بسم الله الرحمن الرحيم

ملخص ومادة تدريبية في الرياضيات

الصف العاشر الأساسي

الفصل الأول ٢٠١٩/٢٠٢٠م

إعداد: أ. سامي عبد العزيز عامر أبو الخير

مدرسة الدوحة الثانوية (ب) للبنين

الوحدة الأولى

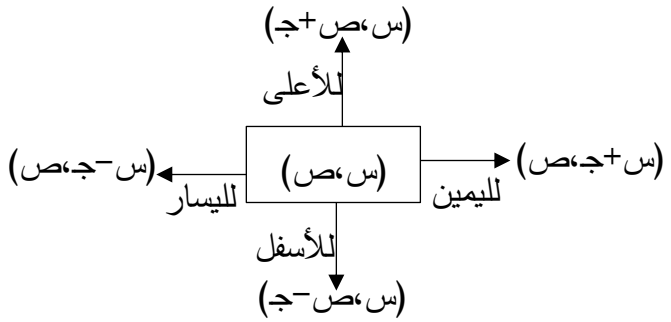
♦ الاقتران الفردي والزوجي

وجه المقارنة	الاقتران الزوجي	الاقتران الفردي
القاعدة	ق(−س) = ق(س)	ق(−س) = −ق(س)
التماثل	حول محور الصادات	حول نقطة الأصل
الأسس على المتغيرات	جميع الأسس فوق جميع المتغيرات زوجية	جميع الأسس فوق جميع المتغيرات فردية
الحد المطلق (بدون متغير)	قد يحتوي على حد مطلق وقد لا يحتوي	لا يحتوي على حد مطلق
أمثلة	ق(س) = $س^{٢}$ + ٣ ق(س) = ٥ ق(س) = ٣$س^{٤}$−٧$س^{٢}$	ق(س)= $س^{٣}$ −٢س ق(س)= $س^{٥}$

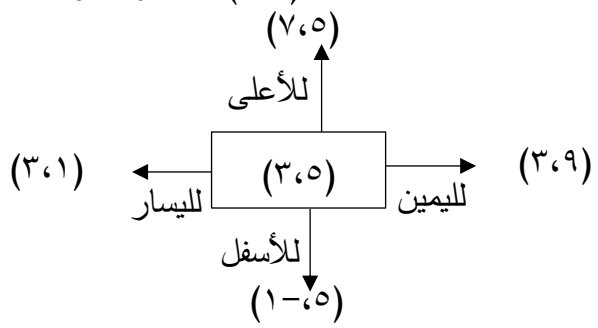
- ملاحظة: هناك اقترانات لا تكون زوجية أو فردية مثل: ق(س)= $س^{٢}$−٢س ، ق(س) = $س^{٣}$ + ١
- لبيان نوع الاقتران جبريًا نجد قاعدة ق(−س) ونقارنها مع ق(س)

♦ <u>التحويلات الهندسية:</u>

- صورة النقطة (س،ص) بالانسحاب بمقدار جـ من الوحدات



* مثال: انسحاب النقطة (٣،٥) بمقدار ٤ وحدات:



- صورة النقطة (س،ص) بالانعكاس حول محور السينات هي (س،−ص) فمثلاً (٣،٥) صورتها هي (٥،−٣)
- صورة النقطة (س،ص) بالانعكاس حول محور الصادات هي(−س،ص) فمثلاً (٣،٥) صورتها هي (−٥، ٣)
- صورة النقطة (س،ص) بالانعكاس حول نقطة الأصل هي (−س،−ص) فمثلاً (٣،٥) صورتها هي (−٥،−٣)
- الاقتران: هـ(س)= ق(س) + جـ هو انسحاب للاقتران ق(س) بمقدار جـ من الوحدات للأعلى

مثال: الاقتران: هـ(س)= $س^{٢}$ + ٣ هو انسحاب للاقتران ق(س)= $س^{٢}$ بمقدار ٣ وحدات للأعلى

- الاقتران: هـ(س)= ق(س) − جـ هو انسحاب للاقتران ق(س) بمقدار جـ من الوحدات للأسفل

مثال: الاقتران هـ(س)= $س^{٢}$ − ٣ هو انسحاب للاقتران ق(س)= $س^{٢}$ بمقدار ٣ وحدات للأسفل

- رأس منحنى الاقتران ق(س+أ)+ب هي النقطة: (−أ، ب)
- مثلاً رأس منحنى الاقتران ق(س)= (س−٥)^{٣} −٢ هي النقطة: (٥،−٢)

- الاقتران: هـ(س)= −ق(س) هو انعكاس للاقتران ق(س) حول محور السينات

مثال: الاقتران هـ(س)= − $\sqrt{س}$ هو انعكاس للاقتران ق(س)= $\sqrt{س}$ حول محور السينات

- الاقتران: هـ(س)= ق(−س) هو انعكاس للاقتران ق(س) حول محور الصادات

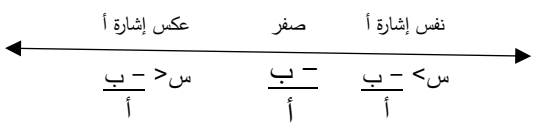
مثال: الاقتران هـ(س)= $\sqrt{-س}$ هو انعكاس للاقتران ق(س)= $\sqrt{س}$ حول محور الصادات

أولويات التحويلات الهندسية
١) التحويل: ص=ق(س±جـ)
٢) التحويل: ص=ق(-س)
٣) التحويل: ص= -ق(س)
٤) التحويل: ص= ق(س)±جـ

- لرسم منحنى الاقتران ق(س)= س^{٢} − ٨س+ ١٤ ، نحسب قيمة:$(\frac{\text{معامل س}}{٢})^{٢}=(\frac{-٨}{٢})^{٢}$ = ١٦ ثم نضيف و نطرح الناتج (١٦) للاقتران فيصبح على الصورة ق(س)= (س^{٢}−٨س+١٦) +١٤−١٦ = (س−٤)^{٢}−٢ ، و من ثم نحدد رأس المنحنى و هي النقطة (٤،−٢) ونقوم برسم المنحنى.

♦ **إشارة الاقتران:**

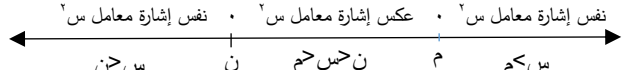
<u>أولاً: إشارة الاقتران الخطي : ق(س)= أس+ب حيث أ≠ صفر .</u>



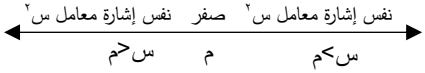
نحدد صفر الاقتران: س = $\frac{-ب}{أ}$ ، ومن ثم تكون إشارة الاقتران نفس إشارة أ (معامل س) على يمين صفر الاقتران، وعكسها على يسار صفر الاقتران.

<u>ثانياً : إشارة الاقتران التربيعي : ق(س) = أس^{٢}+ب س + جـ حيث أ ≠ صفر</u>

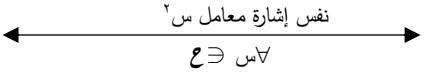
الحالة الأولى: إذا كان المميز: ب^{٢}− ٤أجـ> صفر (موجباً): فيكون للاقتران صفرين مختلفين م<ن فإن إشارة الاقتران تكون نفس إشارة معامل س^{٢} على الأطراف، وعكسها بين الصفرين.



الحالة الثانية: إذا كان المميز: ب^{٢}− ٤أجـ=صفر: يكون للاقتران صفر وحيد (م) ويكون للاقتران إشارة واحدة فقط هي نفس إشارة معامل س^{٢} عدا عند صفر الاقتران.



الحالة الثالثة: إذا كان المميز: ب٢− ٤أجـ<صفر (سالباً): الاقتران ليس له أصفار ،هنا يكون الاقتران له إشارة واحدة فقط هي نفس إشارة معامل س^{٢}



♦ **حل المتباينات:**

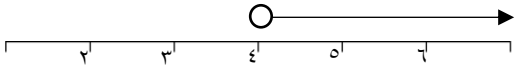
- تذكر: إذا كان أ<ب و كان جـ عدداً حقيقياً ، فإن :

أ) أ + جـ < ب + جـ ،، ب) أ − جـ < ب − جـ ،، ج) أ<جـ< ب×جـ (إذا كان جـ عدداً حقيقياً موجباً)

د) أ×جـ<ب×جـ (إذا كان جـ عدداً سالباً) بمعنى أن الإشارة تنقلب في حالة تم ضرب أو قسمة طرفي المتباينة بعدد سالب.

مثال: ٢س+٣<١١ => ٢س < ١١−٣ => ٢س < ٨ => س<٤ ، فتكون مجموعة الحل هي الفترة]∞−،٤[

و يتم تمثيلها على خط الأعداد كالتالي :



- **حل المتباينات التربيعية :**

كما هو الحال في المعادلات التربيعية نقوم بحل المتباينة التربيعية:

مثال : ٣س^{٢}+٢س−١ ≤ صفر => (س+١)(٣س−١) ≤ صفر => إما س = −١ أو س = $\frac{١}{٣}$

نمثل جذري المعادلة على خط الأعداد ونحدد الفترة المطلوبة وهي الفترة الموجبة من خلال إشارة الاقتران.

أي أن مجموعة الحل هي الفترتين [$\frac{١}{٣}$ ، ∞ [∪] −∞ ، −١]

ملاحظة: المتباينة التربيعية شأنها شأن إشارة الاقتران التربيعي، لها ثلاث حالات حسب عدد أصفار الاقتران.

♦ **اقتران القيمة المطلقة:**

- اقتران القيمة المطلقة للاقتران الخطي ق(س)=|أس+ب|

نقوم بتحديد إشارة الاقتران ومن ثم إعادة تعريفه كالتالي: ق(س) = { أ س +ب في الفترة الموجبة ; −(أ س +ب) في الفترة السالبة }

- اقتران القيمة المطلقة للاقتران التربيعي: ق(س)= |أس^{٢}+ب س+جـ|

نحدد أصفار الاقتران إذا كان له صفران مختلفان ونعيد التعريف كالتالي: ق(س) = { أس^{٢}+ب س+جـ في الفترة الموجبة ; −(أس^{٢}+ب س+جـ) في الفترة السالبة }

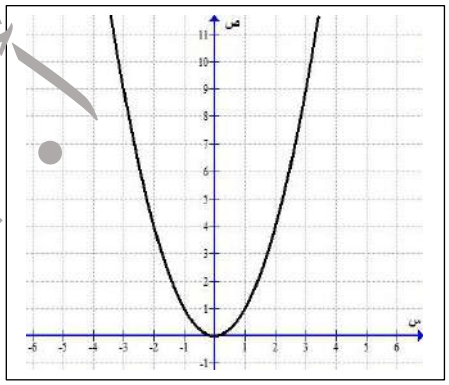
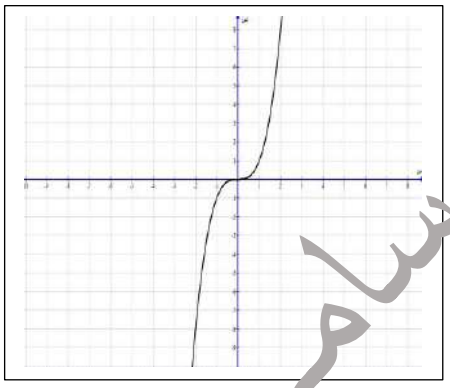
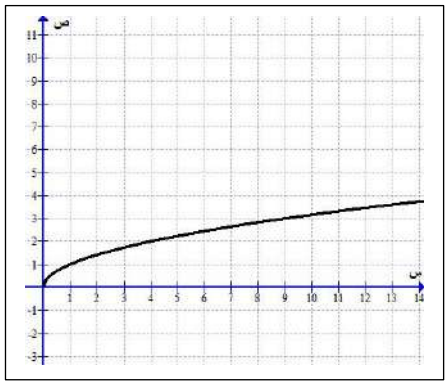
- محور تماثل ق(س)=|أس+ب| هو المستقيم: س= $\frac{-ب}{أ}$. أما ق(س)=| أس^{٢}+ب س+جـ| فهو المستقيم: س=$\frac{-ب}{٢أ}$

♦ **اقتران صحيح س: [س]**

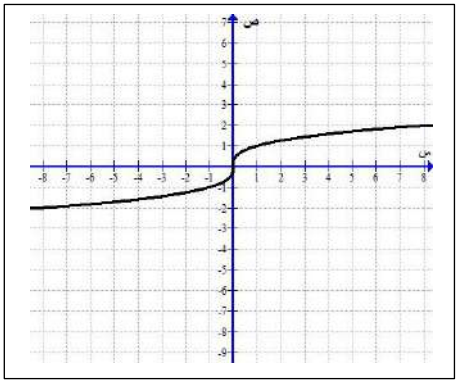
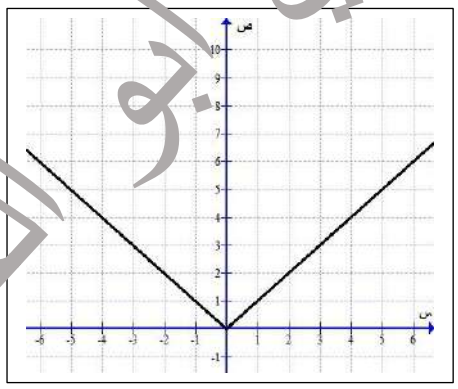
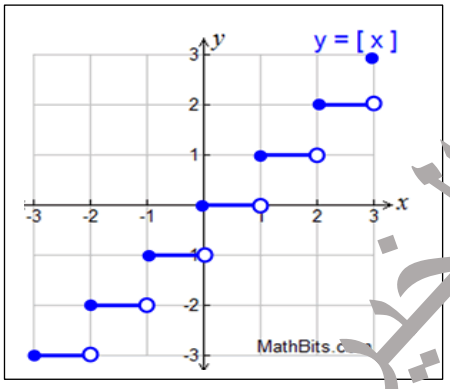
- [س] تعني أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي س ، مثلاً: [−٤] = −٤ ، [٥,٧]= ٥ ، [−٧,٢] = −٨
- حل المعادلة [أس+ب] = جـ هي : جـ ≤ أس+ب < جـ +١ حيث جـ عدد حقيقي.
- إذا كان ق(س)= [أس+ب] فإن الاقتران له شكل سلمي طول درجته = $\frac{١}{|أ|}$ ، و اتجاهه صاعد لليمين إن كانت إشارة أ موجبة، ولليسار إن كانت سالبة ، ق(س)= صفر في الفترة: ٠ ≤ أ س+ب <١ (نحل المتباينة لإيجاد الفترة)

♦ **التمثيل البياني لبعض الاقترانات الأساسية:**

١) ق(س)= س^{٢} ٢) ق(س)= س^{٣} ٣) ق(س)= $\sqrt{س}$ ، س≤ ٠

٤) ق(س)= $\sqrt[٣]{س}$ ٥) ق(س)= |س| ٦) ق(س)= [س]

تمارين على الوحدة الأولى:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة

١) الاقتران ق(س)= س^{٢}+٥ يكون متماثلاً حول:

أ) محور السينات ب) محور الصادات ج) نقطة الأصل د) المستقيم ص=س

٢) إذا كان الاقتران ق(س) اقتراناً فردياً و كان ق(٢) = −٥ فإن ق(−٢) =

أ) ٥ ب) −٥ ج) ١٠ د) −١٠

٣) إذا كان ق(س) اقتراناً زوجياً ومر بالنقطة (٣،٧) فإنه حتماً سيمر بالنقطة:

أ) (٧،٣) ب) (−٧،٣) ج) (−٣،٧) د) (−٧،−٣)

٤) واحد من الاقترانات التالية متماثل حول نقطة الأصل

أ) ق(س)= ٣ ب) ق(س) = س^{٣}−٥ ج) ق(س)= ٢س−٣س^{٢} د) ق(س) = س^{٣} −٤س

٥) صورة النقطة (٣،−٢) بالانسحاب ٤ وحدات لليسار و ٣ وحدات للأعلى هي النقطة:

أ) (٧، ١) ب) (−١، −٥) ج) (٧،−٥) د) (−١،١)

أ. سامي أبو الخير

٦) صورة الاقتران ق(س)=$\sqrt[3]{س}$ بالانعكاس حول محور السينات متبوعاً بانسحاب ٥وحدات لأعلى هي هـ(س)=

أ) $\sqrt[3]{س}$ – ٥ ب) ٥–$\sqrt[3]{س}$ ج) –٥–$\sqrt[3]{س}$ د) $\sqrt[3]{س}$ +٥

٧) رأس منحنى الاقتران ق(س)= (س–٢)^{3} +٥ هي :

أ) (٢، ٥) ب) (–٢، ٥) ج) (–٢،–٥) د) (٢، –٥)

٨) يمكن إعادة صياغة الاقتران ق(س)= س^{٢}–٢س+٣ بحيث يصبح: ق(س) =

أ) (س–١)^{٢}+٣ ب) (س+١)^{٢}+٢ ج) (س–١)^{٢} +٢ د) (س–٢)^{٢} +٣

٩) يكون منحنى الاقتران التربيعي فوق محور السينات بالكامل إذا كان:

أ) المميز موجب ومعامل س^{٢} موجب ب) المميز سالب ومعامل س^{٢} سالب

ج) المميز سالب ومعامل س^{٢} موجب د) المميز سالب ومعامل س^{٢} سالب

١٠) يكون العدد أكبر من مربعه في الفترة:

أ) [١،٠[ب)]١،٠[ج)]–∞، ٠[∪]١،∞[د)]–∞، ٠] ∪ [١،∞[

١١) الاقتران ق(س)= ٤–٢س يكون سالباً إذا كان:

أ) س<٢ ب) س<–٢ ج) س>٢ د) س>–٢

١٢) [س] = –٣ عندما

أ) –٣< س <–٢ ب) –٣ ≥ س > –٢ ج) –٣ < س ≥ –٢ د) –٣ ≥ س > –٤

١٣) طول درجة الاقتران ق(س) = [٣–س] هي:

أ) ١ ب) –١ ج) ٣ د) –٣

١٤) |س^{٢}–٥س| = ٥س–س^{٢} في الفترة:

أ)]٠، ٥[ب)]٥،٠[ج)]–∞، ٠[∪]٥، ∞[د)]–٥، ٥[

١٥) محور تماثل الاقتران ق(س)= |٢س–٦| هو:

أ) س= ٣ ب) س=٢ ج) س=–٣ د) س= ٦

السؤال الثاني: أكمل الفراغ:

١) إذا كان ق(س) اقتراناً زوجياً وكانت ق(–٣) = ٨ فإن ق(٣) = ...

٢) صورة النقطة (٤،٩) بالانعكاس حول محور الصادات والانسحاب ٣ وحدات لأسفل هي .....

٣) صورة الاقتران ق(س)=$\sqrt{س}$ بالانسحاب ٤ وحدات لليسار متبوعاً بانعكاس حول محور السينات هي .....

٤) طول درجة الاقتران ق(س)= [٥–٢س] = ...

٥) الاقتران ق(س) = ٣س–٧ يقطع محور السينات عند النقطة .....

٦) يكون الاقتران ق(س)= س^{٢}–٢س–٣ تحت محور السينات في الفترة .....

٧) [–١٢,٨] + [٥,٩] – [–٢] = ...

٨) |٢س–٣س^{٢}| = ٣س^{٢}–٢س في الفترة .....

٩) رأس منحنى الاقتران ق(س)= ٤–(س–٢)^{٢} هي النقطة .....

١٠) قيمة م التي تجعل الاقتران ق(س)=س^{٢}+م س +٢٥ له صفر وحيد هي .....

السؤال الثالث: بين نوع كل من الاقترانات التالية من حيث كونها (زوجية، فردية، غير ذلك)

١) ق(س)= ٣س^{٢} − ٢س^{٤} + ١

٢) ق(س)= س^{٣} − ٣س^{٢} + ١

٣) ق(س)= ٤س − س^{٣}

.....

.....

.....

.....

السؤال الرابع: جد مجموعة حل المعادلات والمتباينات التالية مع تمثيل الحل على خط الأعداد:

١) [س+٢] = −٧

٢) [٤−٣س] = ٥

٣) [٢س−٥]= ١١

.....

.....

.....

.....

٤) ٣س+٢ < ٨

٥) ٢س−٧ ≥ س+٤

٦) ١٠ ≥ ٤−٣س < ١٩

.....

.....

.....

.....

٧) س^{٢} − ٤س ≤ ٥

٨) ٢س−٣س^{٢} > صفر

٩) س^{٢} < س−١

.....

.....

.....

.....

السؤال الخامس: ابحث إشارة كل من الاقترانات التالية:

١) ق(س)= $\frac{٢س-٣}{٤-س}$

٢) ق(س)= $\frac{س^{٢}-٤س+٣}{س^{٢}-٤}$

.....

.....

.....

.....

٣) ق(س)= $\frac{٣س-٥س^{٢}}{س^{٢}+٦س+٩}$

٤) ق(س)= $\frac{٢٥-٩س^{٢}}{س}$

.....

.....

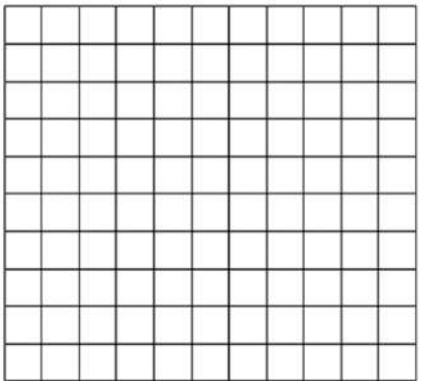
.....

.....

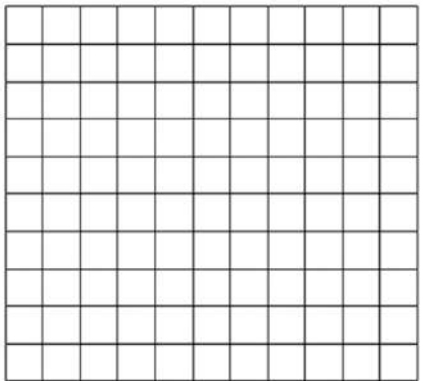
أ. سامي أبو الخير

السؤال السادس: مثل بيانياً كل من الاقترانات التالية:

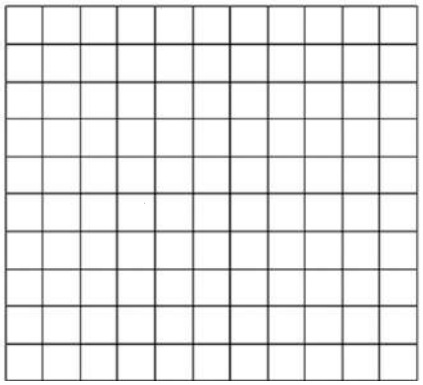
١) ق(س)= $-٤\sqrt{س+١}$



٢) ق(س)= $(٢-س)^{٣}+١$



٣) ق(س) = $\begin{cases} ٢س-٥ ، س\leq ٣ \\ س^{٢} ، -٢<س<٣ \\ ٤ ، س\geq -٢ \end{cases}$



السؤال السابع: استخدم طريقة إكمال المربع في تمثيل كل من الاقترانات التالية:

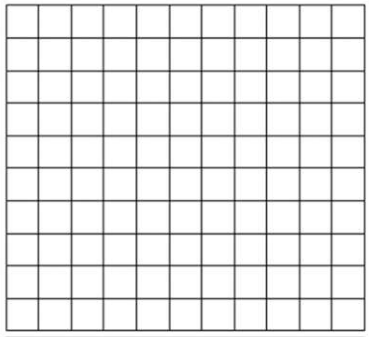
١) ق(س)=$س^{٢}+٦س+١٠$

.....

.....

.....

.....



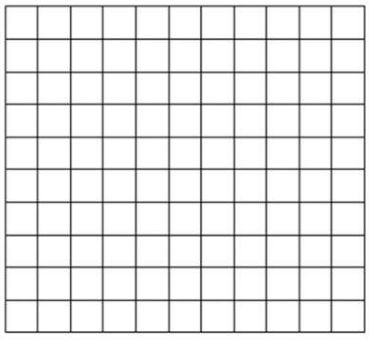
٢) ق(س)= $٢س-س^{٢}-٣$

.....

.....

.....

.....



السؤال الثامن: أعد تعريف كل من الاقترانات التالية ثم مثلها بيانياً

١) ق(س)=|س−٢|

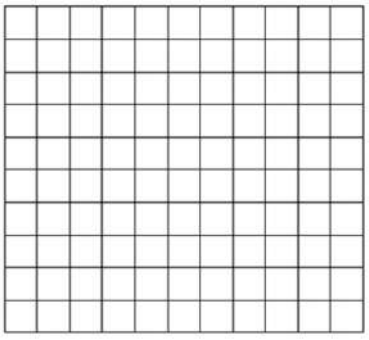
.....

.....

.....

.....

.....



٢) ق(س) = |٣−٢س|

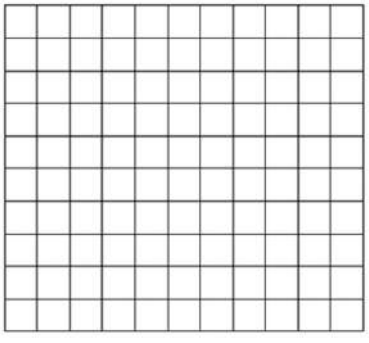
.....

.....

.....

.....

.....



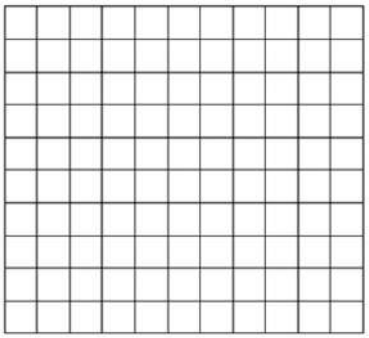
٣) ق(س)= |س^{٢}−٤|

.....

.....

.....

.....



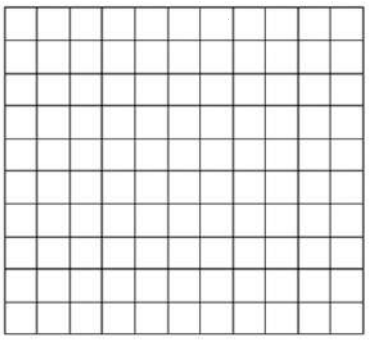
٤) ق(س)= |٢س−س^{٢}|+١

.....

.....

.....

.....



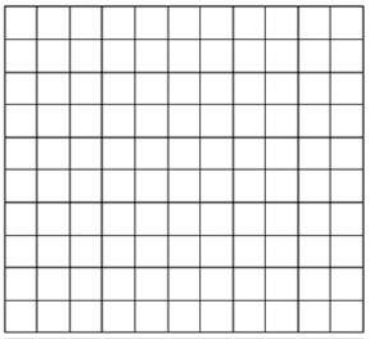
٥) ق(س)= [س+٣]

.....

.....

.....

.....



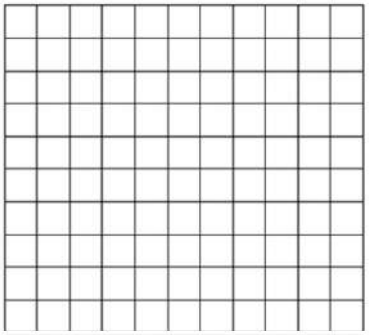
٦) ق(س)= [٤−س]

.....

.....

.....

.....



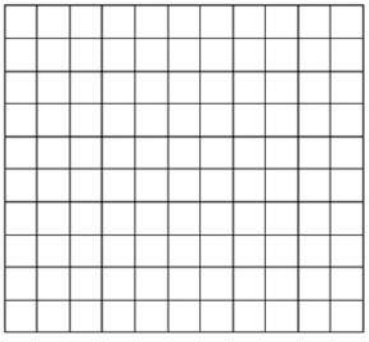
٧) ق(س)= [−$\frac{١}{٢}$ س]

.....

.....

.....

.....



٨) ق(س)= [٢س−٥]

.....

.....

.....

.....

أ. سامي أبو الخير

الوحدة الثانية

- **الأسس وقوانينها**

إذا كانت أ>صفر ، م،ن أعداد حقيقية فإن:

تعريف: $أ^{ن} = أ \times أ \times أ \times ..... \times أ$ (ن من المرات) ، حيث يسمى أ بالأساس ، ن هو الأس

مثلاً: $٣^{٤} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٨١$ (نضرب الأساس ٣ في نفسه ٤ مرات وهي قيمة الأس)

القانون	مثال عليه
$أ^{ن} \times أ^{م} = أ^{ن+م}$	$٢^{٣} \times ٢^{٤} = ٢^{٧} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٢٨$
$أ^{ن} \div أ^{م} = أ^{ن-م}$	$٥^{٨} \div ٥^{٦} = ٥^{٢} = ٥ \times ٥ = ٢٥$
$(أ^{ن})^{م} = أ^{ن \times م}$	$(١٠^{٢})^{٤} = ١٠^{٨} = ١٠٠٠٠٠٠٠٠$
$(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$	$(٢ \times ٣)^{٢} = ٢^{٢} \times ٣^{٢} = ٤ \times ٩ = ٣٦$
$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$	$\left(\frac{٧}{٥}\right)^{٢} = \frac{٤٩}{٢٥}$
$أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$	$٤^{-٣} = \frac{١}{٤^{٣}} = \frac{١}{٦٤}$
$أ^{صفر} = ١$	$٦^{صفر} = ٥^{صفر} = (-٢)^{صفر} = ١$
$أ^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{أ}$	$٨١^{\frac{١}{٤}} = \sqrt[٤]{٨١} = ٣$
$أ^{\frac{م}{ن}} = \sqrt[ن]{أ^{م}}$	$٨^{\frac{٢}{٣}} = \sqrt[٣]{٨^{٢}} = \sqrt[٣]{٦٤} = ٤$

- **اللوغاريتمات وقوانينها:**

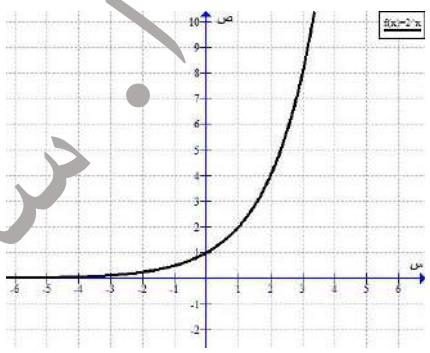
تعريف: $لو_{أ} س = ب$ تعني أن $أ^{ب} = س$ مثلاً : $لو_{٥} ٢٥ = ٢$ لأن $٥^{٢} = ٢٥$

ملاحظة: إذا كان الأساس أ = ١٠ فإنه لا يكتب تحت رمز لو **(و يطلق عليه اسم اللوغاريتم العادي)**

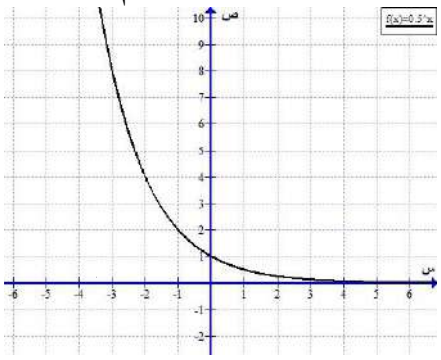
القانون	مثال عليه
$لو_{أ} س + لو_{أ} ص = لو_{أ} (س \times ص)$	$لو_{٦} ٤ + لو_{٦} ٩ = لو_{٦} (٤ \times ٩) = لو_{٦} ٣٦ = ٢$
$لو_{أ} س - لو_{أ} ص = لو_{أ} (س \div ص)$	$لو_{٢} ١٠ - لو_{٢} ٥ = لو_{٢} (١٠ \div ٥) = لو_{٢} ٢ = ١$
$لو_{أ} أ = ١$	$لو_{٧} ٧ = ١$
$لو_{أ} ١ = صفر$	$لو_{٨} ١ = صفر$
$لو_{أ} س^{ن} = ن \, لو_{أ} س$	$لو_{٣} ٩^{٥} = ٥ \, لو_{٣} ٩ = ٥ \times ٢ = ١٠$
$لو_{أ} أ^{ن} = ن \, لو_{أ} أ = ن$	$لو_{١٠} ١٠^{٤} = ٤ \, لو \, ١٠ = ٤$
$لو_{أ} \left(\frac{١}{س}\right) = - لو_{أ} س$	$لو_{٢} \left(\frac{١}{٨}\right) = - لو_{٢} ٨ = -٣$

- العدد النيبيري هـ $\approx$ ٢,٧٢
- الاقتران الأسي الطبيعي: ق(س) = $هـ^{س}$
- الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي: ق(س)= $لو_{هـ} س$

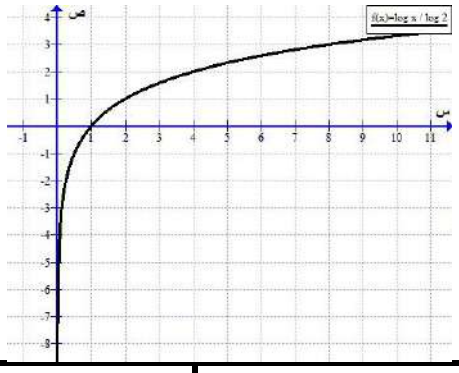
- الاقتران: ق(س)= $٢^{س}$



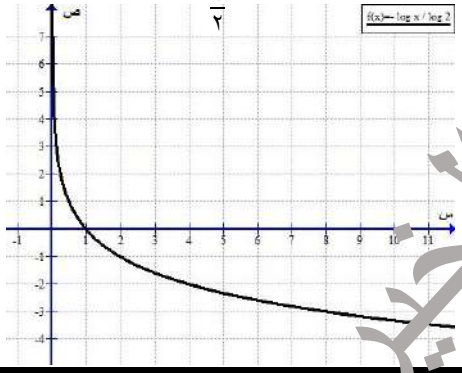
- الاقتران: ق(س)= $(\frac{١}{٢})^{س}$



- الاقتران: ق(س)= لو٢ س



- الاقتران: ق(س)= $لو_{\frac{١}{٢}}$ س = − لو٢ س



وجه المقارنة	ق(س) = $٢^{س}$	ق(س)=$(\frac{١}{٢})^{س}$	ق(س)= لو٢ س	ق(س)= $لو_{\frac{١}{٣}}$ س
المجال	ح	ح	$ح^{+}$	$ح^{+}$
المدى	$ح^{+}$	ح	ح	ح
المقطع السيني	****	****	(٠،١)	(٠،١)
المقطع الصادي	(١،٠)	(١،٠)	****	****
التزايد والتناقص	متزايد	متناقص	متزايد	متناقص
الانعكاس	* ق(س)= $(\frac{١}{٢})^{س}$ حول محور الصادات	* ق(س) = $٢^{س}$ حول محور الصادات	* ق(س) = $لو_{\frac{١}{٣}}$ س حول محور السينات * ق(س) = $٢^{س}$ حول المستقيم ص=س	* ق(س)= لو٢ س حول محور السينات

تمارين عامة على الوحدة الثانية

السؤال الأول : ضع علامة (✓) أو (✗)

١- ( ) الاقتران ق(س) = $(-٢)^{س}$ يعتبر اقتراناً أسياً .

٢- ( ) يكون الاقتران ق(س) = $أ^{س}$ متزايداً إذا كانت أ > ١

٣- ( ) الاقتران ق(س) = $٥^{س}$ يمر بالنقطة (١،٥) .

٤- ( ) الاقتران ق(س)= لو س يمر بالنقطة (١٠، ١) .

٥- ( ) الاقتران ق(س) = لو١ س يعتبر اقتراناً لوغاريتمياً .

أ. سامي أبو الخير

٦- ( ) إذا قلت قيم س كلما زادت قيم ص المتناظرة يكون الاقتران متناقصاً .

٧- ( ) مجال الاقتران ق(س) = لو٢ (س^{٢} +٣) هو مجموعة الأعداد الحقيقية .

٨- ( ) الاقتران ق(س) = لو س هو انعكاس للاقتران هـ(س) = ١٠ ^{س} حول المستقيم ص= س

٩- ( ) الاقتران ق(س) = هـ ^{س} انعكاس للاقتران م(س) = لوهـ س حول محور السينات .

١٠-( ) إذا كانت ٢$^{س+١}$ = ٤ $^{س-١}$ فإن س=٣

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة

١- صورة الاقتران ق(س) = ٣ ^{س} بالانسحاب وحدتين لليمين هي :

(أ) م(س)= ٣ ^{س} +٢ (ب) م(س)= ٣ $^{(س+٢)}$ (ج) م(س)= ٣ $^{(س-٢)}$ (د) م(س)= ٣ ^{س} -٢

٢- واحد من الاقترانات التالية يعتبر اقتراناً لوغاريتمياً :

(أ) ق(س)= لو$_{-٢}$ (س) (ب) ق(س)= لو$_{س}$ (هـ) (ج) ق(س) = لوهـ (هـ) (د) ق(س)= - لو س

٣- واحد من الاقترانات التالية هو انعكاس للاقتران ق(س) = هـ ^{س} في محور الصادات .

(أ) م(س)= هـ$^{-س}$ (ب) م(س)= -هـ^{س} (ج) م(س)= لوهـ س (د) م(س) = -لوهـ س

٤- إحدى الخصائص التالية لا تنطبق على الاقتران ق(س) = ٢$^{-س}$

(أ) يمر بالنقطة (٠، ١) (ب) الاقتران متناقص (ج) مداه هو ح (د) مجاله هو ح

٥- واحدة من العبارات التالية صحيحة بشأن الاقتران ق(س) = لو٢ س

(أ) يمر بنقطة الأصل (ب) يقطع محور الصادات في النقطة (٠، ١)

(ج) يقطع محور السينات في النقطة (٠،١) (د) لا يقطع أي من المحورين

٦- مجال الاقتران ق(س) = لو (س^{٢} -١) هو

(أ) ح - [-١، ١] (ب) [-١، ١] (ج)]-١،١[(د) ح -] -١،١[

٧- مجال الاقتران ق(س)= لو (٤س-س^{٢}) هو

(أ)]٠، ٤[(ب) [٠، ٤] (ج) ح - [٠، ٤] (د) ح -]٠، ٤[

٨- صورة الاقتران ق(س)= لو٢ س بالانعكاس في محور السينات ثم الانسحاب وحدتين للأعلى هي :

(أ) هـ(س)=٢- لو٢ س (ب) هـ(س)= - لو٢ (س-٢) (ج) هـ(س)= لو٢ س -٢ (د) هـ(س)= لو٢ (٢-س)

٩- أي من الاقترانات التالية هو انعكاس للاقتران ق(س) = ٣ ^{س} حول المستقيم ص= س

(أ) هـ(س)= ٣$^{-س}$ (ب) هـ(س)= -(٣)^{س} (ج) هـ(س)= لو٣ س (د) هـ(س)= -لو٣ س

١٠- واحد من الاقترانات التالية يعتبر اقتراناً أسياً

(أ) ق(س)=($-\frac{١}{٣}$) ^{س} (ب) ق(س)= ($\frac{١}{٣}$) ^{س} (ج) ق(س)= س ^{س} (د) ق(س)= س ^{٣}

١١- إذا كان لو٢ س = ١٦ فإن لو٢ $\sqrt{س}$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ٢ (د) ٣٢

١٢- إذا كان ٣ $^{٤-س}$ = ١ فإن س = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (ج) ٨١ (د) صفر

السؤال الثالث: أكمل ما يلي

١- الاقتران و(س)= $٣^{(س+٤)}$ −٢ هو انسحاب للاقتران ق(س)= $٣^{س}$ بمقدار .....وحدة إلى.....و.....وحدة إلى .....

٢- الاقتران و(س)= لو$_{٢}$ (س−١)−٣ هو انسحاب للاقتران ق(س)= لو$_{٢}$س بمقدار .....وحدة إلى....و.... وحدة إلى...

٣- الاقتران و(س)= ٥−هـ$^{(س)}$هو ..... للاقتران ق(س)=هـ^{س}حول ..... متبوعاً بانسحاب مقداره ..... إلى .....

السؤال الرابع : جد قيمة كل من :

١) لو$_{٥}$ $\frac{١}{١٢٥}$ = ...

٢) لو$_{هـ}$ هـ^{٣} = ...

٣) لو$_{٦}$ ٤ + لو$_{٦}$ ٩ = ...

٤) لو$_{٢}$ ٣٢ − لو$_{٢}$ ١٢٨ = ...

٥) هـ$^{-٢}$ +٣ = ...

٦) ٢ $\sqrt{}$هـ$^{-}$ +٥ = ...

السؤال الخامس: احسب مجال كل من الاقترانات التالية:

١- ق(س)= لو$_{٢}$ (س + ٥) .....

٢- ق(س)= لو (٣−٢س) +١ .....

٣- ق(س)= لو$_{٣}$ (س^{٢}−٤س) .....

٤- ق(س)= لو$_{٤}$ (٩ − س^{٢}) .....

٥- ق(س) = لو$_{٨}$$\sqrt{س-٤}$ .....

السؤال السادس: حل المعادلات التالية:

١) لو$_{٢}$ (س−٢) + لو$_{٢}$ (س) = ٣

.....

.....

.....

.....

٢) لو$_{٣}$ (س^{٢}+١)^{٥} = ١٠

.....

.....

.....

.....

٣) لو (٢س−١) − لو (س+١) = ٢

.....

.....

.....

.....

٤) ٣ $^{٢س-٥}$ = ٢٧

.....

.....

.....

.....

٥) ٢ ^{٢س} × ٢ = ١

.....

.....

.....

.....

٦) هـ^{س}×هـ$^{س+٢}$ = $\sqrt{هـ}$

.....

.....

.....

.....

السؤال السابع: إذا كانت لو$_{٢}$ س= ٧ ، لو $_{٢}$ ص = ٤ فإن :

١) لو$_{٢}$ س^{٢} = ...

٢) لو$_{٢}$ س×ص = ...

٣) لو$_{٢}$ ٢ص = ...

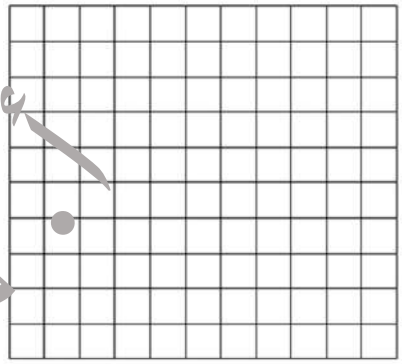
٤) لو$_{٢}$ $\frac{ص}{س}$ = ...

٥) لو$_{٢}$ (٢س×ص^{٢})^{٣} = ...

٦) لو$_{٢}$ $\frac{٤س}{\sqrt{ص}}$ = ...

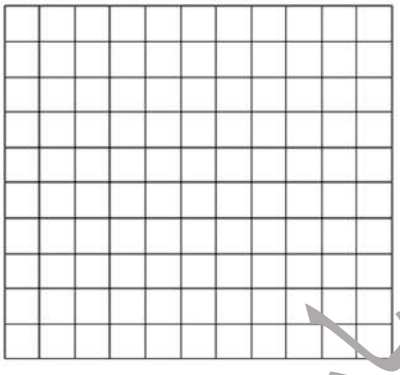
السؤال الثامن: مثل بيانياً كل من الاقترانات التالية محدداً المجال والمدى لكل واحد منها:

(١) ق(س) = $٢^{س}$ − ٣



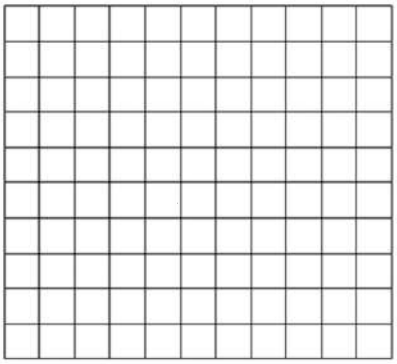
.....

(٢) ق(س) = $٢^{(س+١)}$



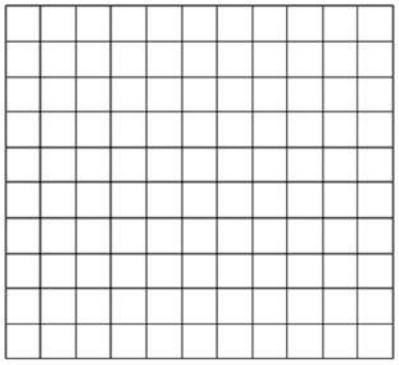
.....

(٣) ق(س) = $٣^{(٢-س)}$



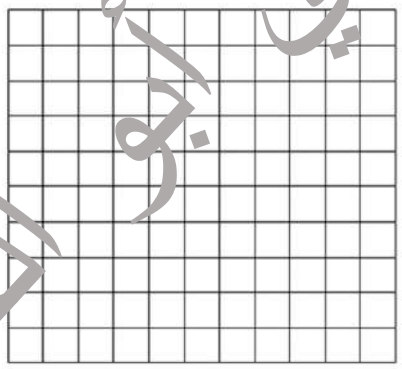
.....

(٤) ق(س) = $هـ^{-س}$



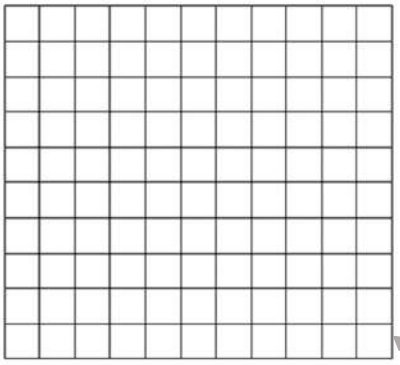
.....

(٥) ق(س) = ١− $هـ^{س}$



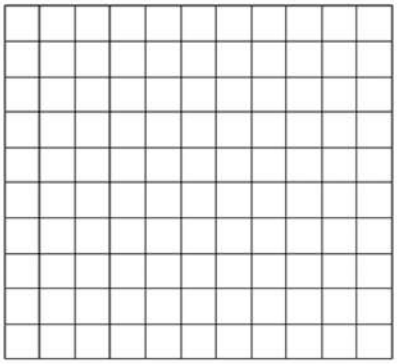
.....

(٦) ق(س) = $-هـ^{-س}$



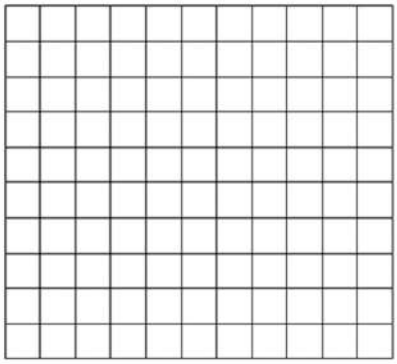
.....

(٧) ق(س) = لو$_{هـ}$ س



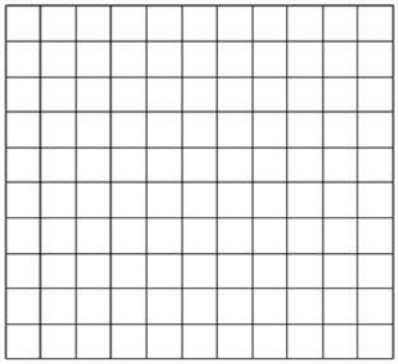
.....

(٨) ق(س)= لو$_{٢}$ (س+٣)



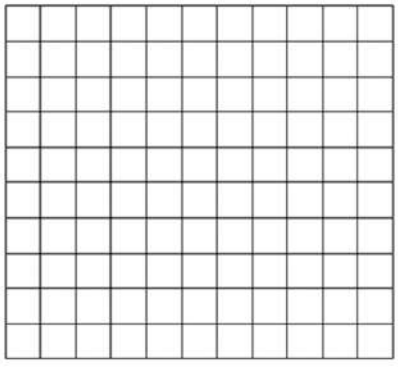
.....

(٩) ق(س) = لو$_{٣}$ (س) −١



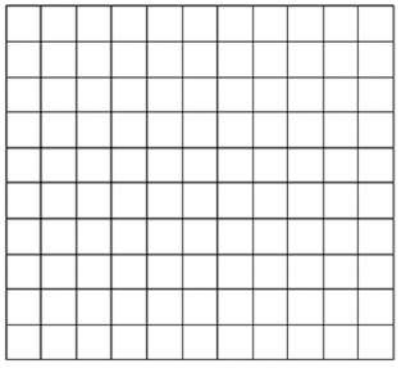
.....

(١٠) ق(س) = لو$_{٢}$ (س−١) +٢



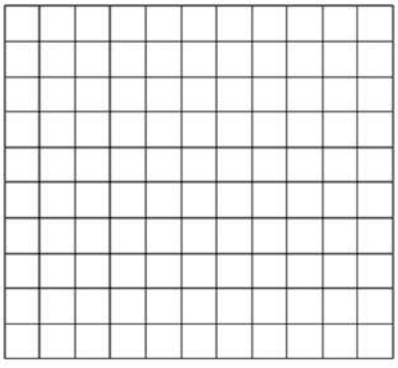
.....

(١١) ق(س) = ١− لو$_{هـ}$ (س)



.....

(١٢) ق(س) = − لو$_{٤}$ (س)



.....

أ. سامي أبو الخير

الوحدة الثالثة

♦ الارتباط الخطي ومعامل الارتباط:

- معامل ارتباط بيرسون: ر = $\frac{\sum س ص - ن \overline{س}\ \overline{ص}}{\sqrt{\sum س^2 - ن \overline{س}^2} \times \sqrt{\sum ص^2 - ن \overline{ص}^2}}$ حيث: ن: عدد القيم

$\overline{س} = \frac{\sum س}{ن}$ ، $\overline{ص} = \frac{\sum ص}{ن}$

- معامل ارتباط سبيرمان (الرتب): ر = ١ − $\frac{٦ \times \sum ف^2}{ن(ن^2 - ١)}$ ،حيث $\sum ف^2$ هي مجموع مربعات الفروق بين رتب س،ص
- قيمة معامل الارتباط : −١ ≤ ر ≤ ١
- كلما زادت قيمة |ر| كلما كان الارتباط أقوى
- الانحدار الخطي البسيط: $\hat{ص}$ = أ س + ب حيث :

أ= $\frac{\sum س ص - ن \overline{س}\ \overline{ص}}{\sum س^2 - ن \overline{س}^2}$ ، ب = $\overline{ص}$ − أ $\overline{س}$

♦ مبدأ العد:

- مبدأ العد الأساسي هو حاصل ضرب عدد الطرق الممكنة لإجراء عملية ما.
- مضروب العدد: هو حاصل ضرب العدد الطبيعي في جميع الأعداد الطبيعية الموجبة الأقل منه .

أي أن : ن! = ن(ن−١)(ن−٢)(ن−٣) ..... ٣×٢×١ فمثلاً: ٥!=٥×٤×٣×٢×١=١٢٠

- ٠! = ١

♦ التباديل والتوافيق:

- التباديل: هي عدد الطرق المختلفة لاختيار عدد من عناصر مجموعة ما مع مراعاة الترتيب ويرمز لها ل(ن،ر)

حيث ن≥ ر ، وتكون: ل(ن،ر) = $\frac{ن!}{(ن-ر)!}$ = ن×(ن−١)×(ن−٢)..... ×(ن−ر+١)

فمثلاً عدد طرق اختيار ٣ عناصر بالترتيب من مجموعة تحتوي على ٧ عناصر: ل(٣،٧)= ٧×٦×٥= ٢١٠ طريقة

- التوافيق: هي عدد الطرق المختلفة لاختيار عدد من عناصر مجموعة ما دون شرط الترتيب، و يرمز لها $\begin{bmatrix} ن \\ ر \end{bmatrix}$ حيث

ن≥ ر ، وتكون $\begin{bmatrix} ن \\ ر \end{bmatrix} = \frac{ل(ن،ر)}{ر!} = \frac{ن!}{ر! \times (ن-ر)!}$

فمثلاً: عدد طرق اختيار ٣ عناصر من مجموعة تحتوي على ٧ عناصر دون ترتيب هي: $\begin{bmatrix} ٧ \\ ٣ \end{bmatrix} = \frac{ل(٣،٧)}{!٣} = \frac{٢١٠}{٦} = ٣٥$

- قوانين التباديل والتوافيق:

القانون	مثال	القانون	مثال
ل(ن،ن)=ن!	ل(٤،٤)=٤! = ٢٤	ل(ن،١)=ن	ل(١،٩) = ٩
ل(ن،٠)=١	ل(٥، ٠) = ١	ل(ن،ن−١)= ل(ن،ن)	ل(٣،٤) = ل(٤،٤)= ٢٤
$\begin{bmatrix} ن \\ ن \end{bmatrix}$ = ١	$\begin{bmatrix} ٧ \\ ٧ \end{bmatrix}$ = ١	$\begin{bmatrix} ن \\ ١ \end{bmatrix}$ = ن	$\begin{bmatrix} ٩ \\ ١ \end{bmatrix}$ = ٩
$\begin{bmatrix} ن \\ ن-١ \end{bmatrix}$ = ن	$\begin{bmatrix} ٩ \\ ٨ \end{bmatrix}$ = ٩	$\begin{bmatrix} ن \\ ن-ر \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ن \\ ر \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ٨ \\ ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ \\ ٣ \end{bmatrix}$ = ٥٦
$\begin{bmatrix} ن \\ ٠ \end{bmatrix}$ = ١	$\begin{bmatrix} ٥ \\ ٠ \end{bmatrix}$ = ١		

♦ نظرية ذات الحدين:

- $(أ+ب)^{ن} = \sum_{ر=0}^{ن} \begin{bmatrix} ن \\ ر \end{bmatrix} أ^{ن-ر} ب^{ر}$
- عدد حدود $(أ+ب)^{ن}$ = ن+١
- الصورة العامة للحد العام: $ح_{ر+١} = \begin{bmatrix} ن \\ ر \end{bmatrix} أ^{ن-ر} ب^{ر}$
- إذا كان ن عدداً زوجياً فيكون عدد الحدود فردياً وبالتالي هناك حد أوسط وحيد رتبته: $\frac{ن}{٢}$ +١ أو بصيغة أخرى: $\frac{ن+٢}{٢}$
  أما إذا كان ن عدداً فردياً فيكون عدد الحدود زوجياً وبالتالي هناك حدين أوسطين رتبتيهما: $\frac{ن+١}{٢}$ ، $\frac{ن+٣}{٢}$
- الحد الذي يحتوي على $س^{ر}$ في مكوك $(س+أ)^{ن}$ رتبته : ن−ر+١ مثلاً: الحد الذي يحتوي على $س^{٥}$ في مفكوك: $(س-٣)^{٨}$ هو الحد الرابع (٨−٥+١)= ٤

تمارين عامة على الوحدة الثالثة:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

١) الشكل الناتج من تعيين النقاط على المستوى الديكارتي يسمى :

أ) شكل الانتشار ب) معامل الارتباط ج) خط الانحدار د) منحنى الارتباط

٢) إذا كان معامل الارتباط ر= صفر فإن الارتباط يكون :

أ) قوياً ب) ضعيفاً ج) تاماً د) لا يوجد ارتباط

٣) إذا كان معامل الارتباط ر= −١ فإن الارتباط يكون:

أ) قوياً ب) ضعيفاً ج) تاماً د) لا يوجد ارتباط

٤) واحد من القيم التالية لا يمكن أن تكون قيمة معامل ارتباط بين متغيرين:

أ) صفر ب) ١ ج) −١ د) ٢,٨

٥) في معامل ارتباط سبيرمان إذا تم ترتيب القيم تصاعدياً فإن: رتبة القيمة ٤ من بين القيم التالية ٣،٥،٤،٢،٤ هي:

أ) ٣ ب) ٢ ج) ٣,٥ د) ٢,٥

٦) إذا كانت $\hat{ص}$ = ٣−٢س وكانت $\overline{س}$ = ٥ فإن $\overline{ص}$ =

أ) ١٣ ب) −٧ ج) −٣ د) ٥

٧) إذا كانت $\hat{ص}$ = ٢س−٩ ، فإن قيمة المتغير الثاني المتوقعة مقابل القيمة ٥ هي:

أ) ١ ب) ١٠ ج) −٤ د) ٢

٨) عدد الطرق التي يمكن من خلالها اختيار كرتين مختلفتين على التوالي من صندوق به ٧ كرات دون إرجاع هي:

أ) ١٤ ب) ٤٢ ج) ٩ د) ٤٩

٩) في السؤال السابق ، في حال تم إعادة الكرة المسحوبة أولاً فإن عدد الطرق تساوي

أ) ١٤ ب) ٤٢ ج) ٩ د) ٤٩

١٠) إذا كانت ل(ن،ن)= ٢٤ فإن ن=

أ) ٢٤ ب) ١ ج) ٤ د) ٦

١١) إذا كانت ل(ن،٢) = ٢٠ فإن ن=

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٥! د) ١٠

١٢) إذا كانت ل(٥،ر)=٦٠ فإن ر =

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٣ د) ٢

١٣) إذا كانت $(^{٦}_{س}) = (^{٦}_{٢س})$ فإن س =

أ) ٠ ب) ٢ ج) ٣ د) أ،ب معاً

١٤) إذا كانت $(^{ن}_{٧}) = (^{ن}_{٥})$ فإن ن =

أ) ٣٥ ب) ١٢ ج) ٢ د) ٩

١٥) قيمة الحد الأوسط في مفكوك $(س+٢)^{٤}$ =

أ) $٢٤س^{٢}$ ب) $٦ س^{٢}$ ج) $١٢ س^{٢}$ د) $٤ س^{٢}$

١٦) رتبة الحد قبل الأخير في مفكوك $(س-١)^{٧}$ هي :

أ) $٧س^{٦}$ ب) $-٧س^{٦}$ ج) ٧ د) ٨

١٧) قيمة الحد قبل الأخير في مفكوك $(س-٣)^{٥}$ هي :

أ) $٣س^{٤}$ ب) $-٣س^{٤}$ ج) ٤ د) -٣

١٨) رتبة الحد الأوسط في مفكوك $(س+ص)^{١٤}$ هي:

أ) ٧ ب) ٨ ج) ٧، ٨ د) ٦، ٧

١٩) عدد طرق اختيار ٣ بنات و٥ أولاد من بين ٥ بنات و٨ أولاد عشوائياً هي:

أ) ٦٠ ب) ٢٠١٦٠ ج) ٥٦٠ د) ٩٦

٢٠) لعينة من ٥ أفراد إذا كان $\sum ف^{٢}$ = ١٢ فإن معامل ارتباط سبيرمان =

أ) ٠,٦ ب) ٠,٤ ج) ١,٦ د) -٠,٤

السؤال الثاني: جد ما هو مطلوب فيما يلي:

١) إذا كانت $(^{١٦}_{س}) = (^{١٦}_{٢س+١})$ فإن س =.....

٢) إذا كان $(٤-٥س)! = ٦$ فإن س = ...

٣) إذا كانت ل(ن،٣)= ٢١٠ فإن ن = ...

٤) إذا كانت ل(ن،ن-٢) = ٦٠ فإن ن = ...

٥) قيمة الحد الخامس في مفكوك $(٣-٢س)^{٧}$ = ...

٦) معامل $س^{٣}$ في مفكوك $(٢س+١)^{٥}$ = ...

٧) إذا كانت $\bar{س} = ٢$ ، $\bar{ص} = ٥$ ، ب= ٣ فإن أ = ...

$\hat{ص}$ = ...

٨) عدد الأعداد الزوجية من منزلتين التي يمكن تكوينها من الأرقام من ١-٧ هي .....

٩) إذا كانت قيمة معامل ارتباط سبيرمان لعينة من ٦ أشخاص = ٠,٨ ، فإن $\sum ف^{٢}$ = ...

١٠) الحد الذي له نفس معامل الحد ٢٣ في مفكوك $(س+ص)^{٢٥}$ هو .....

١١) إشارة الحد السادس في مفكوك $(٢س-٧)^{١٣}$ .....

١٢) رتبة الحد الذي يحتوي على $س^{٦}$ في مفكوك $(س+٢)^{١٤}$ هي .....

السؤال الثالث: اختصر بأبسط صورة:

١) $\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!}$

٢) $\binom{ن+١}{٣}$

.....

.....

.....

.....

٣) $\frac{ل(ن،ن)}{ل(ن،ن-٢)}$

٤) $ر! \times \binom{ن}{ر}$

.....

.....

.....

.....

السؤال الرابع : (أ) الجدول التالي يمثل علامات ٧ طلاب في مادتي الرياضيات والفيزياء

الرياضيات	٨	٥	١٠	٧	٤	٢	٦
الفيزياء	١٠	٤	٩	٩	٦	٣	٨

١) احسب معامل ارتباط بيرسون

.....

.....

.....

٢) جد معادلة خط انحدار ص على س

.....

.....

.....

٣) ما هي العلامة المتوقعة لطالب حصل على درجة ٧ في الرياضيات

.....

(ب) احسب معامل ارتباط سبيرمان للقيم التالية:

س	٤	٢	٢	٥	١	
ص	١	٣	٥	١	٤	

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أ. سامي أبو الخير

السؤال الخامس: جد قيمة كل من:

١) $\frac{!٧ \times !١٢}{!٨ \times !١٠}$ = ...

.....

.....

.....

٢) ل(٥،٧) – ل(٣،٥) = ...

.....

.....

٣) $\binom{٨}{٦} \times \binom{٦}{٤}$ = ...

.....

.....

٤) $(س-١)^{٦}$ = ...

.....

.....

.....

٥) $(\frac{١}{٢} - ٢س)^{٣}$ = ...

.....

.....

.....

٦) $\frac{(س+٣)^{٢٠}}{(س+٣)^{١٦}}$ = ...

.....

.....

.....

مع فائق رجاءنا لكم بالنجاح والتفوق

أ.سامي عبد العزيز أبو الخير

مدرسة الدوحة الثانوية (ب) للبنين

لأي استفسار أو ملاحظة:

Fb.com/samcelona " Sami Abdel Aziz "

جوال: ٠٥٩٩٦١٦٢٤٧ وطنية: ٠٥٦٧٦١٦٢٦٧