{128} - \frac{7}{128}\cos 4x$

$\int_0^1 س^ن \, دس = \frac{1}{ن+1} \int_0^1 س^{ن+1} \, دس = \frac{1}{ن+1} \left[\frac{س^{ن+1}}{ن+1} \right]_0^1 = \frac{1}{ن+1} \left(\frac{1}{ن+1} - 0 \right) = \frac{1}{(ن+1)^2}$

$\frac{1}{(ن+1)^2} = \frac{1}{4}$ حيث ن = ؟

$(ن+1)^2 = 4$

$ن+1 = \pm 2$

$ن = 1$ أو $ن = -3$ (مرفوض)

س٥٦ : إذا كان $ق(س) = س^3 - 3س + 2$ ، $س \in [0,1]$ بين أن $\int_0^1 ق(س) \, دس > 0$

بين أن $\int_0^3 ق(س) \, دس > 0$

$\Leftarrow \int_1^3 ق(س) \, دس > 0$ بقلب الحدود وتغير الإشارة

نجد أصفار $ق(س) = س^3 - 3س + 2 = 0$

$(س-1)(س^2+س-2) = 0$

$(س-1)(س-1)(س+2) = 0$

$س = 1$ أو $س = -2$

$-\infty$		-2		1		$+\infty$
	+	0	−	0	+	

$\Leftarrow$ على $[1,3] \subset [0,1]$ ، $ق(س) > 0$

$\Leftarrow$ حسب خاصية المقارنة $\int_1^3 ق(س) \, دس > 0$

ولكن $\int_1^3 ق(س) \, دس$ نفرض أن $ص = س - 2$

$دص = دس$

$س = 1 \Rightarrow ص = -1$
$س = 3 \Rightarrow ص = 1$

$\therefore \int_{-1}^1 ق(ص) \, دص = \int_1^3 ق(س) \, دس > 0$

$\therefore \int_1^3 ق(س) \, دس > 0$

س ٥٠ نفرض أن ع = س + ص ت ⇐ $\bar{ع}$ = س − ص ت

$(ع)^2 = (س - ص ت)^2 = (س^2 - ص^2) - (2 س ص) ت$

$(\bar{ع})^2 - ع = 0 \Leftarrow (س^2 - ص^2) - (2 س ص) ت - (س + ص ت) = 0$

$(س^2 - ص^2) - (2 س ص) ت = س + ص ت$

$س^2 - ص^2 = س$ ، $2 س ص = ص$

$2 س ص + ص = 0$

$ص (2 س + 1) = 0$

إما $ص = 0$ أو $س = -\frac{1}{2}$

بالتعويض عند $ص = 0$ في المعادلة (1) $\Leftarrow س^2 = س$

إما $س = 0$ أو $س = 1$

$ع = 0 + 0 ت$ أو $ع = 1 + 0 ت \Leftarrow ع = 0$ أو $ع = 1$

بالتعويض عند $س = -\frac{1}{2}$ في المعادلة رقم (1) $\Leftarrow (-\frac{1}{2})^2 - ص^2 = -\frac{1}{4}$

$ص^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \Leftarrow ص^2 = \frac{3}{4} \Leftarrow ص = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

$ع = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} ت$ أو $ع = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} ت$

مجموعة الحل =

$$\left\{ 0 \, ، \, 1 \, ، \, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} ت \, ، \, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} ت \right\}$$

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي
تربية شمال الخليل
المبحث: الرياضيات

امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني لعام ٢٠١٩/٢٠٢٠م

مدة الامتحان: ساعتان ونصف
التاريخ: ١٢ / ٤ /٢٠٢٠
مجموع العلامات (١٠٠)علامة

الفرع العلمي

ملاحظة: عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة، أجب عن (خمسة) منها فقط.

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى الطالب أن يجيب عنها جميعا.

السؤال الأول : (٣٠ علامة)

اختر الإجابة الصحيحة، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة:

١) إذا كان $\text{ه}(س)$ متصل على ع وكان $\int(\text{ه}(س)+٢)\,ds = س^{٣} + أس^{٢} + ٩$ وكان $\text{ه}(١) = ٧$ ، أجد قيمة الثابت أ؟

أ. -١ ب. ٢ ج. ٦ د. ٣

٢) ما قيمة $\int \frac{١ - هـ^{٢س}}{١ + هـ^{س}}\,ds$ ؟

أ. $س - هـ^{س} + جـ$ ب. $هـ^{٢س} + س + جـ$ ج. $س - هـ^{٢}س + جـ$ د. $هـ^{س} + جـ$

٣) إذا كان $ق(س)، هـ(س)$ اقترانيين أصليين للاقتران $\text{ه}(س)$ وكان $ق(س) = أس^{٢} - ٦س - ٣$ ، $هـ(س) = بس + ١$ أجد قيمة أ،ب؟

أ. ٠، -٦ ب. ١، -٦ ج. ١، ٦ د. ٠، ٦

٤) إذا كان $ك(س)، \text{ه}(س)، هـ(س)$ ثلاث اقترانات متصلة بحيث $ك'(س) = \text{ه}(س)$، $\text{ه}'(س) = هـ(س)$، أي العبارات الآتية صحيحة ؟

أ. $\int ك''(س)\,ds = هـ(س) + جـ$ ب. $\int هـ(س)\,ds = ك'(س) + جـ$

ج. $\int ك(س)\,ds = \text{ه}(س) + جـ$ د. $هـ(س)$ هو اقتران أصلي لـ $\text{ه}(س)$

٥) إذا كانت سرعة جسم ما في اللحظة ن تعطى بالعلاقة $ع(ن) = جتا٢ن$، وكان الجسم على بعد (٤)م عند بدء الحركة، أجد بعد الجسم عندما $ن = \frac{\pi}{٤}$ ؟

أ. ٥م ب. ٤,٥م ح. ٤م د. ٣,٥م

٦) إذا كان $ق(س) = أ ظا^{٢}س$ اقتران أصلي للاقتران $\text{ه}(س)$ بحيث أن $\text{ه}(\frac{\pi}{٤}) = ٤$، فأن قيمة الثابت أ:

أ. ٤ ب. ٢ ج. ١ د. -١

٧) إذا كان عدد عناصر تجزئة منتظمة للفترة $[-٢، ٣]$ هو ١١ ، فأن العنصر السادس هو:

أ. صفر ب. $\frac{١}{٢}$ ج. ١ د. $\frac{٣}{٢}$

يتبع صفحة ٢...

٨) إذا كان $ق$ معرفاً على $[-١،١]$ وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة لها بحيث $ر(\sigma_{ن}، ق) = \frac{ن(ن+١)}{٣ن^{٢}-١}$ أجد $\int_{-١}^{١} ٦ق(س)\,د س$ ؟

أ. -٢ ب. ٢ ج. $\frac{١}{٢}$ د. $\frac{-١}{٢}$

٩) إذا كان $\int_{ب}^{٠}\left[\frac{س}{٣}+١\right]د س = ١٢$ ، أجد قيمة $ب$؟

أ. ٧ ب. ٦ ج. ٥ د. ٣

١٠) ما أكبر قيمة للمقدار $\int_{-١}^{١}\sqrt{١-س^{٢}}\,د س$؟

أ. صفر ب. ١ ج. ٢ د. ٣

١١) إذا كان $ق(س)$ متصل وكان $\int_{٠}^{٢} ق(س)\,د س = -٤$، $ق(٢) = ٦$ وكان $\int_{١}^{٠} ق(ص)\,د س = س هـ(س)$ أجد $هـ'(٢)$؟

أ. -٤ ب. -٣ ج. ٢ د. ٤

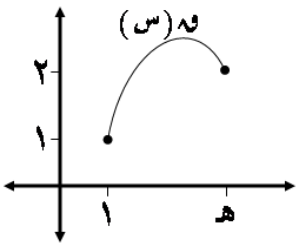
١٢) إذا كان $\int_{١}^{٢} ٢ق(س)\,د س = -٨$ ، $\int_{١}^{٠} ق(س)\,د س = ٦$ أجد $\int_{٥}^{٨} ق(س-٣)\,د س$ ؟

أ. ١٠ ب. -٢ ج. ١٤ د. -١٤

١٣) إذا كان $ا = \int_{\frac{\pi}{٦}}^{\frac{\pi}{٣}} قا^{٢} س\,د س$، $ب = \int_{\frac{\pi}{٦}}^{\frac{\pi}{٣}} ظا^{٢} س\,د س$ أجد قيمة $ا - ب$ ؟

أ. $\frac{\pi}{٦}$ ب. $\frac{\pi}{٣}$ ج. $-\frac{\pi}{٦}$ د. $-\frac{\pi}{٣}$

١٤) إذا كان منحنى $ق(س)$ ممثلاً بالشكل المجاور، أجد $\int_{٠}^{١} هـ^{س} ق'(هـ^{س})\,د س$ ؟



أ. $هـ$ ب. صفر

ج. ٢ د. ١

١٥) إذا علمت أن $ق(س) = \lim_{هـ} س$ وكانت $\sigma_{٢} = \{١، هـ، هـ^{٢}\}$ تجزئة للفترة $[١، هـ^{٢}]$ أحسب $ر(\sigma_{٢}، ق)$ معتبراً $س_{ر}^{*} = س_{ر-١}$ ؟

أ. ١ ب. صفر ج. $هـ$ د. $هـ^{٢} - هـ$

١٦) ما الجزء التخيلي للعدد المركب $\frac{١ + ٢ت + ٣ت^{٢}}{١ + ٢ت + ٣ت^{٣}}$ ؟

أ. ١ ب. -١ ج. -٢ د. صفر

يتبع صفحة ٣ ...

١٧) ما مرافق العدد المركب $\sqrt{-٢٥}+٢ت$ ؟

أ. $\sqrt{٢٥}-٢ت$ ب. $٧ت$ ج. $-٧ت$ د. $\sqrt{-٢٥}-٢ت$

١٨) ما الصورة القطبية للعدد المركب $ع=٢+٢ت$ ؟

أ. $٢\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٤}-ت\text{جا}\frac{\pi}{٤}\right)$ ب. $٢\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٤}+ت\text{جا}\frac{\pi}{٤}\right)$

ج. $٢\sqrt{٢}\left(-\text{جتا}\frac{\pi}{٤}-ت\text{جا}\frac{\pi}{٤}\right)$ د. $٢\sqrt{٢}\left(-\text{جتا}\frac{\pi}{٤}+ت\text{جا}\frac{\pi}{٤}\right)$

١٩) ما قيمة المقدار $ت^{٨٧+٢}$ ؟

أ. -١ ب. ١ ج. $ت$ د. $-ت$

٢٠) إذا كان $ع=١-ت$ أجد $ع^{-١}$ ؟

أ. $١+ت$ ج. $-١-ت$ ج. $\frac{١}{٢}+\frac{١}{٢}ت$ د. $\frac{١}{٢}-\frac{١}{٢}ت$

<u>السؤال الثاني</u>: (٢٠ علامة)

أ. استخدم تعريف التكامل المحدود لإيجاد $\int_{-١}^{٢}(٢س-١)\,ىس$ ؟ (١٠ علامات)

ب. إذا كان $ق(س)=|٢س-٦|$ ، $س\in[٤،١]$ أجد:

١) الاقتران المكامل $ت(س)$ ٢) $\int_{١}^{٤}ق(س)\,ىس$ (١٠ علامات)

<u>السؤال الثالث</u>: (٢٠ علامة)

أ. أجد التكاملات التالية: (١٢ علامة)

١) $\int\frac{١}{س^{٨}}(س-١)^{٦}\,ىس$ ٢) $\int\frac{س-٢}{س^{٣}-س}\,ىس$

ب. إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق(س)$ عند أي نقطة عليه يعطى بالقاعدة $(\text{جاس}-١)$ أجد قاعدة الاقتران $ق(س)$ علماً بأنه يمر بالنقطة $(٣٠،٠)$؟ (٨ علامات)

<u>السؤال الرابع</u>: (٢٠ علامة)

أ. أجد المساحة المحصورة بين المنحنيين $ق(س)=س+٢$ ، $هـ(س)=\begin{cases}٤-س^{٢} & ،\ س\geq٠\\ ٤-س & ،\ س<٠\end{cases}$ ؟

(١٠ علامات)

ب. أثبت أن: $\left(\sqrt{٣}+٤ت+\sqrt{٣}-٤ت\right)^{٢}=١٦$ ؟ (٥ علامات)

ج. إذا كان $ع=١+ت$ بين أن $ع^{١٨}+\left(\overline{ع}\right)^{١٨}=٠$ ؟ (٥ علامات)

<u>يتبع صفحة ٤...</u>

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى الطالب أن يجيب عن أحدهما فقط.

السؤال الخامس: (١٠ علامات)

أ. أجد التكامل $\int$ جتاس لـو $(\text{جا}^{٢}\text{س} - ٤)$ د س ؟ (٥ علامات)

ب. إذا كان $\text{ه}'(\text{س})\text{جاس} - \text{ه}(\text{س})\text{جتاس} = ٠$ ، أجد قاعدة الاقتران $\text{ه}(\text{س})$ إذا علمت أن $\text{ه}(\frac{\pi}{٢}) = \sqrt{٢}$.
$\text{ه}(\text{س}) > ٠$؟ (٥ علامات)

السؤال السادس: (١٠ علامات)

أ. بين أن الاقتران $\text{ه}(\text{س}) = \frac{\text{جا}^{٢}\text{س}}{\text{جتاس} - ١}$ قابل للتكامل في الفترة $[\pi٢, ٠]$ ؟ (٤ علامات)

ب. أجد حجم الجسم الناشئ عن دوران المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين المنحنيات
$\text{ص} = \sqrt{٢٥ - \text{س}^{٢}}$ ومنحنى $\frac{\text{س}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$ والمستقيم $\text{س} = ٠$ حول محور السينات دورة كاملة؟

(٦ علامات)

انتهت الأسئلة

This document was created with the Win2PDF “print to PDF” printer available at
http://www.win2pdf.com

This version of Win2PDF 10 is for evaluation and non-commercial use only.

This page will not be added after purchasing Win2PDF.

http://www.win2pdf.com/purchase/

الإجابة النموذجية

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى الطالب أن يجيب عنها جميعا.

السؤال الأول : (٣٠ علامة) (علامة ونصف لكل فقرة)

رقم الفقرة	الجواب
١	د
٢	أ
٣	أ
٤	ب
٥	ب
٦	ج
٧	ب
٨	أ
٩	أ
١٠	ج

رقم الفقرة	الجواب
١١	د
١٢	أ
١٣	أ
١٤	د
١٥	د
١٦	د
١٧	ج
١٨	ب
١٩	أ
٢٠	ج

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ. استخدم تعريف التكامل المحدود لإيجاد $\int_{-١}^{٢}(٢س-١)\,ىس$ ؟ (١٠ علامات)

الحل: $هـ(س)=٢س-١$ ، $س\in[-١،٢]$

$$\text{☜ } س_ر^{*}=س_ر=أ+ر\frac{ب-أ}{ن}=-١+ر\frac{-١-٢}{ن}=\boxed{-١+ر\frac{٣}{ن}}$$

$$\text{☜ } هـ(س_ر^{*})=٢\left(-١+ر\frac{٣}{ن}\right)-١=-٢+ر\frac{٦}{ن}-١=\boxed{-٣+ر\frac{٦}{ن}}$$

$$\text{☜ } م(\sigma_ن،هـ)=\frac{ب-أ}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}هـ(س_ر^{*})=\frac{-١-٢}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}\left(-٣+ر\frac{٦}{ن}\right)$$

$$=\frac{٣}{ن}\left(-٣ن+\frac{٦}{ن}\times\frac{ن(ن+١)}{٢}\right)=\frac{٣}{ن}(-٣ن+ن+٣)=\boxed{\frac{٩}{ن}}$$

$$\text{☜ } \int_{-١}^{٢}(٢س-١)\,ىس=\lim_{ن\to\infty}م(\sigma_ن،هـ)=\lim_{ن\to\infty}\frac{٩}{ن}=\boxed{٠}$$

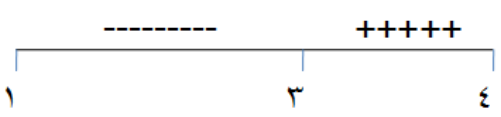
يتبع صفحة ٢...

ب. إذا كان $\text{هـ}(س) = |٢س - ٦|$، $س \in [٠، ٤]$ أجد:

١) الاقتران المكامل $ت(س)$ ٢) $\int_{١}^{٤} \text{هـ}(س)\,د س$ (١٠ علامات)

الحل:

إعادة تعريف الاقتران $\text{هـ}(س) = |٢س - ٦|$، $س \in [٠، ٤]$:



$٢س - ٦ = ٠ \Leftarrow ٢س = ٦ \Leftarrow \boxed{س = ٣}$

$$\therefore \text{هـ}(س) = \begin{cases} -٢س + ٦ & ، \ ١ \le س < ٣ \\ ٢س - ٦ & ، \ ٣ \le س \le ٤ \end{cases}$$

الاقتران المكامل $ت(س) = \int_{١}^{س} \text{هـ}(ص)\,د ص \Leftarrow ت(س) = \begin{cases} -س^{٢} + ٦س + جـ_{١} & ، \ ١ \le س < ٣ \\ س^{٢} - ٦س + جـ_{٢} & ، \ ٣ \le س \le ٤ \end{cases}$

لكن $ت(١) = ٠ \Leftarrow -١ + ٦ + جـ_{١} = ٠ \Leftarrow ٥ + جـ_{١} = ٠ \Leftarrow \boxed{جـ_{١} = -٥}$

أيضاً $ت(س)$ متصل دائماً $\lim_{س \to ٣^{+}} ت(س) = \lim_{س \to ٣^{-}} ت(س) \Leftarrow ٩ - ١٨ + جـ_{٢} = -٩ + ١٨ + ٥$

$\Leftarrow -٩ + جـ_{٢} = ٤ \Leftarrow \boxed{جـ_{٢} = ١٣}$

$$\therefore ت(س) = \begin{cases} -س^{٢} + ٦س - ٥ & ، \ ١ \le س < ٣ \\ س^{٢} - ٦س + ١٣ & ، \ ٣ \le س \le ٤ \end{cases}$$

$\int_{١}^{٤} \text{هـ}(س)\,د س = ت(٤) = (٤)^{٢} - ٦(٤) + ١٣ = ١٦ - ٢٤ + ١٣ = ٥$

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ. أجد التكاملات التالية: (١٢ علامة)

١) $\int \frac{١}{س^{٨}} (س - ١)^{٦}\,د س = \int \left(\frac{س - ١}{س}\right)^{٦} \frac{١}{س^{٢}}\,د س = \int \left(١ - \frac{١}{س}\right)^{٦} \frac{١}{س^{٢}}\,د س$

نفرض أن $ص = ١ - \frac{١}{س} \Leftarrow د ص = \frac{١}{س^{٢}} د س \Leftarrow \int = \int ص^{٦}\,د ص = \frac{ص^{٧}}{٧} + جـ = \frac{١}{٧}\left(١ - \frac{١}{س}\right)^{٧} + جـ$

٢) $\int \frac{س - ٢}{س^{٣} - س}\,د س$

$$\frac{س - ٢}{س^{٣} - س} = \frac{س - ٢}{س(س^{٢} - ١)} = \frac{س - ٢}{س(س + ١)(س - ١)} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س + ١} + \frac{جـ}{س - ١}$$

$\Leftarrow س - ٢ = أ(س + ١)(س - ١) + ب س(س - ١) + جـ س(س + ١)$

نضع $س = ٠ \Leftarrow ٠ - ٢ = أ(٠ + ١)(٠ - ١) \Leftarrow -٢ = -أ \Leftarrow \boxed{أ = ٢}$

نضع $س = -١ \Leftarrow -١ - ٢ = ب(-١)(-١ - ١) \Leftarrow -٣ = ٢ب \Leftarrow \boxed{ب = -\frac{٣}{٢}}$

نضع $س = ١ \Leftarrow ١ - ٢ = جـ(١)(١ + ١) \Leftarrow -١ = ٢جـ \Leftarrow \boxed{جـ = -\frac{١}{٢}}$

يتبع صفحة ٣...

$$\therefore \int \frac{س-٢}{س^{٣}-س}\,ﺩس = \int \frac{٢}{س}\,ﺩس + \int \frac{-\frac{٣}{٢}}{س+١}\,ﺩس + \int \frac{-\frac{١}{٢}}{س-١}\,ﺩس$$
$$= لـو_{هـ}|س| - \frac{٣}{٢}لـو_{هـ}|س+١| - \frac{١}{٢}لـو_{هـ}|س-١| + جـ$$

ب. إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ﻫ(س)$ عند أي نقطة عليه يعطى بالقاعدة $(جاس - ١)$ أجد قاعدة الاقتران $ﻫ(س)$ علماً بأنه يمر بالنقطة $(٣٠، ٠)$؟ (٨ علامات)

الحل:

$$م_{ع} = جاس - ١ \Leftarrow م_{مماس} = \frac{-١}{جاس - ١} \Leftarrow ﻫ'(س) = \frac{-١}{جاس - ١}$$

$$ﻫ(س) = \int \frac{-١}{جاس - ١}\,ﺩس \times \frac{جاس + ١}{جاس + ١} = \int \frac{-(جاس + ١)}{جا^{٢}س - ١}\,ﺩس = \int \frac{-(جاس + ١)}{-جتا^{٢}س}\,ﺩس$$

$$= \int \frac{(جاس + ١)}{جتا^{٢}س}\,ﺩس = \int \left(\frac{١}{جتا^{٢}س} + \frac{جاس}{جتا^{٢}س}\right)ﺩس = \int (قاس ظاس + قا^{٢}س)\,ﺩس = قاس + ظاس + جـ$$

لكن $ﻫ(٠) = ٣ \Leftarrow قا٠ + ظا٠ + جـ = ٣ \Leftarrow ١ + ٠ + جـ = ٣ \Leftarrow \boxed{جـ = ٢}$

$\therefore ﻫ(س) = قاس + ظاس + ٢$

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ. أجد المساحة المحصورة بين المنحنيين $ﻫ(س) = س + ٢$ ، $ﻫ(س) = \begin{cases} ٤ - س^{٢} & ، \ س \geq ٠ \\ ٤ - س & ، \ س < ٠ \end{cases}$ ؟

(١٠ علامات)

الحل:

✍ نجد نقاط التقاطع:

بين $ﻫ(س)، ﻫ(س)$ عند $س \geq ٠$:

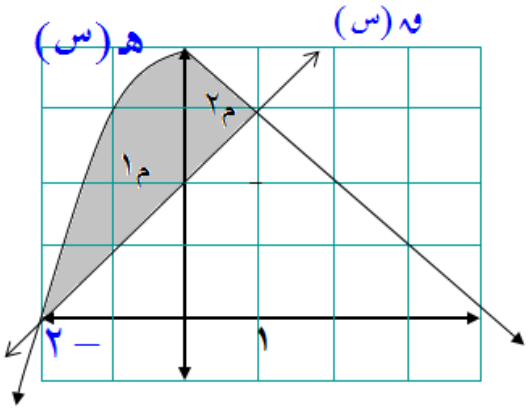
$$س + ٢ = ٤ - س^{٢} \Leftarrow س^{٢} + س - ٢ = ٠$$
$$\Leftarrow (س + ٢)(س - ١) = ٠$$

إما $\boxed{س = -٢}$ أو $س = ١$ (مرفوض)

بين $ﻫ(س)، ﻫ(س)$ عند $س < ٠$

$$س + ٢ = ٤ - س \Leftarrow ٢س = ٢ \Leftarrow \boxed{س = ١}$$

✍ نرسم:



✍ المساحة $= م_{١} + م_{٢}$

$$= \int_{-٢}^{٠} \left((٤ - س^{٢}) - (س + ٢)\right)ﺩس + \int_{٠}^{١} \left((٤ - س) - (س + ٢)\right)ﺩس$$

يتبع صفحة ٤...

$$= \int_{-٢}^{٠} (-س^٢ - س + ٢)\,ds + \int_{٠}^{١} (-٢س + ٢)\,ds$$

$$= \left[-\frac{س^٣}{٣} - \frac{س^٢}{٢} + ٢س \right]_{-٢}^{٠} + \left[-س^٢ + ٢س \right]_{٠}^{١}$$

$$= ٠ - \left(\frac{٨}{٣} - \frac{٤}{٢} - ٤ \right) + (-١ + ٢) - ٠ = -\left(٦ - \frac{٨}{٣} \right) + ١ = \frac{١٣}{٣}$$ وحدة مربعة.

ب. أثبت أن: $\left(\overline{٣ + ٤ت}\ + \overline{٣ - ٤ت} \right)^٢ = ١٦$ ؟ (٥ علامات)

الحل:

الطرف الأيمن $= \left(\overline{٣ + ٤ت}\ + \overline{٣ - ٤ت} \right)^٢$

$$= \left(\overline{٣ + ٤ت} \right)^٢ + ٢\,\overline{٣ + ٤ت}\ \overline{٣ - ٤ت} + \left(\overline{٣ - ٤ت} \right)^٢$$

$$= ٣ + ٤ت + ٢\,\overline{(٣ + ٤ت)(٣ - ٤ت)} + ٣ - ٤ت$$

$$= ٦ + ٢\,\overline{٩ + ١٦} = ٦ + ٢\,\overline{٢٥} = ٦ + ١٠ = ١٦ =$$ الطرف الأيسر.

ج. إذا كان $ع = ١ + ت$ بين أن $ع^{١٨} + \left(\overline{ع} \right)^{١٨} = ٠$ ؟ (٥ علامات)

الحل:

الطرف الأيمن $= ع^{١٨} + \left(\overline{ع} \right)^{١٨} = (١ + ت)^{١٨} + (١ - ت)^{١٨} = \left((١ + ت)^٢ \right)^٩ + \left((١ - ت)^٢ \right)^٩$

$$= (١ + ٢ت - ١)^٩ + (١ - ٢ت - ١)^٩ = (٢ت)^٩ + (-٢ت)^٩$$

$$= ٢^٩ ت^٩ - ٢^٩ ت^٩ = ٠ =$$ الطرف الأيسر

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى الطالب أن يجيب عن أحدهما فقط.

السؤال الخامس: (١٠ علامات)

أ. أجد التكامل $\int جتاس لـو(جا^٢ س - ٤)\,ds$ ؟ (٥ علامات)

الحل:

نفرض $ص = جاس \Leftarrow ds = جتاس\,ds \Leftarrow \int جتاس لـو(جا^٢ س - ٤)\,ds = \int لـو(ص^٢ - ٤)\,ds$

الآن نفرض $و = لـو(ص^٢ - ٤)$ $\qquad dع = ds$

$$ds و = \frac{٢ص}{ص^٢ - ٤}\,ds \qquad ع = ص$$

$$\Leftarrow \int لـو(ص^٢ - ٤)\,ds = ص لـو(ص^٢ - ٤) - \int \frac{٢ص^٢}{ص^٢ - ٤}\,ds$$

يتبع صفحة ٥...

الآن نجد $\int \frac{٢ص^{٢}}{ص^{٢}-٤}$ د ص بالكسور الجزئية:

$$\begin{array}{r|l} ٢ص^{٢} & ص^{٢}-٤ \\ \hline -٢ص^{٢}+٨ & ٢ \\ \hline ٨ & \end{array} \times ٢$$

$$\int \frac{٢ص^{٢}}{ص^{٢}-٤}\,د ص = \int ٢\,د ص + \int \frac{٨}{ص^{٢}-٤}\,د ص \text{ لكن } \frac{٨}{ص^{٢}-٤} = \frac{أ}{ص-٢} + \frac{ب}{ص+٢}$$

$$\Leftarrow ٨ = أ(ص+٢) + ب(ص-٢) \text{ ومنها } \boxed{أ = ٢}، \boxed{ب = -٢}$$

$$\therefore \int \frac{٢ص^{٢}}{ص^{٢}-٤}\,د ص = \int ٢\,د ص + \int \frac{٢}{ص-٢}\,د ص + \int \frac{-٢}{ص+٢}\,د ص = ٢ص + ٢لـو_{هـ}|ص-٢| - ٢لـو_{هـ}|ص+٢| + جـ$$

$$\therefore \int لـو(ص^{٢}-٤)\,د ص = ص لـو(ص^{٢}-٤) - ٢ص - ٢لـو_{هـ}|ص-٢| + ٢لـو_{هـ}|ص+٢| + جـ$$

$$= جاس لـو(جا^{٢}س - ٤) - ٢جاس - ٢لـو_{هـ}|جاس-٢| + ٢لـو_{هـ}|جاس+٢| + جـ$$

ب. إذا كان $ه'(س)جاس - ه(س)جتاس = ٠$ ، أجد قاعدة الاقتران $ه(س)$ إذا علمت أن $ه(\frac{\pi}{٢}) = \sqrt{٢}$.
$ه(س) > ٠$؟ (٥ علامات)

الحل:

$$ه'(س)جاس = ه(س)جتاس \Leftarrow \frac{ه'(س)}{ه(س)} = \frac{جتاس}{جاس} \Leftarrow \int \frac{ه'(س)}{ه(س)}\,د س = \int \frac{جتاس}{جاس}\,د س$$

$$\Leftarrow لـو_{هـ}|ه(س)| = لـو_{هـ}|جاس| + جـ$$

بتعويض النقطة $ه(\frac{\pi}{٢}) = \sqrt{٢} \Leftarrow لـو_{هـ}\sqrt{٢} = لـو_{هـ}١ + جـ \Leftarrow جـ = لـو_{هـ}\sqrt{٢}$

$$\Leftarrow لـو_{هـ}|ه(س)| = لـو_{هـ}|جاس| + لـو_{هـ}\sqrt{٢} \Leftarrow لـو_{هـ}|ه(س)| = لـو_{هـ}\sqrt{٢}|جاس|$$

$$\therefore ه(س) = \sqrt{٢} \times |جاس|$$

السؤال السادس: (١٠ علامات)

أ. بين أن الاقتران $ه(س) = \frac{جا^{٢}س}{جتاس - ١}$ قابل للتكامل في الفترة $[٠، ٢\pi]$ ؟ (٤ علامات)

الحل:

نجد أصفار المقام: $جتاس - ١ = ٠ \Leftarrow جتاس = ١ \Leftarrow \boxed{س = ٠}، \boxed{س = ٢\pi}$

$$\Leftarrow \frac{جا^{٢}س}{جتاس-١} = \frac{١-جتا^{٢}س}{جتاس-١} = \frac{(١+جتاس)(١-جتاس)}{جتاس-١} = -١-جتاس$$

يتبع صفحة ٦...

نفرض الاقتران $هـ(س) = -١ - جتاس$، $\forall س \in [٠، ٢\pi]$

$هـ(س)$ متصل على $[٠، ٢\pi]$ لأنه طرح متصلين $\Leftarrow$ $هـ(س)$ قابل للتكامل على $[٠، ٢\pi]$.

لكن $و(س) = هـ(س)$ $\forall س \in [٠، ٢\pi] - \{٠، ٢\pi\}$

$\therefore$ $و(س)$ قابل للتكامل على $[٠، ٢\pi]$.

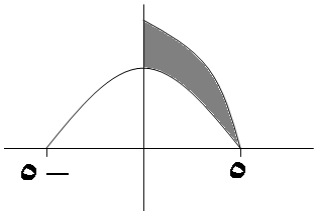
ب. أجد حجم الجسم الناشئ عن دوران المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين المنحنيات

$ص = \sqrt{٢٥ - س^٢}$ ومنحنى $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$ والمستقيم $س = ٠$ حول محور السينات دورة كاملة؟

(٦ علامات)

الحل:

نجد نقاط تقاطع المنحنين:



$ص^٢ = ٢٥ - س^٢$

$ص^٢ = ١٦ \times \left(١ - \frac{س^٢}{٢٥}\right)$

$\Leftarrow ٢٥ - س^٢ = ١٦ - \frac{١٦ س^٢}{٢٥} \Leftarrow \boxed{س = ٥}$

$ع = \pi \int_{٠}^{٥} \left[(٢٥ - س^٢) - \left(١٦ - \frac{١٦ س^٢}{٢٥}\right)\right] ٤س = \pi \int_{٠}^{٥} \left[٩ - \frac{٩ س^٢}{٢٥}\right] ٤س$

$\leftarrow ع = \pi \left[٤٥ - \frac{٩ س^٣}{٧٥}\right|_{٠}^{٥} = \pi[٤٥ - ١٥] = ٣٠\pi$ وحدة حجم

انتهت الأجوبة

This document was created with the Win2PDF “print to PDF” printer available at
http://www.win2pdf.com

This version of Win2PDF 10 is for evaluation and non-commercial use only.

This page will not be added after purchasing Win2PDF.

http://www.win2pdf.com/purchase/

بسم الله الرحمن الرحيم

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مديرية التربية والتعليم / جنوب الخليل
الاختبار الموحد
الفرع العلمي / الورقة الثانية

State of Palestine
دولة فلسطين

مجموع العلامات (١٠٠)

المبحث : الرياضيات

الصف: الثاني الثانوي العلمي
التاريخ: ١٤\ ١ \ ٢٠٢٠م
الزمن: ساعتين ونصف فقط

ملاحظة هامة :"في ضوء المستجدات بحذف بعض المواضيع تم وضع إشارة (***)بجانب الفرع المحذوف"

القسم الأول " يحتوي هذا القسم على أربعة أسئلة وعلى الطالب ان يجيب عنها جميعا

السؤال الأول : ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يلي : (٣٠ علامة)

١) في التجزئة المنتظمة للفترة[-٢ ، ٨] اذا كان العنصر التاسع يزيد عن العنصر السابع بمقدار (١) فان عدد عناصر التجزئة يساوي

أ) ٢٠ ب) ٢١ ج) ٣٠ د) ٣١

٢) (***)اذا كان $\int_{٢}^{٣} ه(س)\,د س = ٦$ ، $\int_{٢}^{٧} (٤+ه(س))\,د س = ٣٠$ فان قيمة $\int_{٣}^{٧} ٢ه(س)\,د س =$

أ) ٨ ب) ١٦ ج) ٦٠ د) ١٢

٣) (***) اذا كان ق(س) = س لـو$_{ه}$ س فان $\int_{\frac{١}{٢}}^{\frac{١}{ه}} ه^{س}(س)\,د س =$

أ) ٠ ب) -١ ج) ١ د) هـ

٤) (***) اذا كان ق(س) متصل على ح وكان $\int_{١}^{٣} ٢ه(س)\,د س = ٩$ فان قيمة $\int_{٠}^{٢} (ه(س+١) - ٣س + ٥)\,د س =$

أ) ٧ ب) ٨,٥ ج) -٦,٥ د) -٢,٥

٥) (***)اذا كان $س = \int_{١}^{هـ} لـو_{س} س\,د س + \int_{١}^{هـ} (لـو_{س})^{٢} س\,د س$ وكان $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = هـ$ عندما (س=١) فان ا =

أ) ٠ ب) ١ ج) ٣ د) هـ

٦) (***)اذا علمت ان س(٣ + ٢ت) + ص(٢ – ٢ت)= ١+ ٤ت،، فان قيمة س، ص على الترتيب تساوي

أ) -١، ١ ب) -١ ، ٠ ج) ١،٠ د) ١ ،-١

٧) $\int \frac{٢}{١+جتا٢س}$ دس =

أ) قاس +جـ ب) ظاس + جـ ج) - قتاس +جـ د) – ظتاس +جـ

٨) (***) اذا كان م(س) ، هـ(س) اقترانين اصليين للاقتران ق(س) وكان

$\int_{-١}^{٢} م(س)$ دس $+ \int_{٢}^{-١} هـ(س)$ دس $= ٦$ فان $\int_{٠}^{٣} (م(س) - هـ(س))$ س^{٢} دس =

أ) -٢٧ ب) ١٨- ج) ١٨ د) ٢٧

٩) (***) اذا كانت (أ) موجبة وكان $\int_{أ٢+٢}^{٤أ+٣} ٨$ دس $= ٥٦$ فان قيمة أ =

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٤ د) ٨

١٠) (***) اذا كان $\int_{٠}^{١} (هـ^{س} - قا^{٢}س)$ دس $= أ$ ، $\int_{٠}^{١} ظا^{٢}س$ دس $= ب$ فان قيمة (أ + ب) =

أ) هـ-٢ ب) هـ+٢ ج) هـ د) - هـ

١١) (***) اذا كان ت(س) $= \int_{-١}^{س} (أ + هـ^{س})$ دس وكان ت$'$(٠) = - ١ فان قيمة أ=

أ) هـ ب) ٢ ج) -٢ د) – هـ

١٢) اذا كان $\int$ ق(س)دس = جا^{٢}س + ظاس + جـ ،،، فان قيمة ق$'$$(\frac{\pi}{٤})$ =

أ) -٢ ب) - ٤ ج) ١ د) ٢

١٣) قيمة $\int \frac{٥}{هـ^{٥س-١}}$ دس =

أ) $\frac{٢٥}{هـ^{٥س-١}} + جـ$ ب) $\frac{-١}{هـ^{٥س+١}} + جـ$

ج) $\frac{-١}{هـ^{٥س-١}} + جـ$ د) $\frac{-١}{-هـ^{٥س+١}} + جـ$

١٤) اذا كان ق(س) متصلا على الفترة [١ ، ٣] ، $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة لها بحيث

$$م_{\sigma_{ن}}(\text{ق}_{ن}) = ٢ - \frac{٥ - ٣ن}{٢ن} \text{ فان } \int_{١}^{٣} \text{ق}(س)\,ds =$$

أ) ٤ ب) ٧ ج) -٧ د) – ٤

١٥) اذا كانت $\sigma_{٢٤}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، ب] وكان $\sum_{ر=١}^{٢٤} (س_{ر-١} - س_{ر}) = -١٢$ فان ب =

أ) ١٢ ب) ١٤ ج) ٢٤ د) ٢٦

١٦) (***) اذا كان $\int_{١}^{٤} [س + ن]\,ds = ١٢$ قيمة الثابت (ن ∈ ص) تساوي

أ) ٤ ب) ١٥ ج) ٢ د) ١

١٧) (***) قيمة $\int_{\frac{\pi}{٦}}^{\frac{\pi}{٣}} \frac{٣ + ٣ظتا^{٢}س}{ظتاس}\,ds =$

أ) -٣ لـو٣ ب) لـو٣ ج) ٣ لـو٣ د) - لـو٣

١٨) (***) النظير الضربي (ع$^{-١}$) للعدد المركب ع= ٣+ ٤ت يساوي

أ) ٣ – ٤ ت ب) ٤ + ٣ت ج) $\frac{٣}{٥} - \frac{٤}{٥}$ت د) $\frac{٣}{٢٥} - \frac{٤}{٢٥}$ت

١٩) (***) اذا كان $\int_{٠}^{٣} ن(س+١)^{ن-١}\,ds = ١٥$ ، فان قيمة ن تساوي

أ) ٨ ب) ٦ ج) ٤ د) ٢

٢٠) (***)اذا كان ق (س) اقترانا معرفا على الفترة [٠ ، ٣] وكان ق(س) ≤ س لنفس الفترة فان اكبر قيمة للمقدار $\int_{٠}^{٣} (٢ - ٢ق(س))\,ds =$

أ) ١٢ ب) ٣ ج) -٣ د) ١٥

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد قيمة $\int_{\cdot}^{٣} (٥ - ٣س)\, ٤س$ (٨علامات)

ب) اذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عند أي نقطة مثل (س، ص) يساوي مربع الاحداثي السيني لهذه النقطة جد قاعدة الاقتران ق(س) علما أنه يمر بالنقطة (-١ ، ٣). (٥ علامات)

جـ) (***) اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين ٤ص= س^{٢} + ٨ ، س + ص =٥ والمحورين الاحداثيين (٧ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) (***) اذا كان ت(س) $= \begin{cases} ٢س^{٢} + ٢ب س & ، \quad ٠ \geq س \geq ٢ \\ ٤ - أس^{٢} & ، \quad ٢ < س \geq ٥ \end{cases}$

للاقتران ق(س) المتصل في الفترة [٠ ، ٥] فاوجد قيمة أ ، ب (٧ علامات)

ب) (***) احسب قيمة $\left(\frac{\sqrt{٣} - ت}{\sqrt{٣} ت + ١} \right)^{٧}$ (٦ علامات)

ج) (***) أستخدم التكامل المحدود في إيجاد حجم الجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين ق(س)= ٢س ،، هـ(س)= س^{٢} دورة كامله حول محور السينات . (٧ علامات)

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) اوجد التكاملات التالية

١) $\int (س - ١)^{٣} (س^{٢} - ٢س + ٥)^{٧}\, ٤س$ (٦ علامات)

٢) $\int ظا^{٢} س\, ٤س$ (٦علامات)

ب) تحركت نقطة مادية بحيث ان سرعتها في اللحظة ن هي ع(ن) $= \frac{١}{١ + ٣ن + ٢ن^{٢}}$ جد المسافة علما بان النقطة المادية كانت عند نقطة الأصل في بداية الحركة حيث ن الزمن بالثواني وف المسافة بالأمتار. (٨ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين وعلى المشترك ان يجيب عن احد السؤالين

السؤال الخامس (١٠ علامات)

ا) (***) اذا كان $\int_{١}^{} س^{٤} لـو_{هـ} س \, ءس = \frac{١}{٢٥}(٤هـ^{٥} + ١)$ فاوجد قيمة $\int_{١}^{} س^{٤} \left(لـو_{هـ} س\right)^{٢} \, ءس$ (٥ علامات)

ب) (***) اذا كانت $ن \in ص^{+}$ ما هي مجموعة قيم ن التي تجعل المساواة

$$\int_{-١}^{١} س^{ن} \, ءس = ٢ \int_{٠}^{١} س^{ن} \, ءس$$ صحيحة دائما (٥ علامات)

السؤال السادس : (١٠ علامات)

ا) (***) اذا كان $\frac{٣٠ - ٢س}{قا(س)} > ٠$ على $]١ ، ٩[$ ، بين أن $\int_{٣}^{١} ٢س \, قا(س^{٢}) \, ءس > ٠$ (٥ علامات)

ب) (***) اذا كان ع ∈ ك وكان $(ع)^{٢} - ع = ٠$ اوجد ع (٥ علامات)

انتهت الأسئلة

عندي قناعة تامة ومطلقة أن الله يسرني لكم لخدمتكم ويسركم لي بالدعاء ليرزقني من خلالكم ..فأنا احسن الظن ب الله في كل شي حتى في التعامل معكم او الدعاء لكم او خدمتكم

فلا تبخلو علي بالدعاء في جميع اوقاتكم

إجابة السؤال الأول

رقم الفقرة	رمز الجواب	الجواب
١	أ	٢٠
٢	أ	٨
٣	جـ	١
٤	ب	8.5
٥	ب	١
٦	د	١،-١
٧	ب	ظاس +جـ
٨	جـ	١٨
٩	ب	٣
١٠	أ	هـ - ٢
١١	جـ	- ٢
١٢	ب	- ٤
١٣	جـ	$\frac{-١}{هـ^{٥س-١}}$ + جـ
١٤	جـ	-٧
١٥	ب	١٤
١٦	جـ	٢
١٧	جـ	٣لـو ٣
١٨	د	$\frac{٣}{٢٥} - \frac{٤}{٢٥}$ ت
١٩	د	٢
٢٠	جـ	-٣

أجابات الورقة الثانية لمادة الرياضيات
للصف الثاني العلمي لعام ٢٠٢٠

س٥ / ٥٠ تعريف $\int_{1}^{3}(5-3x)\,dx$

$f(x)=5-3x$ ، $x\in[1,3]$ ، $x_r=x^*$

$\Delta x=\frac{b-a}{n}=\frac{3-1}{n}=\frac{2}{n}$ $\Leftarrow$ $x^*=a+r\Delta x=1+\frac{2r}{n}$

$f(x^*)=5-3\left(1+\frac{2r}{n}\right)$

$=5-3-\frac{6r}{n}$

$=2-\frac{6r}{n}$

$\int_{1}^{3}f(x)\,dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}f(x^*)\Delta x=\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\left[2-\frac{6r}{n}\right]\frac{2}{n}$

$=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{4}{n}-\frac{12}{n^2}\sum_{r=1}^{n}r\right]=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{4}{n}-\frac{12}{n^2}\cdot\frac{n^2+n}{2}\right]$

$=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{4}{n}-6-\frac{6}{n}\right]=-6$

$\int_{1}^{3}(5-3x)\,dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}f(x_r)\Delta x=\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n}\left(2-\frac{6r}{n}\right)\frac{2}{n}$

$=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{n}-\frac{12}{n^2}\sum_{r=1}^{n}r\right)$

$=-6$ ■

ج) ب)

$\frac{ص}{س} = \frac{-1}{ك}$ ⇐ $ص = -1$ ⇐ $\frac{ص}{س} = -1$ ⇐ $م_{ا} \times م_{ع} = -1$

$\frac{-1}{ك}$ ⇐ $ص = \frac{-1}{ك}$ ⇐ $\frac{ص}{س} = \frac{-1}{ك}$ ∴

$ق(س) = \int \frac{-1}{ك} دس = \int -س^{-2} دس = \frac{-1}{-1} س^{-1} + ث$

$ق(س) = \frac{1}{س} + ث$ ولكن $ق(-1) = 3$ ⇐ $ث = 4$

∴ $ق(س) = \frac{1}{س} + 4$.

39. ج)

$ص = ك س^2 + (8 ك + 2) س + 5 = 0$

$ص' = ص$

$2 ك س + 8 ك + 2 = 5 - س$

$ك س^2 + 8 ك = 3 - س$

$ك س^2 + 4 س - 12 ك = 0$

$(س + 6)(س - 2) = 0$

$س = 2, -6$

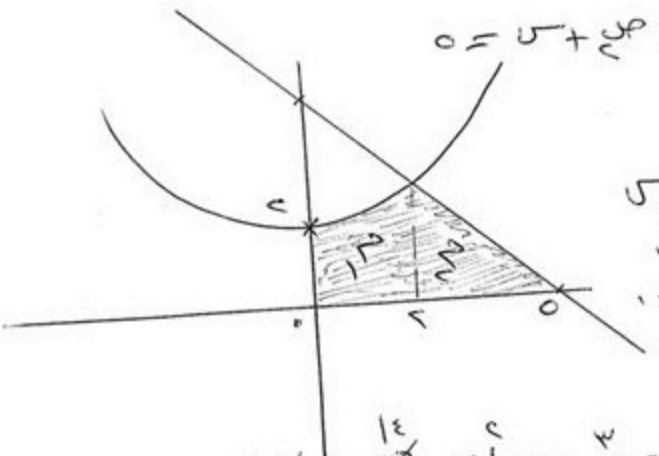
$\therefore م = م_1 + م_2$

$م_1 = \int_0^2 (ك س^2 + 4 س - 12 ك) دس = \frac{ك}{3} س^3 + 2 س^2 - 12 ك س$ وحدة مساحة $\frac{14}{3}$

$م_2 = \int_2^5 (5 - س) دس = 5 س - \frac{1}{2} س^2 = (25 - \frac{25}{2}) - (10 - 2)$

$م = م_1 + م_2 = \frac{14}{3} + \frac{9}{2} = \frac{55}{6}$ وحدة مساحة

$= 8 - \frac{25}{2} = \frac{9}{2}$ وحدة مساحة



س٣ (أ): $د(س) = \begin{cases} ٢س^٢ + ٢ب س &، ٠ \leq س \leq ٢ \\ م س^٢ - ٤ &، ٢ < س \leq ٥ \end{cases}$

∵ د(س) متصلة

$\lim_{س \to ٢^-} (٢س^٢ + ٢ب س) = \lim_{س \to ٢^+} (م س^٢ - ٤)$

$٨ + ٤ب = ٤م - ٤$

$٤ب - ٤م = -١٢ \quad —— (١)$

$د(س) = د'(س) = \begin{cases} ٤س + ٢ب &، ٠ < س < ٢ \\ ٢م س &، ٢ < س < ٥ \end{cases}$

∵ د(س) متصلة

$\lim_{س \to ٢^-} د(س) = \lim_{س \to ٢^+} د(س) \Leftarrow \lim_{س \to ٢^-} (٤س + ٢ب) = \lim_{س \to ٢^+} ٢م س$

$٨ + ٢ب = ٤م$

$٢ب - ٤م = -٨ \quad —— (٢)$

بحل المعادلتين

$٢ب - ٤م = -٨$

$٤ب - ٤م = -١٢$

∴ ب = −٢ ، م = ١

س٣ (ب)

$\left(\frac{ت - \sqrt{٣}}{\sqrt{٣}ت + ١}\right)^٧ = \left(\frac{ت - \sqrt{٣}}{\sqrt{٣}ت + ١} \times \frac{١ - \sqrt{٣}ت}{١ - \sqrt{٣}ت}\right)^٧$

$= \left(\frac{(ت - \sqrt{٣})(١ - \sqrt{٣}ت)}{٤}\right)^٧ = \left(\frac{ت(-١ - ٣) + (\sqrt{٣} - \sqrt{٣})}{٤}\right)^٧$

$= \left(\frac{-٤ت}{٤}\right)^٧ = (-ت)^٧ = ت$

س ۳. اوجد الحجم المولد بدوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = x^2$ و $y = 2x$ حول المحور x.

نقاط التقاطع: $x^2 = 2x \Rightarrow x = 0, 2$

$$V = \pi \int_0^2 \left[(2x)^2 - (x^2)^2\right] dx$$

$$= \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4)\, dx$$

$$= \pi \left[\frac{4x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right]_0^2 = \pi \left[\frac{32}{3} - \frac{32}{5}\right]$$

$$= \pi \left[\frac{160 - 96}{15}\right] = \frac{64\pi}{15}$$ وحدة حجم مكعبة

س ٤. $\int (x-1)^3 (x^2 - 2x + 5)^2 \, dx$

$u = x^2 - 2x + 5$

$du = (2x - 2)\, dx$

$du = 2(x-1)\, dx$

$dx = \frac{du}{2(x-1)}$

ولكن $u = x^2 - 2x + 1 + 4$

$u - 4 = (x-1)^2$

$$\int (x-1)^3 u^2 \frac{du}{2(x-1)}$$

$$= \frac{1}{2} \int (x-1)^2 u^2 \, du$$

$$= \frac{1}{2} \int (u - 4) u^2 \, du = \frac{1}{2} \int u^3 - 4u^2 \, du$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{u^4}{4} - \frac{4u^3}{3}\right] + c = \frac{u^4}{8} - \frac{2u^3}{3} + c$$

$$= \frac{(x^2 - 2x + 5)^4}{8} - \frac{2(x^2 - 2x + 5)^3}{3} + c$$

(٤)

س ٤

∫ س ظا² س دس

باستخدام طريقة الأجزاء

و = س ⇐ دو = دس

دھ = ظا² س دس

ھ = ∫ ظا² س − ١ دس

ھ = ظا س − س

∫ س ظا² س دس = و . ھ − ∫ ھ . دو

= س (ظا س − س) − ∫ (ظا س − س) دس

= س ظا س − ½ س² − ∫ (جتا س / جتا س − س) دس

= س ظا س − ½ س² + لو |جتا س| + ½ س² + ح

= س ظا س + لو |جتا س| + ح

س ٥

ع(ن) = ط ن / ن س ن = ١ / ن² + ٣ن + ١

ط ن = ∑ ٤ / ن² + ٣ن + ١ = ∑ ٣ / ن + ١ + ب / ن + ١ س ن

ومن

١ = ٣ (ن + ١) + ب (ن + ١)

عند ن = −١

١ = ٠ + ب ⇐ ب = −١

عند ن = −½

١ = ٣/٢ + ٠ ⇐ ٣ = ٢

∴ ط ن = ∑ ٣ / ن + ١ − ١ / ن + ١ س ن

= ٣ لو |ن + ١| − لو |ن + ٢| + ح

عندما النقطة تنتمي للمنحنى

(٠ ، ١) في معادلة المنحنى

⇐ ح = ٠

ف = لو |ن + ١| − لو |ن + ٢| + ح

القسم الثاني:

س ٣. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x \cos^2 x \, dx = \frac{1}{32}\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (1+\cos 4x)(1-\cos 2x) \, dx$

او جد $\int \sin^4 x \cos^2 x \, dx =$

باستخدام الاجزاء.

$u = \cos x \sin^3 x$ $\quad dv = \sin x \, dx$

$du = \cos^2 x \cdot 3\sin^2 x - \sin^4 x \, dx$ $\quad v = -\cos x$

$\int \sin^4 x \cos^2 x \, dx = -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos x \sin^3 x (3\cos^2 x - \sin^2 x) \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx - \int \sin^5 x \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx - \int \sin^4 x \sin x \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx - \int (1-\cos^2 x)^2 \sin x \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx - \int (1-2\cos^2 x + \cos^4 x) \sin x \, dx$

$= -\cos^2 x \sin^3 x + \int \cos^2 x \sin^3 x \, dx + \int (2\cos^2 x - \cos^4 x) \sin x \, dx$

$\frac{1}{16}(7\cos 4x - 4) = \frac{1}{128} - \frac{7}{128}\cos 4x$

$\int_0^1 س^ن \, دس = \frac{1}{ن+1} \int_0^1 س^{ن+1} \, دس = \frac{1}{ن+1} \left[\frac{س^{ن+1}}{ن+1} \right]_0^1 = \frac{1}{ن+1} \left(\frac{1}{ن+1} - 0 \right) = \frac{1}{(ن+1)^2}$

$\frac{1}{(ن+1)^2} = \frac{1}{4}$ حيث ن = ؟

$(ن+1)^2 = 4$

$ن+1 = \pm 2$

$ن = 1$ أو $ن = -3$ (مرفوض)

س٥٦ : إذا كان $ق(س) = س^3 - 3س + 2$ ، $س \in [0,1]$ بين أن $\int_0^1 ق(س) \, دس > 0$

بين أن $\int_0^3 ق(س) \, دس > 0$

$\Leftarrow \int_1^3 ق(س) \, دس > 0$ بقلب الحدود وتغير الإشارة

نجد أصفار $ق(س) = س^3 - 3س + 2 = 0$

$(س-1)(س^2+س-2) = 0$

$(س-1)(س-1)(س+2) = 0$

$س = 1$ أو $س = -2$

$-\infty$		-2		1		$+\infty$
	+	0	−	0	+	

$\Leftarrow$ على $[1,3] \subset [0,1]$ ، $ق(س) > 0$

$\Leftarrow$ حسب خاصية المقارنة $\int_1^3 ق(س) \, دس > 0$

ولكن $\int_1^3 ق(س) \, دس$ نفرض أن $ص = س - 2$

$دص = دس$

$س = 1 \Rightarrow ص = -1$
$س = 3 \Rightarrow ص = 1$

$\therefore \int_{-1}^1 ق(ص) \, دص = \int_1^3 ق(س) \, دس > 0$

$\therefore \int_1^3 ق(س) \, دس > 0$

س ٥٠ نفرض أن ع = س + ص ت ⇐ $\bar{ع}$ = س − ص ت

$(ع)^2 = (س - ص ت)^2 = (س^2 - ص^2) - (2 س ص) ت$

$(\bar{ع})^2 - ع = 0 \Leftarrow (س^2 - ص^2) - (2 س ص) ت - (س + ص ت) = 0$

$(س^2 - ص^2) - (2 س ص) ت = س + ص ت$

$س^2 - ص^2 = س$ ، $2 س ص = ص$

$2 س ص + ص = 0$

$ص (2 س + 1) = 0$

إما $ص = 0$ أو $س = -\frac{1}{2}$

بالتعويض عند $ص = 0$ في المعادلة (1) $\Leftarrow س^2 = س$

إما $س = 0$ أو $س = 1$

$ع = 0 + 0 ت$ أو $ع = 1 + 0 ت \Leftarrow ع = 0$ أو $ع = 1$

بالتعويض عند $س = -\frac{1}{2}$ في المعادلة رقم (1) $\Leftarrow (-\frac{1}{2})^2 - ص^2 = -\frac{1}{4}$

$ص^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \Leftarrow ص^2 = \frac{3}{4} \Leftarrow ص = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

$ع = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} ت$ أو $ع = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} ت$

مجموعة الحل =

$$\left\{ 0 \, ، \, 1 \, ، \, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} ت \, ، \, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} ت \right\}$$

بسم الله الرحمن الرحيم

الاختبار الذاتي للفصل الدراسي الثاني لعام ٢٠١٩/٢٠٢٠ م

دولـة فلســـطين — للصف : الثاني الثانوي (العلمي) — المبحث : الرياضيات

وزارة التربية والتعليم — اليوم والتاريخ : الثلاثاء ٢١ / ٤ / ٢٠٢٠م

مديرية التربية والتعليم – جنوب نابلس — مجموع العلامات (١٠٠) علامة — مدة الامتحان : ساعتان ونصف.

ملاحظة : عدد أسئلة الورقة (ستة) أسئلة ، أجب عن (خمسة) منها فقط .

القسم الأول : يتكون هذا القسم من أربعة أسئلة ، وعلى الطالب أن يجيب عنها جميعاً .

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة ، ثم ضع إشارة (×) في المكان المخصص في دفتر الإجابة : (٣٠ علامة)

١) ما قيمة $\int (\text{جاس} + \text{جتاس})^2 \, \text{د}س$ ؟

أ) $س + \frac{1}{2}$ جتا٢س + جـ ب) $س + \frac{1}{2}$ جا٢س + جـ ج) $س - \text{جا}^2 س + جـ$ د) $س - \text{جتا}^2 س + جـ$

٢) إذا كان $ن(س) = س \, \text{لـو} \, س$ ، فما قيمة $\int ق''(س) \, \text{د}س$ ؟

أ) $س \, \text{لـو}_{هـ} \, س$ ب) $س \, \text{لـو}_{هـ} \, س + جـ$ ج) $س \, \text{لـو}_{هـ} \, س - س + جـ$ د) $\text{لـو}_{هـ} \, س + جـ$

٣) إذا كان $ق(س)$ ، $هـ(س)$ اقترانين أصليين للاقتران $ن(س)$ بحيث $ق(س) = س^2 + ٤س + ٢$ ، $هـ(١) = ٣$ ، فما قيمة $\int (ق(س) - هـ(س)) \, \text{د}س$ ؟

أ) ٢س+ جـ ب) ٤ س+جـ ج) ٦ س+جـ د) ٨ س+ جـ

٤) ليكن ق(س) = ٢س + ١ ، $س \in [-٢ ، ٤]$ ، وكانت $\sigma_٣ = \{-٢ ، ٠ ، ٣ ، ٤\}$ تجزئة لهذه الفترة ، بحيث $س_ر^* = س_ر$ ، فما قيمة م ($\sigma_٣$ ، ق) ؟

أ) ٤ ب) ١٠ ج) ٣٢ د) ٣٤

٥) إذا كان ق(س) = ٥ معرفاً في الفترة $[-١ ، ٣]$ ،وكانت $\sigma_ن$ تجزئة منتظمة لنفس الفترة ، فما قيمة $\text{نهـا}_{ن \to \infty} ق(\sigma_ن ، ن)$

أ) ٥ ب) ٤ ج) صفر د) ٢٠

٦) ما قيمة $\int \frac{ق'(\text{لـو}_{هـ} \, س)}{س} \, \text{د}س$

أ) $\text{لـو}_{هـ} \, س + جـ$ ب) $ق(\text{لـو}_{هـ} \, س) + جـ$ ج) $\frac{\text{لـو}_{هـ} \, س}{س^2} + جـ$ د) $\frac{\text{لـو}_{هـ} \, س}{س} + جـ$

٧) قذفت كرة رأسيا للأعلى بسرعة ابتدائية قدرها ٦٤ قدم/ث من قمة برج ، فكان أقصى ارتفاع عن سطح الأرض تصله الكرة يساوي ١٠٠ قدم ، ما ارتفاع البرج علماً بأن تسارع الكرة يساوي -٣٢ قدم/ث^2 ؟

أ) ٦٤ قدم ب) ٤٨ قدم ج) ٣٦ قدم د) ٣٠ $\frac{٨}{٣}$ قدم

٨) اذا كان $\int_{١}^{٢} ق(س) \, \text{د}س = \frac{١١}{٢}$ ، و كان م ($\sigma_ن$ ، ق) = $\frac{أ ن^2 + ٣ن}{٢ن^2 + ١}$ على الفترة [١ ، ٢] ، فما قيمة الثابت أ؟

أ) ٩ ب) ١٠ ج) ١١ د) ١٢ $\frac{٨}{٣}$

٩) اذا كان $ق'(س) = ٢ - ٣\sqrt{س}$ ، احسب متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٤]

أ) $\frac{-٨}{٣}$ ب) $\frac{٨}{٣}$ ج) ٦ د) - ٣

يتبع ص / ٢

١٠) ما ناتج $\int \frac{٦}{س^{٢}+٢س+١}$ ؤس

أ) $\frac{-٦}{س+١}+$ جـ ب) ٦لـو$_{هـ}|س+١|+$ جـ ج) ٣ لـو$_{هـ}\left|\frac{س+١}{س-١}\right|+$ جـ د) ٦لـو$_{هـ}|س^{٢}+٢س+١|+$ جـ

١١) إذا كانت $\sigma_{٨}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ١٥] وكانت الفترة الجزئية الخامسة هي [٧ ، ب] ،فما قيم أ، ب على الترتيب ؟

أ) ١ ، ٩ ب) ١ ، ١٠ ج) -١ ، ٩ د) -١ ، ١٠

١٢) إذا كان $\int \frac{س^{٢}+س}{س+٤}$ ؤس = أ ، $\int \frac{٤-٢س}{س+٤}$ ؤس = ب ، فما قيمة أ – ب ؟

أ) س +١ ب) $\frac{س^{٢}}{٢}+س+$ جـ ج) س - ١ د) $\frac{س^{٢}}{٢}-س+$ جـ

١٣) ما قيمة $\int \frac{س+١}{س^{٣}+س^{٢}}$ ؤس ؟

أ) لـو$_{هـ}|س|+$ جـ ب) $-س^{-١}+$ جـ ج) $\frac{١}{س}+$ جـ د) $\frac{١}{س^{٢}}+$ جـ

١٤) اذا كانت $\sigma_{٩}$ = {١ ، ٠٠٠٠ ، ١٧ ، ١٩ ، ٠٠٠٠ ، ٩٩} تجزئة منتظمة للفترة [١ ، ٩٩] ، فإن العنصر الخمسين هو :

أ) ١٧ ب) ٩٩ ج) ٩٧ د) ١٩

١٥) اذا كان ق(س) = $\int (٣س^{٢}-٢)$ ؤس ، و كان ق(٢) = ٩ ، فما قيمة ق(-٢) ؟

أ) - ١ ب) - ٩ ج) ٤ د) ١

١٦) إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عند أي نقطة عليه يساوي $هـ^{-س}$ ، فما قاعدة الاقتران ق(س) الذي يمر منحناه بالنقطة (٠ ، ٣) ؟

أ) $هـ^{س}+٢$ ب) $-هـ^{س}+٤$ ج) $هـ^{-س}+٢$ د) $-هـ^{-س}+٤$

١٧) إذا كان $س^{٢}+$ $\int_{١}^{٣}$ قَ(س) ؤس = $\int_{١}^{٣}$ ٤س ؤس ، فما قيمة قَ(٣) ؟

أ) -٦ ب) ٦ ج) ١٠ د) -١٠

١٨) ما قيمة $\int$ قتا^{٤}س ظتاس ؤس

أ) $-\frac{١}{٥}$ قتا^{٥}س+جـ ب) $-\frac{١}{٤}$ قتا^{٤}س+جـ ج) $-\frac{١}{٣}$ قتا^{٣}س+جـ د) $\frac{١}{٣}$ قتا^{٣}س+جـ

١٩) إذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على مجاله ، وكان $\int$ (ظا^{٢}س – قا^{٢}س). ق(س) ؤس = $س^{٢}+$جـ ،

فما قيمة $\int$ قَ(س) ؤس ؟

أ) $س^{٢}+$ جـ ب) ٢ س + جـ ج) -٢ س + جـ د) $-س^{٢}+$ جـ

٢٠) اذا كان م(س) اقتراناً أصلياً للاقتران ق(س) ، و كان $\int$ قَ(س) ؤس = ٦ س – ٣ ، و كان ق(٠) = ٢

جد قيمة م(٤) - م(٢)

أ) -٢٥ ب) ٢٥ ج) ٤٠ د) ٤٢

يتبع ص / ٣

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) استخدم تعريف التكامل المحدود لإيجاد $\int_{-١}^{٢} (٥ - ٢س) \, ىس$ (١٠ علامات)

ب) اذا كان المستقيم ص = س + ٢ يمس منحنى الاقتران ق(س) عند س = ٠ ، و كان $ق''(س) = ٦ س$
جد قاعدة ق(س) (١٠ علامات)

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) جد التكاملات الآتية : ١. $\int \frac{٦ قاس ظاس}{٨ - ظا^{٢}س} \, ىس$ ٢. $\int (س^{٤} - س)^{٨} \, ىس$ (١٤ علامة)

ب) إذا كان $\int (ق'(س) + ٢) \, دس = ٢س^{٣} - ب س$ ، وكان ق(٢) - ق(١) = ٧ ، فجد $ق'(-١)$ ؟ (٦علامات)

السؤال الرابع: (٢٠ علامة)

أ) بيّن أن الاقتران $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٥س + ٦}{س - ٢}$ قابل للتكامل في الفترة $[-٣ ، ٣]$ (١٠ علامات)

ب) إذا كان $\int س ظا^{٢}س \, ىس = س ظاس - س^{٢} - \int ع \, ىن$ ، فما قيمة $ع \, ىن$ ؟ (١٠ علامات)

القسم الثاني : يتكون هذا القسم من سؤالين ، وعلى الطالب أن يجيب عن أحدهما فقط .

السؤال الخامس: (١٠ علامات)

أ) جد قيمة $\int (٢س - ٥)^{٥} جتا(٢س - ٥)^{٣} \, ىس$ (٥ علامات)

ب) جد قاعدة الاقتران ق(س) علماً بأن $ق''(س) = ق'(س)$ ، $ق'(س) \neq ٠$ ، $ق'(٠) = ١$ ، ق(٠) = ٠ (٥ علامات)

السؤال السادس: (١٠ علامات)

أ) اذا كان ق(س) اقتراناً معرّفاً و محدوداً على الفترة [٠ ، ١٠] ، و كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة بحيث طول الفترة الجزئية = ٢ ، و كان م ($\sigma_{ن}$ ، ق) = ١٢ عندما $س_{ر}^{*} = س_{ر}$ ،

م ($\sigma_{ن}$ ، ق) = ١٨ عندما $س_{ر}^{*} = س_{ر-١}$ ، جد قيمة ق(١٠) – ق(٠) (٥ علامات)

ب) أوجد $\int هـ^{-٢س} \left(لـ_{هـ} س^{٢} - \frac{١}{س} \right) \, ىس$ (٥ علامات)

((انتهت الأسئلة))
مع دعائنا لكم بالتوفيق والنجاح

الإجابة النموذجية / رياضيات / ١٢ علمي / جنوب نابلس / ١٩/١٢/٢٠١٩

السؤال الأول : ٣٠ علامة / لكل فقرة ٥ علامة .

٢٠	١٩	١٨	١٧	١٦	١٥	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
د	ج	ب	أ	د	ب	د	ب	د	ب	ج	أ	أ	ج	ج	ب	أ	ج	ب	أ

السؤال الثاني : ٢٠ علامة

(أ) $ق_ن(س) = ٥ - ٢س$ في $[-١ ، ٢]$ ، $ن$ تجزئة منتظم للفترة حيث

$س_ر = س_{ر-١} + \frac{٣}{ن}$ ⇐ $ق_ن(س_ر) = ٥ - ٢(-١ + \frac{٣ر}{ن})$

$ق_ن(س_ر) = ٧ - \frac{٦ر}{ن}$

$م(ن، ق_ن) = \frac{٣}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} (٧ - \frac{٦ر}{ن}) = \frac{٣}{ن} \left[\sum_{ر=١}^{ن} ٧ - \frac{٦}{ن} \sum_{ر=١}^{ن} ر \right]$

$= \frac{٣}{ن} \left[٧ن - \frac{٦}{ن} \times \frac{ن(ن+١)}{٢} \right] = \frac{٣}{ن} \left[٧ن - ٣ن - ٣ \right]$

$= \frac{٣}{ن} \left[٤ن - ٣ \right] = ١٢ - \frac{٩}{ن}$ ((١٠ علامات))

$\int_{-١}^{٢} ق_ن(س)\, د س = \lim_{ن \to \infty} م(ن، ق_ن) = \lim_{ن \to \infty} (١٢ - \frac{٩}{ن}) = \boxed{١٢}$.

(ب) المستقيم $ص = س + ج$ مماس لمنحنى $ق_ن$ عند $س = ٠$ / $ص = ٠ + ج = ٢$

$\Leftarrow$ $ق_ن(٠) =$ ميل المماس $= ١$ ، $ق_ن(٠) = ٢$

$ق_ن(س) = ٦س$ $\Leftarrow$ $ق_ن(س) = ٣س^{٢} + ب$ ⇐ $ق_ن(س) = ٣س^{٢} + ب$

$ق_ن(٠) = ٣(٠)^{٢} + ب = ١ \Leftarrow ب = ١ \Leftarrow ق_ن(س) = ٣س^{٢} + ١$

$ق_ن(س) = \int (٣س^{٢} + ١)\, د س = س^{٣} + س + ج$

$ق_ن(٠) = ٠ + ٠ + ج = ٢ \Leftarrow ج = ٢$ ((١٠ علامات))

$\therefore ق_ن(س) = س^{٣} + س + ٢$

السؤال الثالث : ٢٠ علامة — ريا ضيا ت علي / جنوب نابلس

(أ) ١) $\int \frac{٦ \text{قا}^{٢} \text{ظا}}{٨ - \text{ظا}^{٢}} \, \text{د}س = \int \frac{٦ \text{قا}^{٢} \text{ظا}}{٨ - (\text{قا}^{٢} - ١)} \, \text{د}س = \int \frac{٦ \text{قا}^{٢} \text{ظا}}{٩ - \text{قا}^{٢}} \, \text{د}س$

نفرض ص = قا س ⇐ د ص = قا س ظا س د س ⇐ د س = $\frac{\text{د}ص}{\text{قا س ظا س}}$

$\int \frac{٦ \text{قا س ظا س}}{٩ - ص^{٢}} \cdot \frac{\text{د}ص}{\text{قا س ظا س}} = \int \frac{٦}{(٣ - ص)(٣ + ص)} \, \text{د}ص = \int \left(\frac{أ}{٣ - ص} + \frac{ب}{٣ + ص} \right) \text{د}ص$

أ (٣ + ص) + ب (٣ − ص) = ٦ ⇐ أ = ١ ، ب = ١ (٧ علامات)

⇐ $\int \left(\frac{أ}{٣ - ص} + \frac{ب}{٣ + ص} \right) \text{د}ص = - \text{لو}_{\text{هـ}} |٣ - ص| + \text{لو}_{\text{هـ}} |٣ + ص| + \text{جـ}$

$= \text{لو}_{\text{هـ}} \left| \frac{٣ + ص}{٣ - ص} \right| + \text{جـ} = \text{لو}_{\text{هـ}} \left| \frac{٣ + \text{قا س}}{٣ - \text{قا س}} \right| + \text{جـ}$

٢) $\int (\text{س}^{٤} - \text{ص}) \, \text{د}س = \int (\text{س} (\text{س}^{٣} - ١)^{\frac{١}{٢}}) \, \text{د}س = \int \text{س} (\text{س}^{٣} - ١)^{\frac{١}{٢}} \, \text{د}س$

نفرض ص = $\text{س}^{٣} - ١$ ⇐ د ص = $٣ \text{س}^{٢}$ د س ⇐ د س = $\frac{\text{د}ص}{٣ \text{س}^{٢}}$

$\int \text{س} (\text{س}^{٣} - ١)^{\frac{١}{٢}} \, \text{د}س = \int \text{س} (ص)^{\frac{١}{٢}} \frac{\text{د}ص}{٣ \text{س}^{٢}} = \frac{١}{٣} \int \text{س}^{٦} \text{ص}^{\frac{١}{٢}} \, \text{د}ص$

$= \frac{١}{٣} \int (ص + ١)^{٢} \text{ص}^{\frac{١}{٢}} \, \text{د}ص = \frac{١}{٣} \int (ص^{٢} + ٢ص + ١) \text{ص}^{\frac{١}{٢}} \, \text{د}ص$ (٧ علامات)

$= \frac{١}{٣} \int (\text{ص}^{\frac{١٠}{٢}} + ٢ص^{\frac{٩}{٢}} + ص^{٤}) \, \text{د}ص = \frac{١}{٣} \left[\frac{٢}{١١} ص^{\frac{١١}{٢}} + \frac{٢}{١٠} ص^{\frac{١٠}{٢}} + \frac{ص^{٥}}{٩} \right] + \text{جـ}$

$= \frac{١}{٣} \left[\frac{(\text{س}^{٣} - ١)^{\frac{١١}{٢}}}{١١} + \frac{(\text{س}^{٣} - ١)^{\frac{١٠}{٢}}}{٥} + \frac{(\text{س}^{٣} - ١)^{٥}}{٩} \right] + \text{جـ}$

(ب) $\int (\text{ق}(\text{س}) + ٢) \, \text{د}س = ٢ \text{س}^{٣} - ب \text{س}$ باجراء التكامل / عكس العدد بالاستعانة بمجموعة افراد التكامل.

ق(س) + ٢س = $٢ \text{س}^{٣} - ب \text{س} + \text{جـ}$ / ق(س) = $٢ \text{س}^{٣} - ب \text{س} - ٢ + \text{جـ}$

ق(٢) − ق(١) = $(٢ \times ٨ - ب \times ٢ + \text{جـ}) - (٢ - ب - ٢ + \text{جـ}) = ٧$

$١٤ - ٢ب - ٢ = ٧$ ⇐ $\boxed{ب = ٥}$

∴ ق(س) = $٢ \text{س}^{٣} - ٥ \text{س} - ٢ + \text{جـ}$ (٦ علامات)

ق(س) = $٦ \text{س}^{٢} - ٥$ ، ق(−١) = ٦ − ٥ = ١

السؤال الرابع:

أ) $ق(س) = \frac{س^2 - ٥س + ٦}{س - ٢}$ ، $[-٣, ٣]$ ، $ق(٢)$ غير معرف عند $س = ٢$

وبالتالي غير متصل عند $س = ٢$ ، لكن $ق(٢) = \frac{(س-٢)(س-٣)}{س-٢}$

$ق(٢) = ق(٢) = ٢ - ٣ = -١$ ، أي أن $ق$ متصل عند $س = ٢$

بما أن $ق$ ثابت كثير حدود فهو متصل على $[-٣, ٣]$ وبالتالي

$ق$ قابل للتكامل على هذه الفترة $\Leftarrow$ $ق$ قابل للتكامل على $[-٣, ٣]$.اعلان

ب) $\int س \, ظا^2 س \, دس = س \, ظا س - \int ظا س \, دس$

بالتجزيء نفرض $ق = س$ ، $ع = ظا^2 س \, دس$

$ع = (قا^2 س - ١) \, دس$

$ق = دس$ ، $ع = ظا س - س$

$ق \cdot ع - \int ع \, ق = س (ظا س - س) - \int (ظا س - س) \, دس$

$= س ظا س - \frac{س^2}{2} - \int (ظا س - س) \, دس$

وبالتالي $\int ع \, ق = (ظا س - س) \, دس$.اعلان

حل آخر: نشتق الطرفين من البداية

$س ظا^2 س = س قا^2 س + ظا س - س - ع \, ق$

$ع \, ق = س قا^2 س - س ظا^2 س + ظا س - س$

$= س (قا^2 س - ظا^2 س) + ظا س - س$

$= س + ظا س - س$

$ع \, ق = (ظا س - س) \, دس$.

السؤال الخامس:

٢) $\int (٢س - ٥)^{٥} \, جتا(٢س - ٥)^{٣} \, دس$ ، نفرض ص = $(٢س - ٥)^{٣}$

$دص = ٣ \times ٢ (٢س - ٥) \, دس$

$دس = \frac{دص}{٦ (٢س - ٥)^{٢}}$

$\int (٢س - ٥)^{٥} \, جتا ص \frac{دص}{٦ (٢س - ٥)^{٢}} = \frac{١}{٦} \int (٢س - ٥)^{٣} \, جتا ص \, دص$

$= \int ص \, جتا ص \, دص$ بالتجزئ (٥ علامة)

$ف = ص$ ، $دع = جتا ص \, دص$

$دف = دص$ ، $ع = جا ص$

$= ص \, جا ص - \int جا ص \, دص = ص \, جا ص + جتا ص + جـ$

$= (٢س - ٥)^{٣} \, جا (٢س - ٥)^{٣} + جتا (٢س - ٥)^{٣} + جـ$

ب) $ق'(س) = ق(س) \Leftarrow \frac{ق'(س)}{ق(س)} = ١ \Leftarrow \int \frac{ق'(س)}{ق(س)} \, دس = \int ١ \, دس$

لو $ق(١) = ١ \Leftarrow س + جـ \Leftarrow هـ^{س+جـ} = ق(س)$

بتعويض $س = ٠ \Leftarrow هـ^{٠+جـ} = ق(٠) \Leftarrow هـ^{جـ} = ١$

لكن $هـ$ دائماً موجبة $\Leftarrow هـ^{جـ} = ١ \Leftarrow جـ = ٠$

$\therefore ق(س) = هـ^{س}$ نكامل الطرفين

$\int ق(س) \, دس = \int هـ^{س} \, دس$ (٥ علامات)

$ق(س) = هـ^{س} + جـ$ ، $س = ٠ \Leftarrow ق(٠) = ٠$

$٠ = هـ^{٠} + جـ$

$٠ = ١ + جـ \Leftarrow جـ = -١$

$\therefore ق(س) = هـ^{س} - ١$

حل آخر: نأخذ التكامل للطرفين من البداية ونكمل الحل.

السؤال السادس :

أ) طول الفترة الجزئية $= \frac{ب - أ}{ن}$

$٢ = \frac{١٠}{ن} \Leftarrow$ **ن = ٥**

$م(ن، ق) - م(ن-١، ق) = \frac{١}{٥}[ق(١٠) - ق(٠)]$

$١٢ - ١٨ = \frac{١}{٥}[ق(١٠) - ق(٠)]$ (٥ علامات)

$-٦ \times ٥ = ق(١٠) - ق(٠) = -٣٠$

ب) $\int \frac{هـ^{س}}{س^{٤}} - \frac{هـ^{س}}{س^{٤}} \, د س$

$= \int \frac{هـ^{س}}{س^{٤}} \, د س - \int \frac{هـ^{س}}{س^{٤}} \, د س$

نأخذ التكامل الأول : $ق = \frac{١}{س^{٤}}$ $\quad د ع = هـ^{س} \, د س$

$د ق = -\frac{٤}{س^{٥}} \, د س$ ، $ع = هـ^{س}$

$= \frac{١}{س^{٤}} هـ^{س} - \int -\frac{٤}{س^{٥}} هـ^{س} \, د س$

وبالتالي يصبح التكامل الكلي $= \frac{١}{س^{٤}} هـ^{س} + \int \frac{٤}{س^{٥}} هـ^{س} \, د س - \int \frac{هـ^{س}}{س^{٤}} \, د س$

$= \frac{١}{س^{٤}} هـ^{س} + ج$

يمكنه أن يحل السؤال بإجراء الأجزاء على التكامل الثاني بعد التوزيع والتعويض مع التكامل الأول ويبقى جواب السؤال كما هو.

(٥ علامات)