

الرياضيات للصف الثاني عشر الأدبي والشرعي

عنوان الدرس:

التوزيع الطبيعي المعياري

إشراف:

د. رحمة محمد عودة

إعداد وتقديم:

أ. منال محمد الصباغ

2019-2018



بوابة روافد
التعليمية



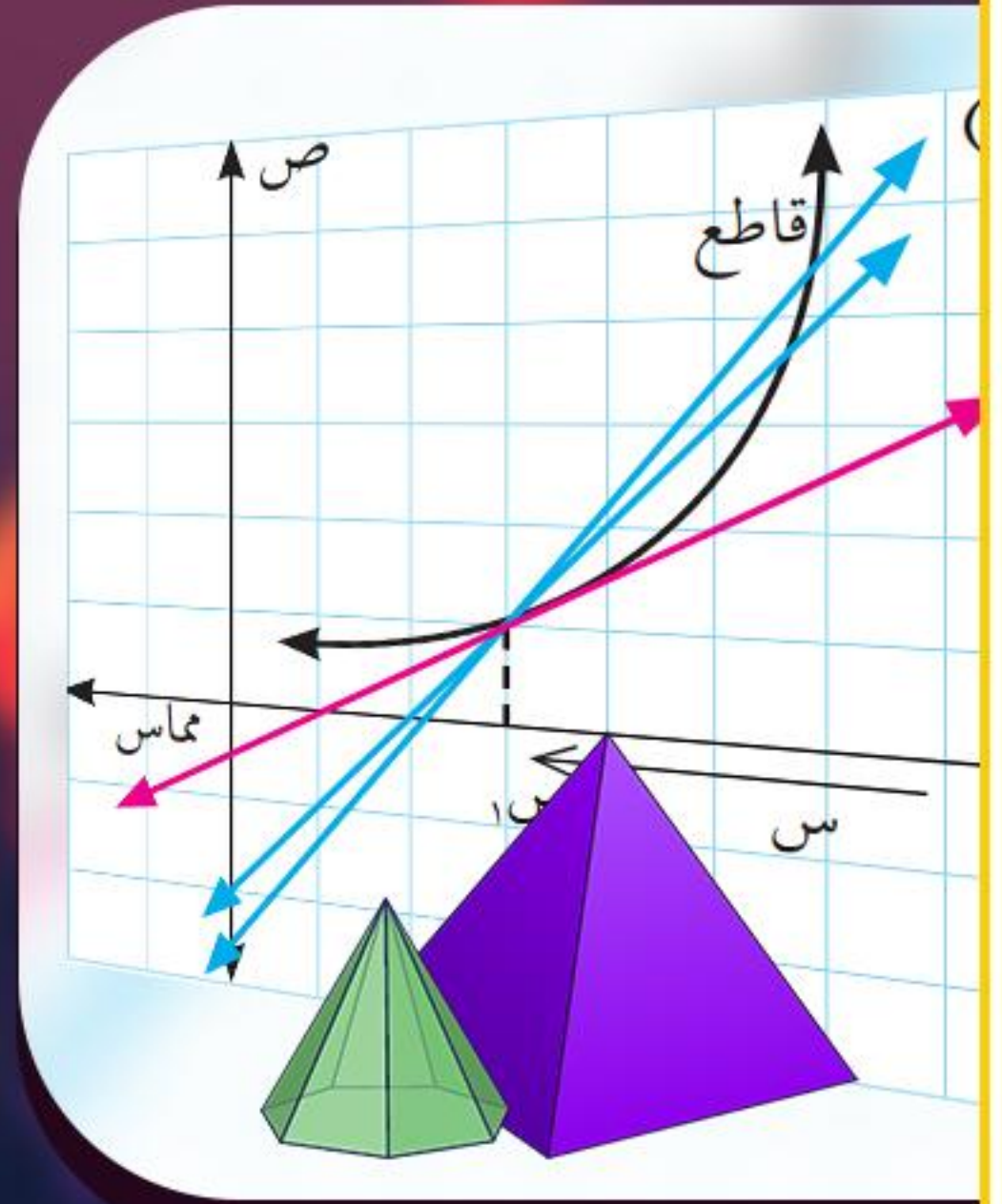
الإدارة العامة للإشراف
والتأهيل التربوي



إذاعة صوت
التربية والتعليم



وزارة التربية
والتعليم العالي



أهداف الدرس



بعد الانتهاء من الدرس يُتوقع أن تكون قادراً على أن:

- تُعرّف التوزيع الطبيعي المعياري وتبين شكل منحناه وأهم خصائصه.
- تتعرف إلى استخدام جداول حساب المساحة أسفل المنحنى الطبيعي المعياري.
- تحسب المساحة أسفل المنحنى الطبيعي المعياري.
- توظف التوزيع الطبيعي المعياري في تطبيقات حياتية.



التوزيع الطبيعي المعياري وخصائصه

نشاط



الهيموجلوبين هو بروتين موجود داخل كريات الدم الحمراء، وهو الذي يكسب خلايا الدم اللون الأحمر، وتتلخّص وظيفته في نقل الأوكسجين من الرئة إلى مختلف أعضاء الجسم حتى تقوم بوظائفها على أكمل وجه. وتتراوح نسبة الهيموجلوبين في الدم عند الرجال البالغين في العالم بين ١٣ و ١٧ غرام/ديسيلتر.

تتوزع نسبة الهيموجلوبين في الدم بشكل طبيعي بين الرجال البالغين.

نشاط

فقليل منهم تنخفض لديهم هذه النسبة في الدم عن ١٣ كذلك نسبة قليلة جداً تزيد نسبة الهيموجلوبين عندهم عن ١٧ .

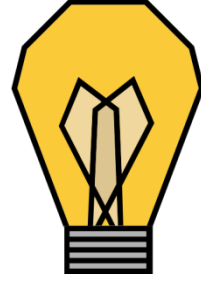
- إذا كانت نسبة الهيموجلوبين في الدم لدى عمر ٤ و ١٠ فمستوى الهيموجلوبين لديه **منخفض**
- إذا كانت نسبة الهيموجلوبين في الدم لدى خالد ٣ و ١٥ فمستوى الهيموجلوبين لديه **طبيعي**
- إذا كانت نسبة الهيموجلوبين في الدم لدى علي ٢ و ١٨ فمستوى الهيموجلوبين لديه **مرتفع**





عدد بعضاً من الظواهر الطبيعية التي تتوزع توزيعاً طبيعياً

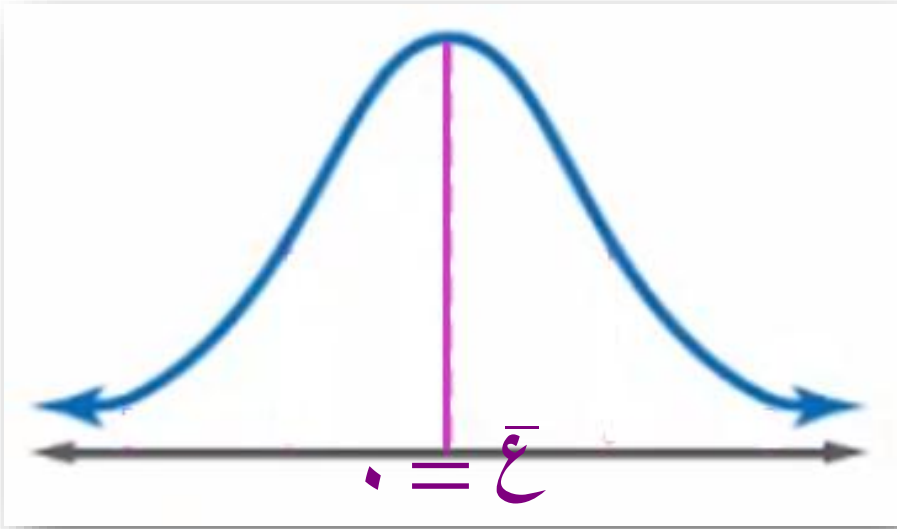
هناك العديد من الظواهر الطبيعية مثل درجة الحرارة، مستوى الذكاء، الوزن، الطول، المسافة ودرجات الطلاب وغيرها الكثير



ما هي استخدامات التوزيع الطبيعي المعياري؟

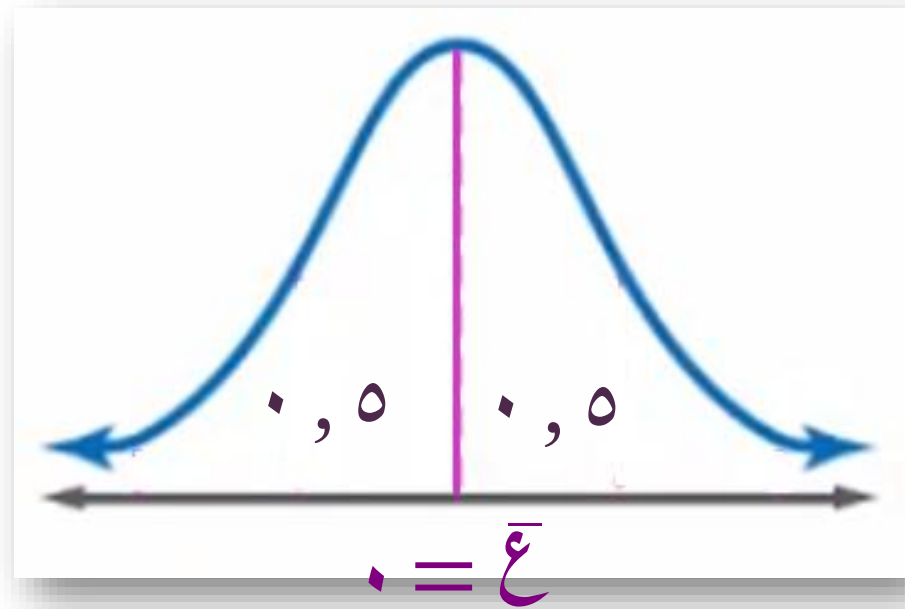
يستخدم هذا التوزيع في كثير من التجارب الصناعية واختبارات الجودة و التحاليل الإحصائية وغيرها من الاستخدامات الواسعة.

تعريف: منحنى التوزيع الطبيعي المعياري



منحنى التوزيع الطبيعي المعياري هو منحنى تكراري لتوزيع العلامات المعيارية مقابل تكراراتها، بوسط حسابي يساوي صفر وانحراف معياري يساوي واحد .

خصائص منحنى التوزيع الطبيعي المعياري:



(١) المنحنى متصل

(٢) يقترب من محور السينات دون أن يمسّه

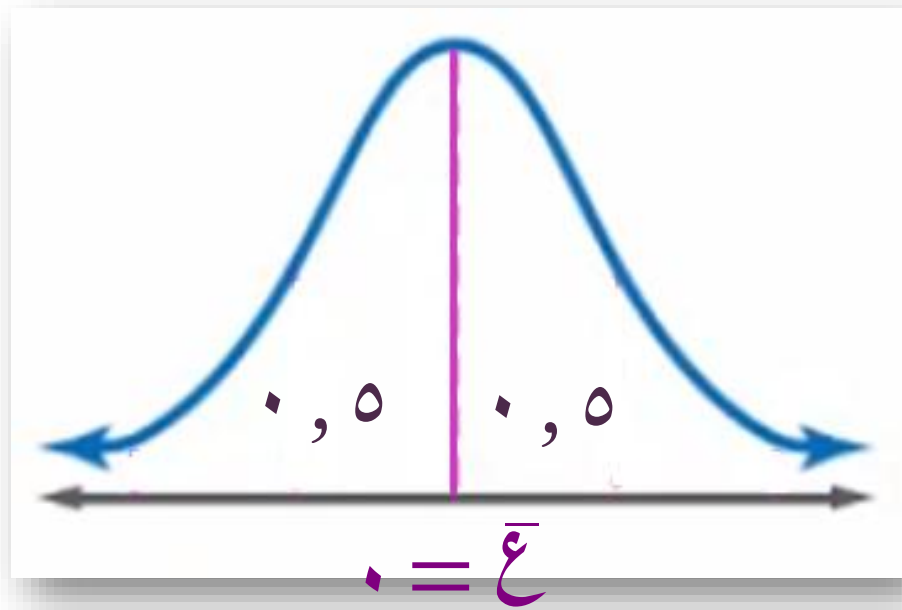
(٣) يشبه الجرس

خصائص منحنى التوزيع الطبيعي المعياري:

٤) متماثل حول $\bar{x} = 0$.

٥) يقسم المحور الأفقي فيه بمقدار انحراف معياري واحد بكل وحدة

٦) المساحة المحصورة بين المنحنى والمحور الأفقي تساوي وحدة مربعة واحدة



لاحظ التماثل في جبل الطابور... ماذا يعني لك هذا التماثل؟



يقع في القسم الجنوبي للجليل الأسفل شمال مرج ابن عامر في فلسطين. يبلغ ارتفاعه حوالي ٥٨٨ متر فوق سطح البحر.

مثال: اختر الإجابة الصحيحة من البدائل التالية:

ما قيمة الوسط الحسابي للعلامات المعيارية في التوزيع الطبيعي المعيارى؟

- أ) ١ ب) ٢ ج) صفر د) ١-١

مثال: اختر الإجابة الصحيحة من البدائل التالية:

ما قيمة الانحراف المعياري للعلامات المعيارية في التوزيع الطبيعي المعياري؟

(د) - ١

(ج) صفر

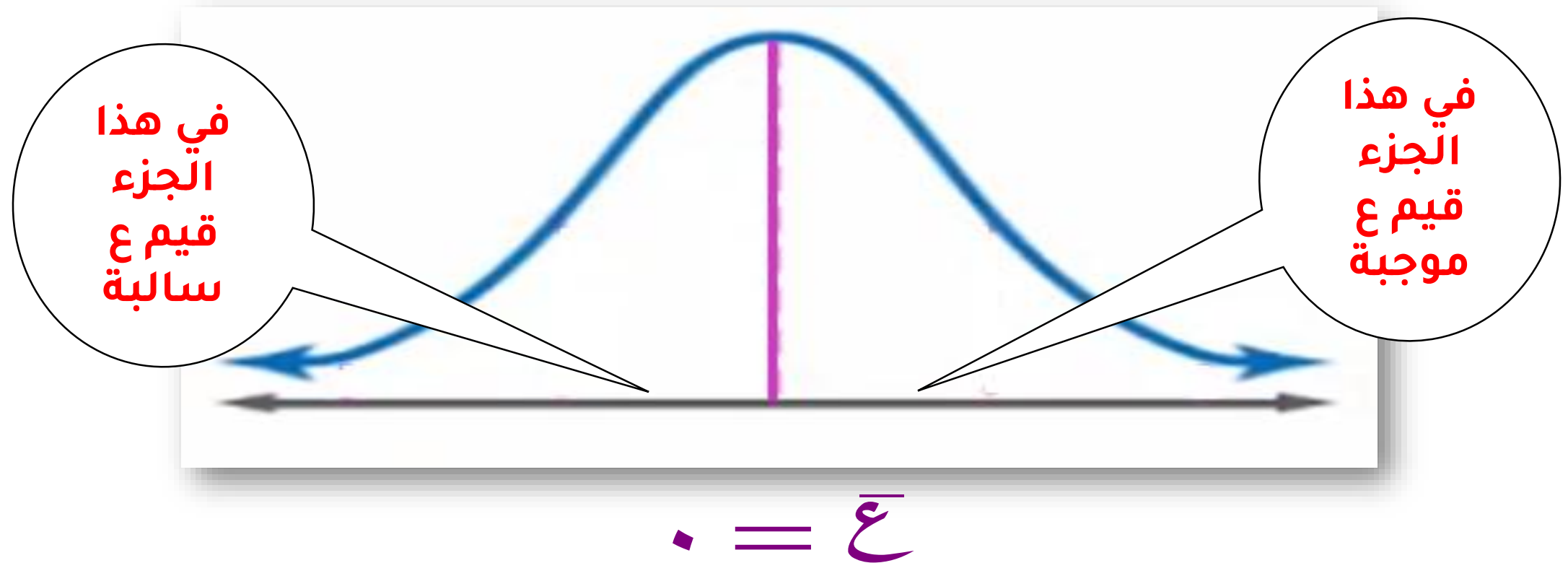
(ب) ٢

(أ) ١

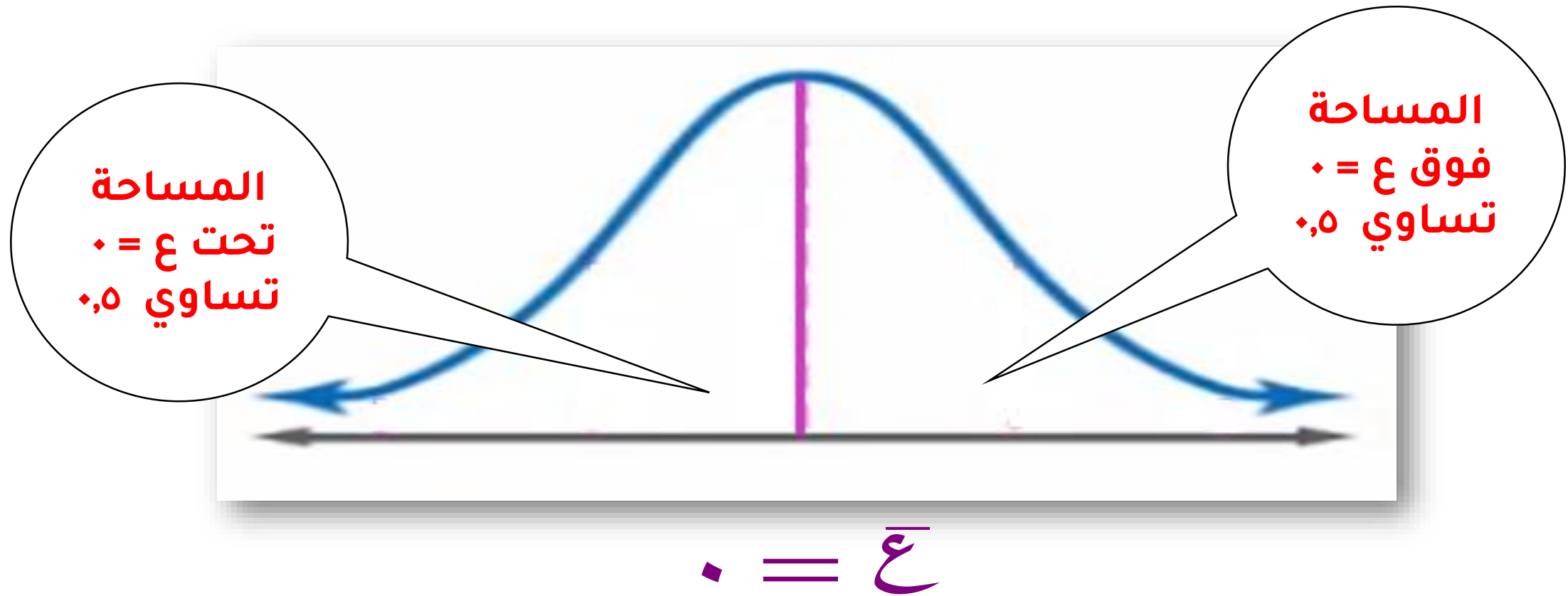


جداول حساب المساحة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي

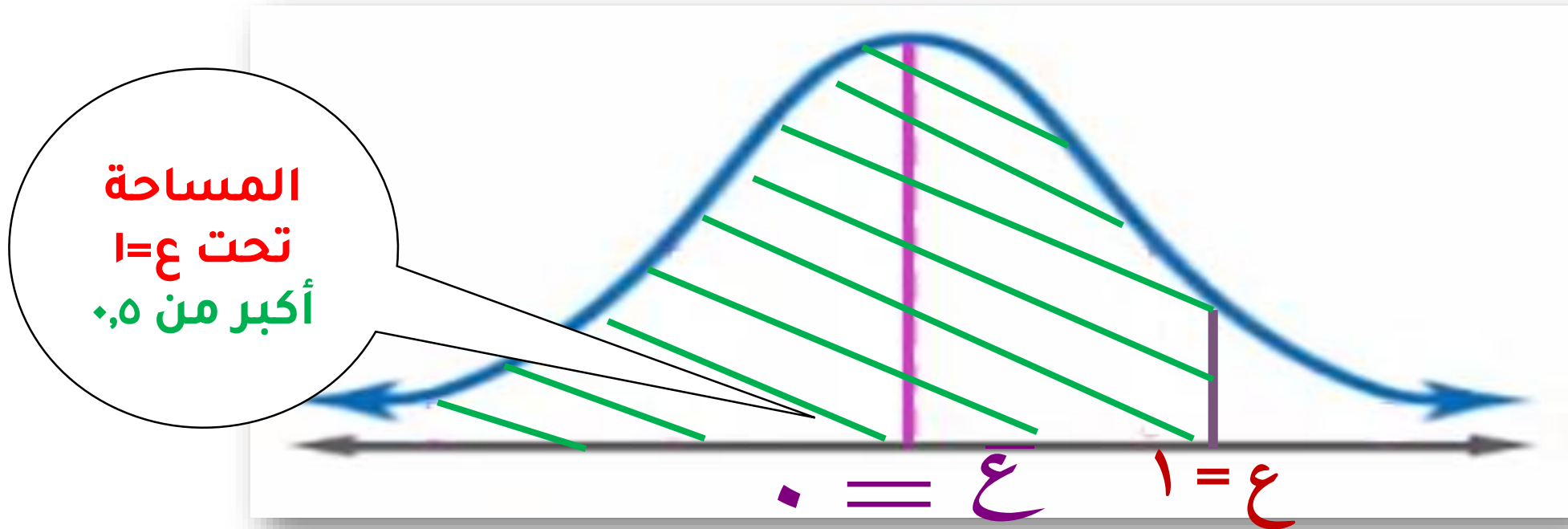
المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري



المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري

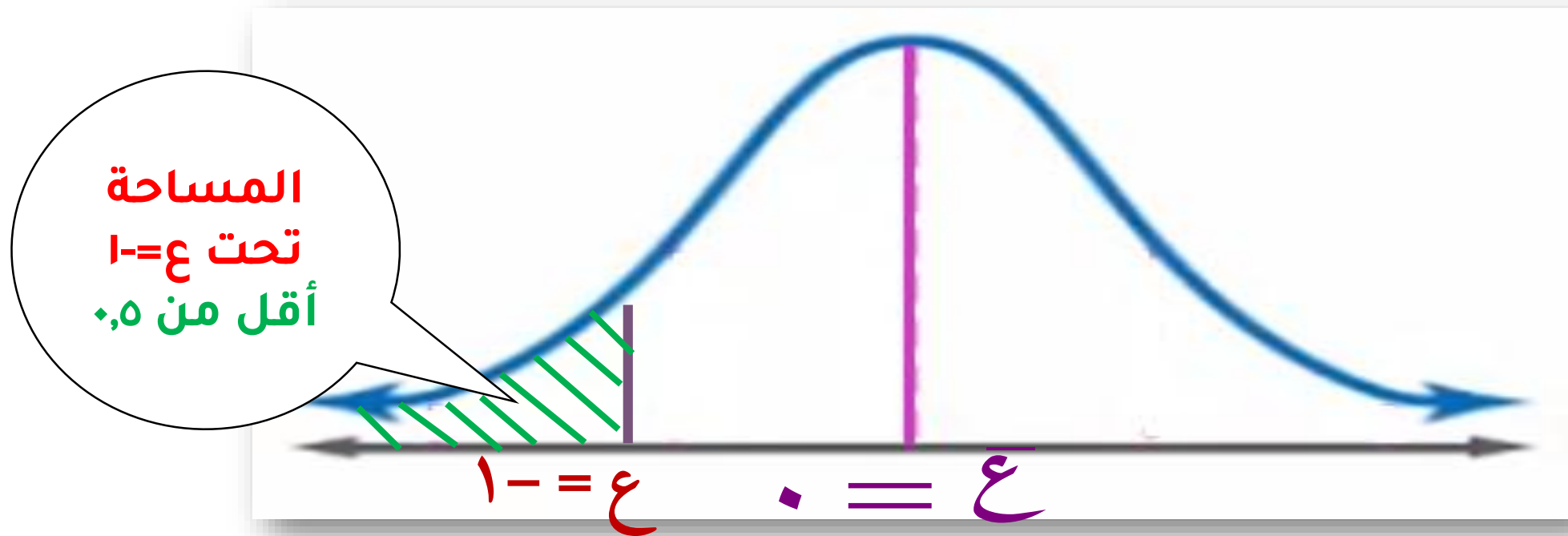


المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري



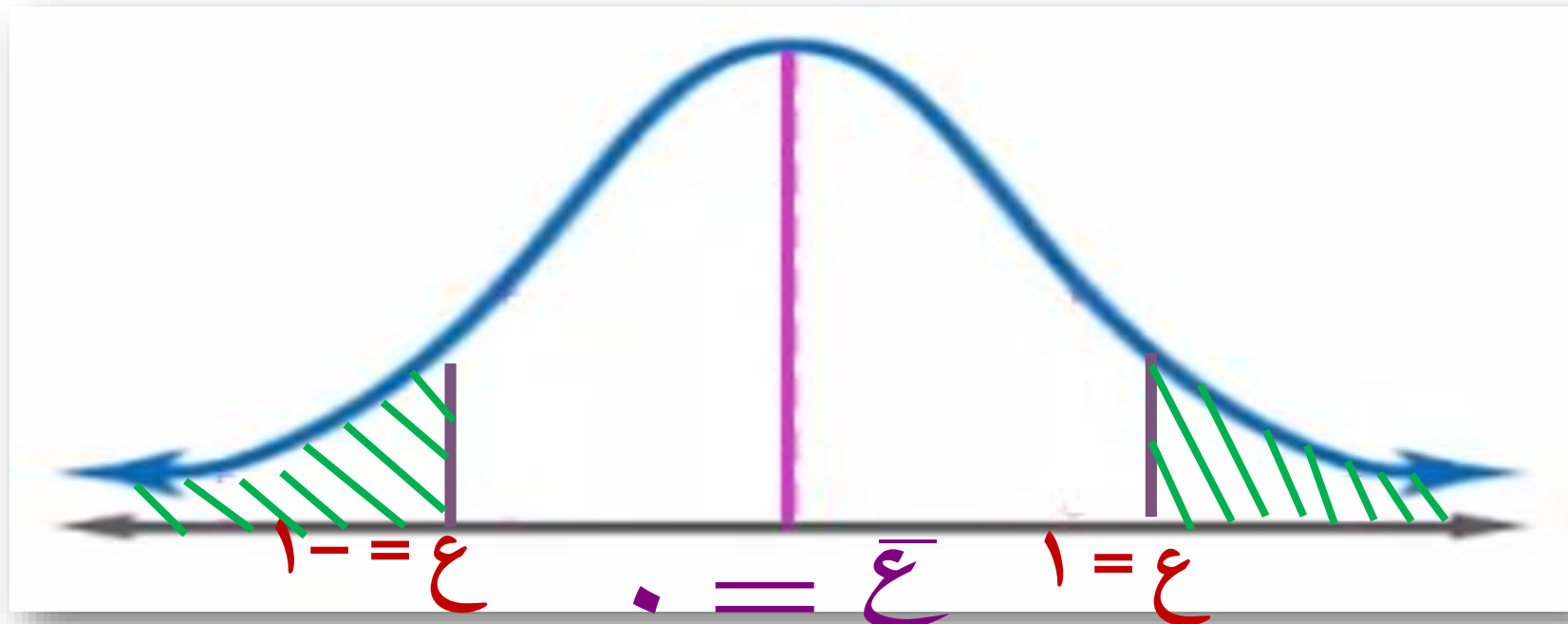
تحت أي قيمة موجبة لـ $ع$ تكون المساحة أكبر من $٠,٥$

المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري



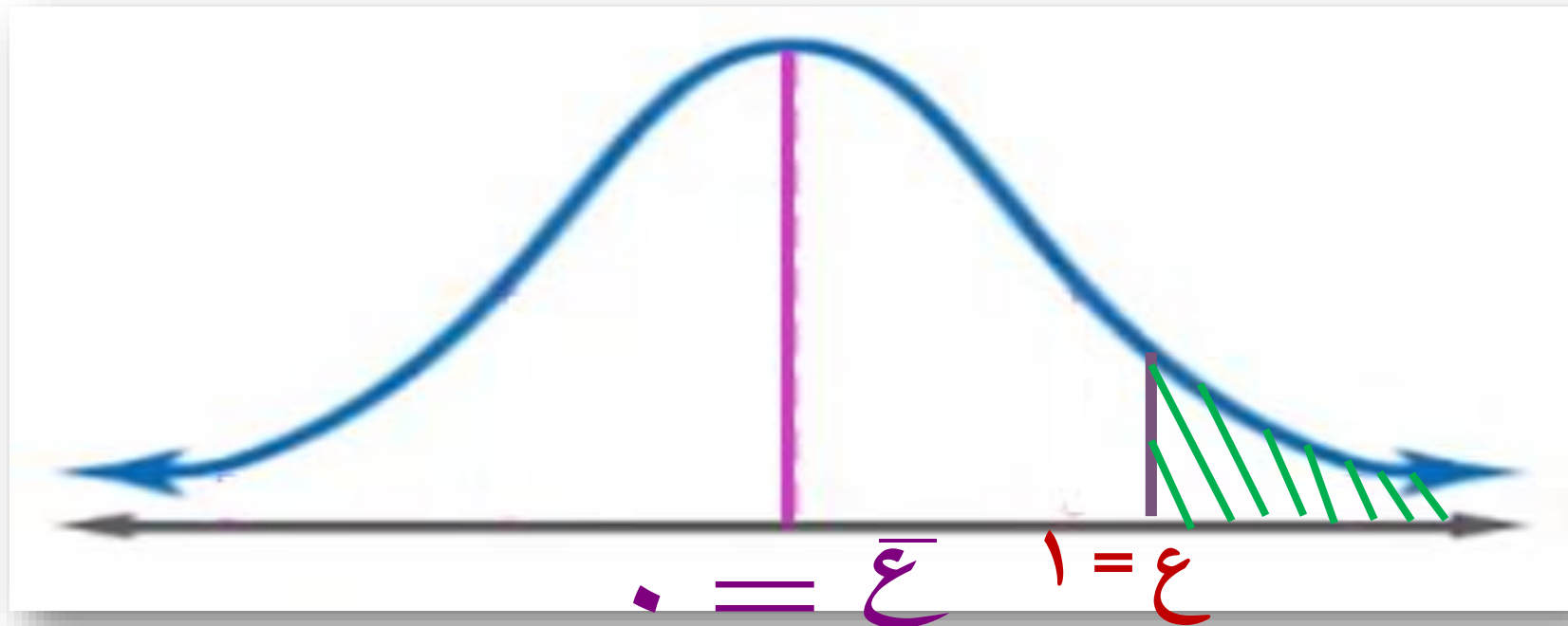
تحت أي قيمة سالبة لـ $ع$ تكون المساحة أقل من ٠,٥

المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري



المساحة تحت $ع = ١ -$ تساوي المساحة فوق $ع = ١ =$
من التماثل

المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري



المساحة فوق $a = ع$ تساوي $1 -$ المساحة تحت $ع = ا$

الجدول المستخدمة لحساب المساحة المحصورة بمنحنى التوزيع الطبيعي المعياري والواقعة تحت قيمة z



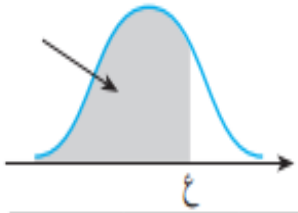
z	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	z
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5200	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	0.0
0.1	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5200	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	0.5399	0.1
0.2	0.5080	0.5120	0.5160	0.5200	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	0.5399	0.5439	0.2
0.3	0.5120	0.5160	0.5200	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	0.5399	0.5439	0.5479	0.3
0.4	0.5160	0.5200	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	0.5399	0.5439	0.5479	0.5519	0.4
0.5	0.5200	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	0.5399	0.5439	0.5479	0.5519	0.5559	0.5
0.6	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	0.5399	0.5439	0.5479	0.5519	0.5559	0.5599	0.6
0.7	0.5279	0.5319	0.5359	0.5399	0.5439	0.5479	0.5519	0.5559	0.5599	0.5639	0.7
0.8	0.5319	0.5359	0.5399	0.5439	0.5479	0.5519	0.5559	0.5599	0.5639	0.5679	0.8
0.9	0.5359	0.5399	0.5439	0.5479	0.5519	0.5559	0.5599	0.5639	0.5679	0.5719	0.9
1.0	0.5399	0.5439	0.5479	0.5519	0.5559	0.5599	0.5639	0.5679	0.5719	0.5759	1.0
1.1	0.5439	0.5479	0.5519	0.5559	0.5599	0.5639	0.5679	0.5719	0.5759	0.5799	1.1
1.2	0.5479	0.5519	0.5559	0.5599	0.5639	0.5679	0.5719	0.5759	0.5799	0.5839	1.2
1.3	0.5519	0.5559	0.5599	0.5639	0.5679	0.5719	0.5759	0.5799	0.5839	0.5879	1.3
1.4	0.5559	0.5599	0.5639	0.5679	0.5719	0.5759	0.5799	0.5839	0.5879	0.5919	1.4
1.5	0.5599	0.5639	0.5679	0.5719	0.5759	0.5799	0.5839	0.5879	0.5919	0.5959	1.5
1.6	0.5639	0.5679	0.5719	0.5759	0.5799	0.5839	0.5879	0.5919	0.5959	0.5999	1.6
1.7	0.5679	0.5719	0.5759	0.5799	0.5839	0.5879	0.5919	0.5959	0.5999	0.6039	1.7
1.8	0.5719	0.5759	0.5799	0.5839	0.5879	0.5919	0.5959	0.5999	0.6039	0.6079	1.8
1.9	0.5759	0.5799	0.5839	0.5879	0.5919	0.5959	0.5999	0.6039	0.6079	0.6119	1.9
2.0	0.5799	0.5839	0.5879	0.5919	0.5959	0.5999	0.6039	0.6079	0.6119	0.6159	2.0
2.1	0.5839	0.5879	0.5919	0.5959	0.5999	0.6039	0.6079	0.6119	0.6159	0.6199	2.1
2.2	0.5879	0.5919	0.5959	0.5999	0.6039	0.6079	0.6119	0.6159	0.6199	0.6239	2.2
2.3	0.5919	0.5959	0.5999	0.6039	0.6079	0.6119	0.6159	0.6199	0.6239	0.6279	2.3
2.4	0.5959	0.5999	0.6039	0.6079	0.6119	0.6159	0.6199	0.6239	0.6279	0.6319	2.4
2.5	0.5999	0.6039	0.6079	0.6119	0.6159	0.6199	0.6239	0.6279	0.6319	0.6359	2.5
2.6	0.6039	0.6079	0.6119	0.6159	0.6199	0.6239	0.6279	0.6319	0.6359	0.6399	2.6
2.7	0.6079	0.6119	0.6159	0.6199	0.6239	0.6279	0.6319	0.6359	0.6399	0.6439	2.7
2.8	0.6119	0.6159	0.6199	0.6239	0.6279	0.6319	0.6359	0.6399	0.6439	0.6479	2.8
2.9	0.6159	0.6199	0.6239	0.6279	0.6319	0.6359	0.6399	0.6439	0.6479	0.6519	2.9
3.0	0.6199	0.6239	0.6279	0.6319	0.6359	0.6399	0.6439	0.6479	0.6519	0.6559	3.0



z	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	z
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	0.0
0.1	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	0.4601	0.1
0.2	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	0.4601	0.4561	0.2
0.3	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	0.4601	0.4561	0.4521	0.3
0.4	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	0.4601	0.4561	0.4521	0.4481	0.4
0.5	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	0.4601	0.4561	0.4521	0.4481	0.4441	0.5
0.6	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	0.4601	0.4561	0.4521	0.4481	0.4441	0.4401	0.6
0.7	0.4721	0.4681	0.4641	0.4601	0.4561	0.4521	0.4481	0.4441	0.4401	0.4361	0.7
0.8	0.4681	0.4641	0.4601	0.4561	0.4521	0.4481	0.4441	0.4401	0.4361	0.4321	0.8
0.9	0.4641	0.4601	0.4561	0.4521	0.4481	0.4441	0.4401	0.4361	0.4321	0.4281	0.9
1.0	0.4601	0.4561	0.4521	0.4481	0.4441	0.4401	0.4361	0.4321	0.4281	0.4241	1.0
1.1	0.4561	0.4521	0.4481	0.4441	0.4401	0.4361	0.4321	0.4281	0.4241	0.4201	1.1
1.2	0.4521	0.4481	0.4441	0.4401	0.4361	0.4321	0.4281	0.4241	0.4201	0.4161	1.2
1.3	0.4481	0.4441	0.4401	0.4361	0.4321	0.4281	0.4241	0.4201	0.4161	0.4121	1.3
1.4	0.4441	0.4401	0.4361	0.4321	0.4281	0.4241	0.4201	0.4161	0.4121	0.4081	1.4
1.5	0.4401	0.4361	0.4321	0.4281	0.4241	0.4201	0.4161	0.4121	0.4081	0.4041	1.5
1.6	0.4361	0.4321	0.4281	0.4241	0.4201	0.4161	0.4121	0.4081	0.4041	0.4001	1.6
1.7	0.4321	0.4281	0.4241	0.4201	0.4161	0.4121	0.4081	0.4041	0.4001	0.3961	1.7
1.8	0.4281	0.4241	0.4201	0.4161	0.4121	0.4081	0.4041	0.4001	0.3961	0.3921	1.8
1.9	0.4241	0.4201	0.4161	0.4121	0.4081	0.4041	0.4001	0.3961	0.3921	0.3881	1.9
2.0	0.4201	0.4161	0.4121	0.4081	0.4041	0.4001	0.3961	0.3921	0.3881	0.3841	2.0
2.1	0.4161	0.4121	0.4081	0.4041	0.4001	0.3961	0.3921	0.3881	0.3841	0.3801	2.1
2.2	0.4121	0.4081	0.4041	0.4001	0.3961	0.3921	0.3881	0.3841	0.3801	0.3761	2.2
2.3	0.4081	0.4041	0.4001	0.3961	0.3921	0.3881	0.3841	0.3801	0.3761	0.3721	2.3
2.4	0.4041	0.4001	0.3961	0.3921	0.3881	0.3841	0.3801	0.3761	0.3721	0.3681	2.4
2.5	0.4001	0.3961	0.3921	0.3881	0.3841	0.3801	0.3761	0.3721	0.3681	0.3641	2.5
2.6	0.3961	0.3921	0.3881	0.3841	0.3801	0.3761	0.3721	0.3681	0.3641	0.3601	2.6
2.7	0.3921	0.3881	0.3841	0.3801	0.3761	0.3721	0.3681	0.3641	0.3601	0.3561	2.7
2.8	0.3881	0.3841	0.3801	0.3761	0.3721	0.3681	0.3641	0.3601	0.3561	0.3521	2.8
2.9	0.3841	0.3801	0.3761	0.3721	0.3681	0.3641	0.3601	0.3561	0.3521	0.3481	2.9
3.0	0.3801	0.3761	0.3721	0.3681	0.3641	0.3601	0.3561	0.3521	0.3481	0.3441	3.0

مثال: ما قيمة المساحة تحت ع تساوي ٧٤,٠ من الجدول؟

الحل:



العمود

جدول التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

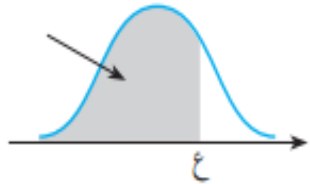
ع	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٣٥٩
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥٩٦	٠,٥٦٣٦	٠,٥٦٧٥	٠,٥٧١٤	٠,٥٧٥٣
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٧١	٠,٥٩١٠	٠,٥٩٤٨	٠,٥٩٨٧	٠,٦٠٢٦	٠,٦٠٦٤	٠,٦١٠٣	٠,٦١٤١
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣	٠,٦٣٣١	٠,٦٣٦٨	٠,٦٤٠٦	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٨٠	٠,٦٥١٧
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤	٠,٦٧٠٠	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٧٢	٠,٦٨٠٨	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٧٩
٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩٨٥	٠,٧٠١٩	٠,٧٠٥٤	٠,٧٠٨٨	٠,٧١٢٣	٠,٧١٥٧	٠,٧١٩٠	٠,٧٢٢٤
٠,٦	٠,٧٢٥٧	٠,٧٢٩١	٠,٧٣٢٤	٠,٧٣٥٧	٠,٧٣٨٩	٠,٧٤٢٢	٠,٧٤٥٤	٠,٧٤٨٦	٠,٧٥١٧	٠,٧٥٤٩
٠,٧	٠,٧٥٨٠	٠,٧٦١١	٠,٧٦٤٢	٠,٧٦٧٣	٠,٧٧٠٤	٠,٧٧٣٤	٠,٧٧٦٤	٠,٧٧٩٤	٠,٧٨٢٣	٠,٧٨٥٢
٠,٨	٠,٧٨٨١	٠,٧٩١٠	٠,٧٩٣٩	٠,٧٩٦٧	٠,٧٩٩٥	٠,٨٠٢٣	٠,٨٠٥١	٠,٨٠٧٨	٠,٨١٠٦	٠,٨١٣٣
٠,٩	٠,٨١٥٩	٠,٨١٨٦	٠,٨٢١٢	٠,٨٢٣٨	٠,٨٢٦٤	٠,٨٢٨٩	٠,٨٣١٥	٠,٨٣٤٠	٠,٨٣٦٥	٠,٨٣٨٩
١,٠	٠,٨٤١٣	٠,٨٤٣٨	٠,٨٤٦١	٠,٨٤٨٥	٠,٨٥٠٨	٠,٨٥٣١	٠,٨٥٥٤	٠,٨٥٧٧	٠,٨٥٩٩	٠,٨٦٢١

الصف

تقرأ المساحة من الجدول بالنظر إلى العدد الواقع عند تقاطع الصف $ع=٧,٠$ والعمود $٠,٤$ لنجد العدد $٧٧٠٤,٠$

إذن المساحة المطلوبة هي:
 $٧٧٠٤,٠$

مثال: ما قيمة المساحة تحت ع تساوي ٥, ١ من الجدول؟



جدول التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

العمود

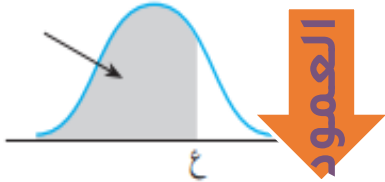
ع	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٣٥٩
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥٩٦	٠,٥٦٣٦	٠,٥٦٧٥	٠,٥٧١٤	٠,٥٧٥٣
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٧١	٠,٥٩١٠	٠,٥٩٤٨	٠,٥٩٨٧	٠,٦٠٢٦	٠,٦٠٦٤	٠,٦١٠٣	٠,٦١٤١
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣	٠,٦٣٣١	٠,٦٣٦٨	٠,٦٤٠٦	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٨٠	٠,٦٥١٧
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤	٠,٦٧٠٠	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٧٢	٠,٦٨٠٨	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٧٩
٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩٨٥	٠,٧٠١٩	٠,٧٠٥٤	٠,٧٠٨٨	٠,٧١٢٣	٠,٧١٥٧	٠,٧١٩٠	٠,٧٢٢٤
٠,٦	٠,٧٢٥٧	٠,٧٢٩١	٠,٧٣٢٤	٠,٧٣٥٧	٠,٧٣٨٩	٠,٧٤٢٢	٠,٧٤٥٤	٠,٧٤٨٦	٠,٧٥١٧	٠,٧٥٤٩
٠,٧	٠,٧٥٨٠	٠,٧٦١١	٠,٧٦٤٢	٠,٧٦٧٣	٠,٧٧٠٤	٠,٧٧٣٤	٠,٧٧٦٤	٠,٧٧٩٤	٠,٧٨٢٣	٠,٧٨٥٢
٠,٨	٠,٧٨٨١	٠,٧٩١٠	٠,٧٩٣٩	٠,٧٩٦٧	٠,٧٩٩٥	٠,٨٠٢٣	٠,٨٠٥١	٠,٨٠٧٨	٠,٨١٠٦	٠,٨١٣٣
٠,٩	٠,٨١٥٩	٠,٨١٨٦	٠,٨٢١٢	٠,٨٢٣٨	٠,٨٢٦٤	٠,٨٢٨٩	٠,٨٣١٥	٠,٨٣٤٠	٠,٨٣٦٥	٠,٨٣٨٩
١,٠	٠,٨٤١٣	٠,٨٤٣٨	٠,٨٤٦١	٠,٨٤٨٥	٠,٨٥٠٨	٠,٨٥٣١	٠,٨٥٥٤	٠,٨٥٧٧	٠,٨٥٩٩	٠,٨٦٢١
١,١	٠,٨٦٤٣	٠,٨٦٦٥	٠,٨٦٨٦	٠,٨٧٠٨	٠,٨٧٢٩	٠,٨٧٥١	٠,٨٧٧٠	٠,٨٧٩٠	٠,٨٨١٠	٠,٨٨٣٠
١,٢	٠,٨٨٤٩	٠,٨٨٦٩	٠,٨٨٨٨	٠,٨٩٠٧	٠,٨٩٢٥	٠,٨٩٤٤	٠,٨٩٦٢	٠,٨٩٨٠	٠,٨٩٩٧	٠,٩٠١٥
١,٣	٠,٩٠٣٢	٠,٩٠٤٩	٠,٩٠٦٦	٠,٩٠٨٢	٠,٩٠٩٩	٠,٩١١٥	٠,٩١٣١	٠,٩١٤٧	٠,٩١٦٢	٠,٩١٧٧
١,٤	٠,٩٢٠٧	٠,٩٢٢٢	٠,٩٢٣٦	٠,٩٢٥١	٠,٩٢٦٥	٠,٩٢٧٩	٠,٩٢٩٢	٠,٩٣٠٦	٠,٩٣١٩	٠,٩٣٣٢
١,٥	٠,٩٣٤٥	٠,٩٣٥٧	٠,٩٣٧٠	٠,٩٣٨٢	٠,٩٣٩٤	٠,٩٤٠٦	٠,٩٤١٨	٠,٩٤٢٩	٠,٩٤٤١	٠,٩٤٥٢
١,٦	٠,٩٤٦٣	٠,٩٤٧٤	٠,٩٤٨٤	٠,٩٤٩٥	٠,٩٥٠٥	٠,٩٥١٥	٠,٩٥٢٥	٠,٩٥٣٥	٠,٩٥٤٥	٠,٩٥٥٥
١,٧	٠,٩٥٥٤	٠,٩٥٦٤	٠,٩٥٧٣	٠,٩٥٨٢	٠,٩٥٩١	٠,٩٥٩٩	٠,٩٦٠٨	٠,٩٦١٦	٠,٩٦٢٥	٠,٩٦٣٣

الصف

تقرأ المساحة من الجدول بالنظر إلى العدد الواقع عند تقاطع الصف ع=٥, ١ والعمود أي لنجد العدد ٠, ٩٣٣٢ إذن المساحة المطلوبة هي: ٠, ٩٣٣٢

مثال: ما قيمة المساحة تحت ع تساوي ١,٥٧ من الجدول؟

الحل:



جدول التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

ع	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٣٥٩
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥٩٦	٠,٥٦٣٦	٠,٥٦٧٥	٠,٥٧١٤	٠,٥٧٥٣
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٧١	٠,٥٩١٠	٠,٥٩٤٨	٠,٥٩٨٧	٠,٦٠٢٦	٠,٦٠٦٤	٠,٦١٠٣	٠,٦١٤١
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣	٠,٦٣٣١	٠,٦٣٦٨	٠,٦٤٠٦	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٨٠	٠,٦٥١٧
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤	٠,٦٧٠٠	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٧٢	٠,٦٨٠٨	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٧٩
٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩٨٥	٠,٧٠١٩	٠,٧٠٥٤	٠,٧٠٨٨	٠,٧١٢٣	٠,٧١٥٧	٠,٧١٩٠	٠,٧٢٢٤
٠,٦	٠,٧٢٥٧	٠,٧٢٩١	٠,٧٣٢٤	٠,٧٣٥٧	٠,٧٣٨٩	٠,٧٤٢٢	٠,٧٤٥٤	٠,٧٤٨٦	٠,٧٥١٧	٠,٧٥٤٩
٠,٧	٠,٧٥٨٠	٠,٧٦١١	٠,٧٦٤٢	٠,٧٦٧٣	٠,٧٧٠٤	٠,٧٧٣٤	٠,٧٧٦٤	٠,٧٧٩٤	٠,٧٨٢٣	٠,٧٨٥٢
٠,٨	٠,٧٨٨١	٠,٧٩١٠	٠,٧٩٣٩	٠,٧٩٦٧	٠,٧٩٩٥	٠,٨٠٢٣	٠,٨٠٥١	٠,٨٠٧٨	٠,٨١٠٦	٠,٨١٣٣
٠,٩	٠,٨١٥٩	٠,٨١٨٦	٠,٨٢١٢	٠,٨٢٣٨	٠,٨٢٦٤	٠,٨٢٨٩	٠,٨٣١٥	٠,٨٣٤٠	٠,٨٣٦٥	٠,٨٣٨٩
١,٠	٠,٨٤١٣	٠,٨٤٣٨	٠,٨٤٦١	٠,٨٤٨٥	٠,٨٥٠٨	٠,٨٥٣١	٠,٨٥٥٤	٠,٨٥٧٧	٠,٨٥٩٩	٠,٨٦٢١
١,١	٠,٨٦٤٣	٠,٨٦٦٥	٠,٨٦٨٦	٠,٨٧٠٨	٠,٨٧٢٩	٠,٨٧٥١	٠,٨٧٧٠	٠,٨٧٩٠	٠,٨٨١٠	٠,٨٨٣٠
١,٢	٠,٨٨٤٩	٠,٨٨٦٩	٠,٨٨٨٨	٠,٨٩٠٧	٠,٨٩٢٥	٠,٨٩٤٤	٠,٨٩٦٢	٠,٨٩٨٠	٠,٨٩٩٧	٠,٩٠١٥
١,٣	٠,٩٠٣٢	٠,٩٠٤٩	٠,٩٠٦٦	٠,٩٠٨٢	٠,٩٠٩٩	٠,٩١١٥	٠,٩١٣١	٠,٩١٤٧	٠,٩١٦٢	٠,٩١٧٧
١,٤	٠,٩١٩٢	٠,٩٢٠٧	٠,٩٢٢٢	٠,٩٢٣٦	٠,٩٢٥١	٠,٩٢٦٥	٠,٩٢٧٩	٠,٩٢٩٢	٠,٩٣٠٦	٠,٩٣١٩
١,٥	٠,٩٣٣٢	٠,٩٣٥٥	٠,٩٣٥٧	٠,٩٣٧٠	٠,٩٣٨٢	٠,٩٣٩٤	٠,٩٤٠٦	٠,٩٤١٨	٠,٩٤٢٩	٠,٩٤٤١
١,٦	٠,٩٤٥٢	٠,٩٤٦٣	٠,٩٤٧٤	٠,٩٤٨٤	٠,٩٤٩٥	٠,٩٥٠٥	٠,٩٥١٥	٠,٩٥٢٥	٠,٩٥٣٥	٠,٩٥٤٥
١,٧	٠,٩٥٥٤	٠,٩٥٦٤	٠,٩٥٧٣	٠,٩٥٨٢	٠,٩٥٩١	٠,٩٥٩٩	٠,٩٦٠٨	٠,٩٦١٦	٠,٩٦٢٥	٠,٩٦٣٣

تقرأ المساحة من الجدول بالنظر إلى العدد الواقع عند تقاطع الصف ع=١,٥ والعمود

٠,٧ لنجد العدد ٠,٩٤١٨

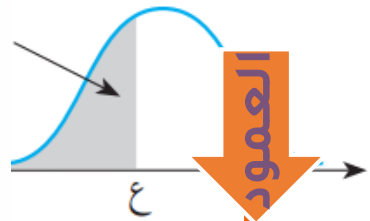
إذن المساحة المطلوبة هي:

٠,٩٤١٨

الصف

مثال: ما قيمة المساحة تحت ع تساوي - ٣,٥٥ من الجدول؟

الحل:



جدول التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

ع	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦
٣,٧-	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١
٣,٦-	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠١
٣,٥-	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٠٢

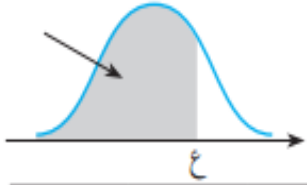
الصف

تقرأ المساحة من الجدول بالنظر إلى العدد الواقع عند تقاطع الصف ع = - ٣,٥ والعمود ٠,٠٥ لنجد العدد ٠,٠٠٠٢, إذن المساحة المطلوبة هي:

٠,٠٠٠٢

مثال: ما قيمة z التي تكون المساحة تحتها $0,7967$ ؟

الحل:



جدول التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

العمود

ع	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633

نلاحظ أن المساحة أكبر من $0,5$

نبحث عن المساحة في جدول التوزيع تحت z الموجبة فتكون

$$z = 0,83$$

مثال: ما قيمة x التي تكون المساحة تحتها $0,2005$ ؟

الحل:

نلاحظ أن المساحة أصغر من $0,5$

نبحث عن المساحة في جدول التوزيع تحت x السالبة فتكون $x = -0,84$

جدول التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

x	$0,00$	$0,01$	$0,02$	$0,03$	$0,04$
$1,0-$	$0,1587$	$0,1562$	$0,1539$	$0,1515$	$0,1492$
$0,9-$	$0,1841$	$0,1814$	$0,1788$	$0,1762$	$0,1736$
$0,8-$	$0,2119$	$0,2090$	$0,2061$	$0,2033$	$0,2005$



المساحة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي

مثال:

استخدمُ الجداول في حساب المساحة المحصورة بمنحنى التوزيع الطبيعي المعياري والواقعة: (١) تحت (ع=١)
(٢) تحت (ع=١,٤٢)
(٣) فوق (ع=٢)

الحل:

(١) المساحة تحت (ع=١)
تساوي ٠,٨٤١٣

٠,٠٠	ع
٠,٨٤١٣	١,٠

(٢) المساحة تحت (ع=١,٤٢)
تساوي ٠,٩٢٢٢

٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠	ع
٠,٩٢٢٢	٠,٩٢٠٧	٠,٩١٩٢	١,٤

مثال:

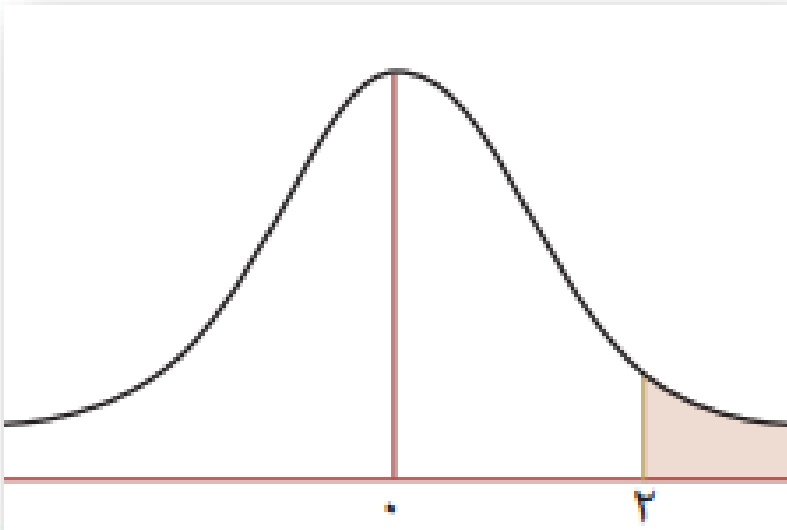
استخدم الجدول في حساب المساحة المحصورة بمنحنى التوزيع الطبيعي

ع	٠,٠٠٠
٢,٠	٠,٩٧٧٢

المعياري والواقعة: ١) تحت (ع=١)

٢) تحت (ع=١,٤٢)

٣) فوق (ع=٢)



الحل:

٣) المساحة فوق (ع=٢) = ١ - المساحة تحت (ع=٢)

$$= ١ - ٠,٩٧٧٢$$

$$= ٠,٠٢٢٨$$

أتعلم :

نسبة المساحة المحصورة تحت منحنى التوزيع الطبيعي عندما $(\epsilon > \epsilon_1)$ إلى المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي المساحة تحت $(\epsilon = \epsilon_1)$

نشاط:

استخدم جدول التوزيع الطبيعي المعياري في إيجاد نسبة المساحة لكل من الآتية:

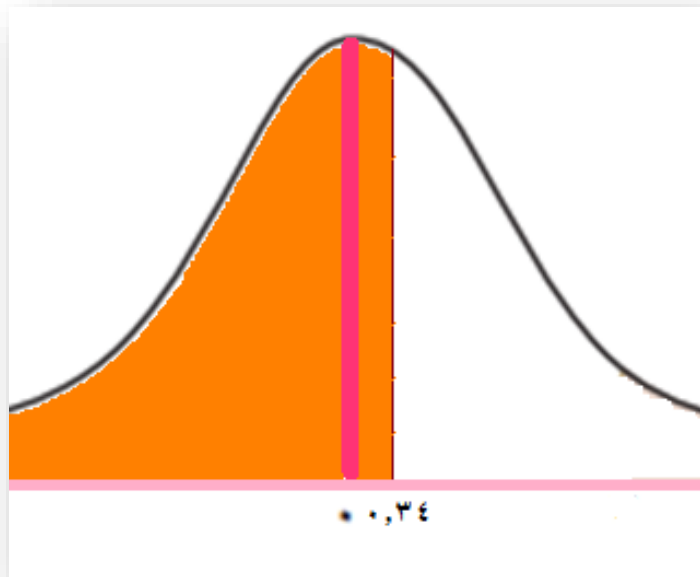
(١) عندما $(\epsilon \geq 0,3)$

(٢) عندما $(\epsilon \leq -0,6)$

(٣) عندما $(-2 \leq \epsilon \leq 0,6)$

الحل:

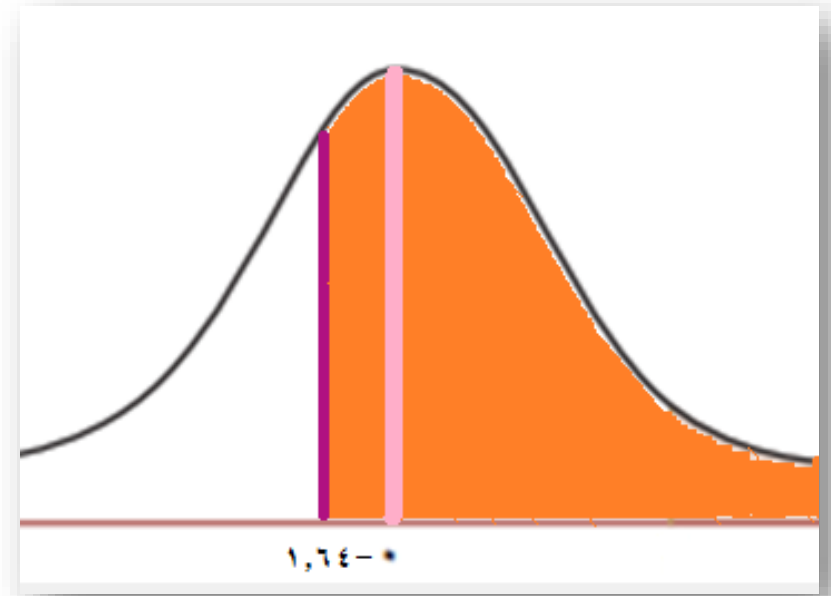
- (١) نسبة المساحة عندما $(ع \geq ٠,٣٤)$
- نسبة المساحة عندما $(ع \geq ٠,٣٤)$ تساوي ٠,٦٣٣١ (من الجدول مباشرة)



ع	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧	٠,٥٥٥٧
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٧١	٠,٥٩١٠	٠,٥٩٤٨
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣	٠,٦٣٣١
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤	٠,٦٧٠٠

تابع نشاط:

(٢) المساحة عندما $(\epsilon \leq -1,6)$
 نسبة المساحة عندما $(\epsilon \leq -1,6)$
 $= 1 - \text{نسبة المساحة عندما } (\epsilon \geq 1,6)$
 $= 1 - 0,0505$
 $= 0,9495$



ϵ	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤
-1,6	٠,٠٥٤٨	٠,٠٥٣٧	٠,٠٥٢٦	٠,٠٥١٦	٠,٠٥٠٥

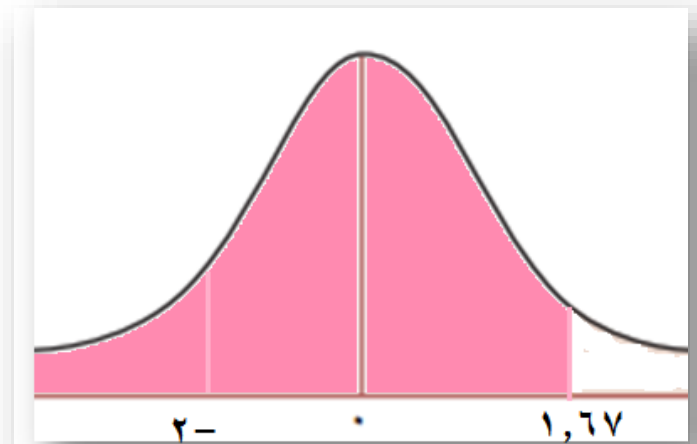
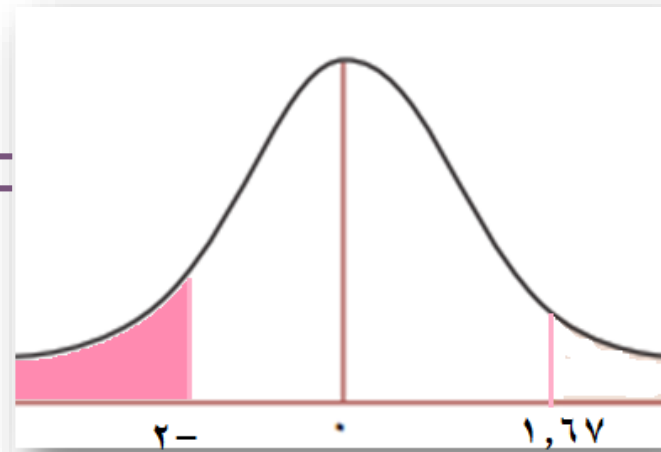
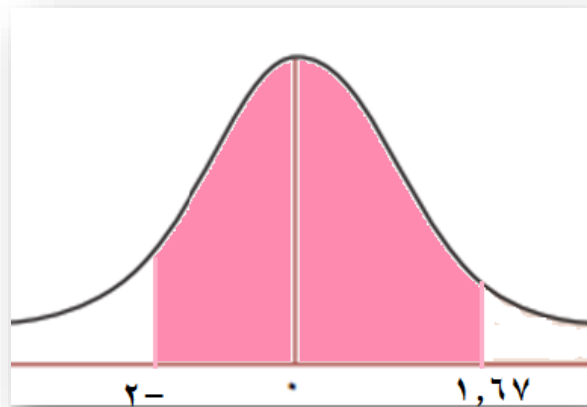
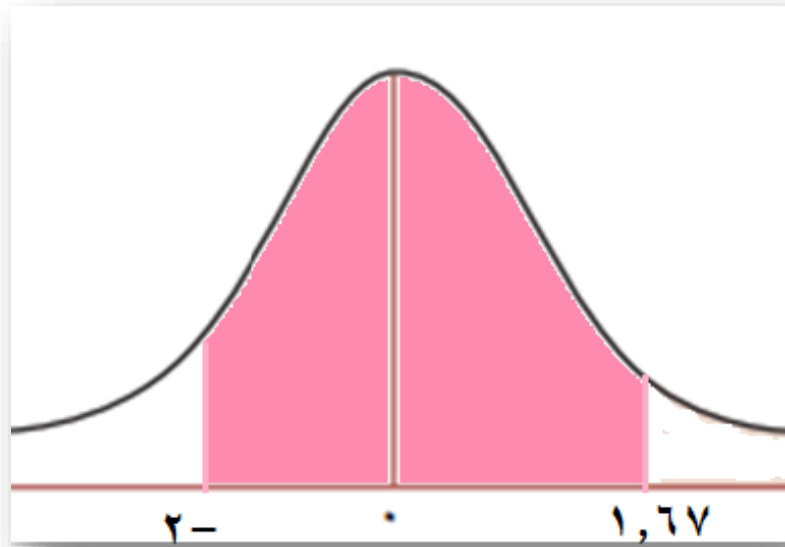
تابع نشاط:

(٣) عندما $(-2 \leq \epsilon \leq 1,67)$

الحل:

(٣) نسبة المساحة عندما $(-2 \leq \epsilon \leq 1,67)$

$$= (\text{المساحة تحت } \epsilon = 1,67) - (\text{المساحة تحت } \epsilon = -2)$$



تابع نشاط:

(٣) عندما $(-2 \leq x \leq 1,67)$

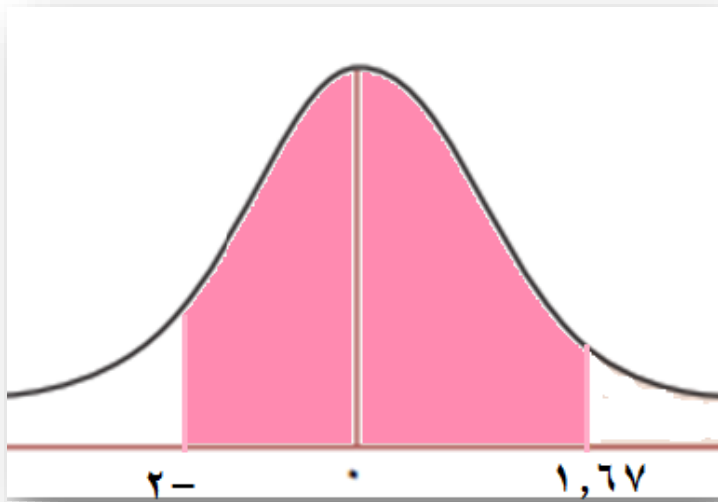
الحل:

(٣) نسبة المساحة عندما $(-2 \leq x \leq 1,67)$

$= (\text{المساحة تحت } x = 1,67) - (\text{المساحة تحت } x = -2)$

$= 0,9525 - 0,228 =$

$= 0,9297 =$



↓

٠,٠٠	ع
٠,٠٢٢٨	-٢,٠

←

↓

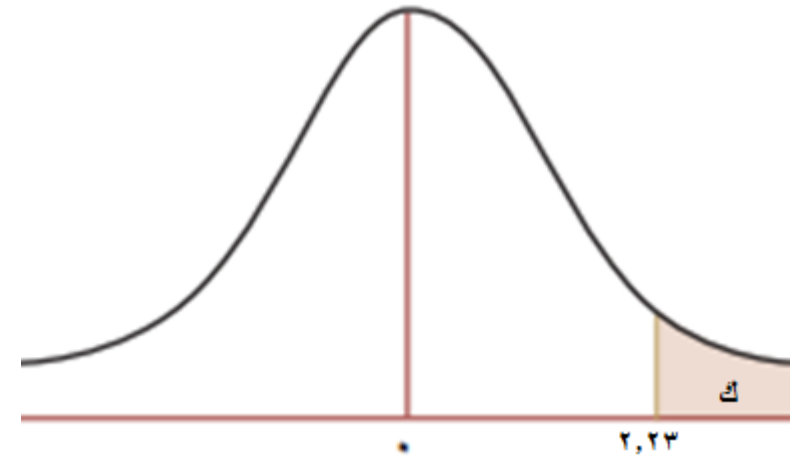
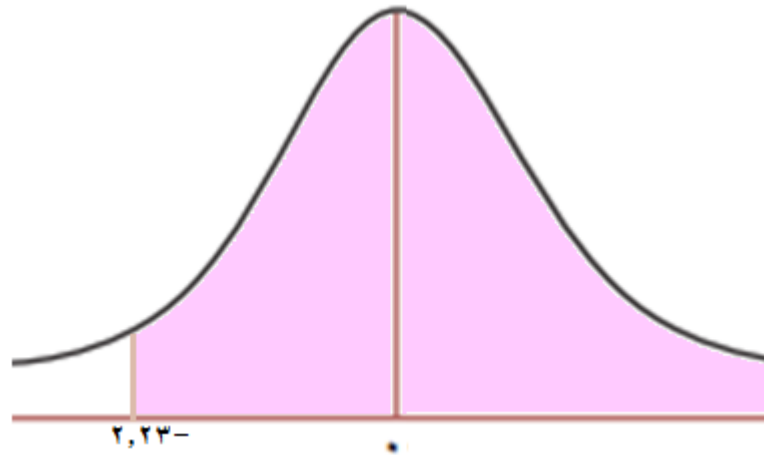
٠,٠٧	ع
٠,٩٥٢٥	١,٦

←

اختر الإجابة الصحيحة من البدائل التالية:

إذا كانت E تتبع التوزيع الطبيعي وكانت المساحة عندما $E < 2.23 = K$
ما نسبة المساحة عندما $E < -2.23$

- (أ) K (ب) $1 - K$ (ج) $K - 2$ (د) $K + 1$





التوزيع الطبيعي المعياري في تطبيقات حياتية

مثال:

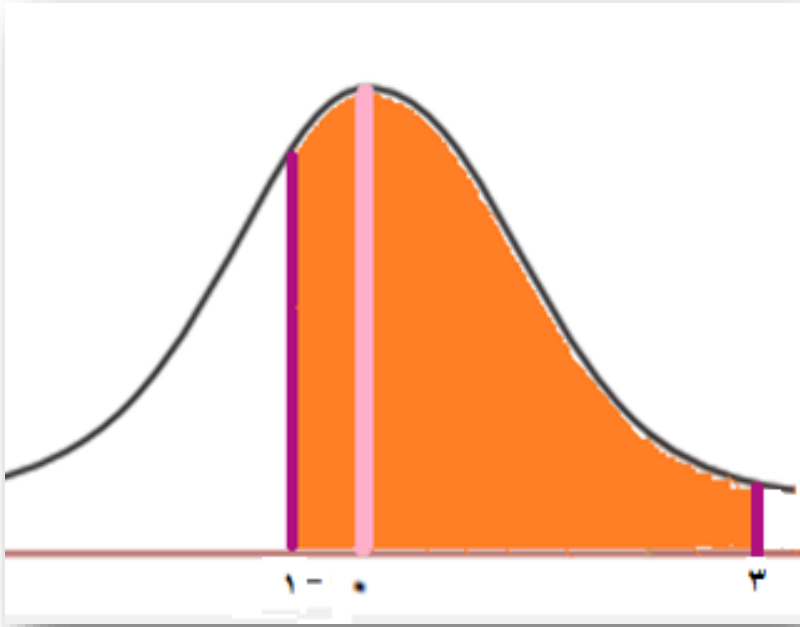
تقدم ١٠٠٠ طالب لامتحان ما في جامعة النجاح الوطنية . فإذا كانت علامات الطلبة تتبع التوزيع الطبيعي وسطه الحسابي μ ٦٠ وانحرافه المعياري σ ١٠ أجد :

أ) النسبة المئوية للطلبة الذين تنحصر علاماتهم ما بين ٥٠ و ٩٠

ب) عدد الطلبة الذين علاماتهم تزيد عن ٨٠

أ) النسبة المئوية للطلبة الذين تنحصر علاماتهم ما بين ٥٠، ٩٠

الحل: أفرض أن s تمثل علامات الطلبة، $\mu = 60$ ، $\sigma = 10$



عندما $s = 50$ فإن $z = \frac{50 - 60}{10} = -1$

عندما $s = 90$ فإن $z = \frac{90 - 60}{10} = 3$

النسبة التي تمثل $(50 \leq s \leq 90)$

نسبة المساحة بين $(-1 \leq z \leq 3)$

المساحة عند $(z \geq 3) - (z \geq -1) = 0,9987 - 0,1087 = 0,8900$

النسبة المئوية = $0,8900 \times 100 = 89\%$

تابع مثال:

ب) عدد الطلبة الذين علاماتهم تزيد عن ٨٠

الحل:

$$\text{عندما } s = 80 \text{ فإن } c = \frac{60 - 80}{10} = 2$$

إذن النسبة التي تمثل $(s \leq 80)$ = المساحة (فوق $c = 2$)

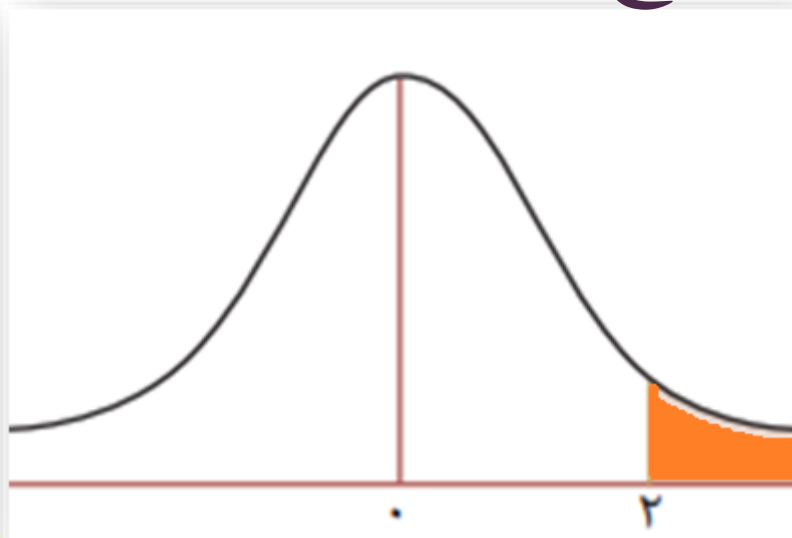
$$= 1 - \text{المساحة (تحت } c = 2)$$

$$= 1 - 0.9772$$

$$= 0.0228$$

النسبة المئوية = $0.0228 \times 100 = 2.28\%$

إذن عدد الطلبة = $0.0228 \times 10000 \approx 23$ طالباً



مثال:

إذا كان عمر التشغيل لبطارية سيارة من إنتاج مصنع فلسطيني يتبع التوزيع الطبيعي ، بوسط حسابي μ ٢٠٠٠ ساعة، وانحراف المعياري σ ١٢٠ ساعة، فما النسبة المئوية للبطاريات التي يكون عمر التشغيل لها أكثر من ١٨٢٠ ساعة؟

النسبة المئوية للبطاريات التي يكون عمر التشغيل لها أكثر من ١٨٢٠ ساعة

الحل: أفرض أن S تمثل عدد الساعات ، $\mu = 2000$ ، $\sigma = 120$

$$\text{عندما } S = 1820 \text{ فإن } z = \frac{1820 - 2000}{120} = \frac{-180}{120} = -1,5$$

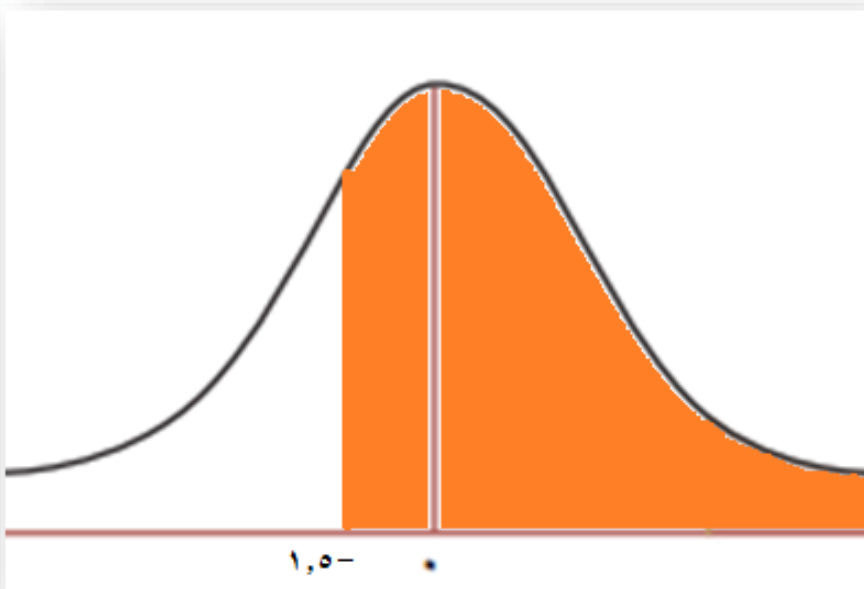
المطلوب النسبة المئوية (للمساحة فوق $z = -1,5$)

$$= (1 - \text{المساحة تحت } z = -1,5) \times 100\%$$

$$= (1 - 0,668) \times 100\%$$

$$= 0,332 \times 100\%$$

$$= 33,2\%$$



اختر الإجابة الصحيحة من البدائل التالية:

إذا كانت s تمثل علامات طلبة صف ما بحيث s تتبع التوزيع الطبيعي حيث أن الوسط الحسابي يساوي ٢٠ والانحراف المعياري يساوي ٤ فما نسبة المساحة عندما ($s \leq 16$)

- (أ) ٠,١٥٧ (ب) ١,٥٨٧ (ج) ٠,٨٤ (د) ٠,٨٤١٣

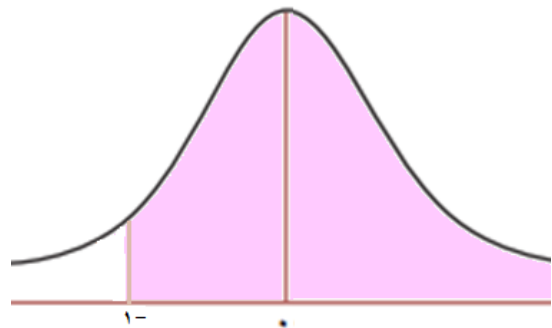
الحل: أفرض أن s تمثل علامات الطلبة، $\mu = 20$ ، $\sigma = 4$

$$\text{عندما } s=16 \text{ فإن } c = \frac{s-\mu}{\sigma} = \frac{16-20}{4} = -1$$

نسبة المساحة عندما ($s \leq 16$) = نسبة المساحة فوق $c \leq -1$

$$= 1 - (\text{المساحة تحت } c = -1)$$

$$= 1 - 0,1587 = 0,8413$$





نشكرك لحسن المتابعة