اثباتات الوحـدة الأولى

١-استنتج علاقة لإيجاد الزخم الخطي لجسم كتلته m وسرعة v بدلالة الطاقة الحركية K اذا كان زخمة الخطي P ؟

بضرب طرفي المعادلة في 2m $K = \frac{1}{2}mv^2$

$$2m\,K = m^2v^2 \implies 2m\,K = P^2 \implies K = \frac{P^2}{2m} \implies P = \sqrt{2m\,K}$$

٢- مستخدما قانون نيوتن الثاني أثبت أن الدفع يساوي التغير في الزخم الخطي ؟

$$F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{m\,\Delta v}{\Delta t} \implies m\,\Delta v \implies F.\Delta t = \Delta P \implies I = \Delta P$$

٣- أثبت أن الزخم الخطي يبقى ثابت لمجموعة من الأجسام قبل و بعد أي عملية تأثير في النظام المعزول ؟

اذا كان النظام معزول فان محصلة القوة الخارجية المؤثرة علية تساوي صفر أي أن

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \implies 0 = \frac{\Delta P}{\Delta t} \implies \Delta P = 0 \implies P_f - P_i = 0 \implies P_f = P_i$$

٤- اثبت انه عندما يصطدم جسم كتلته m متحرك بسرعة v مع اخر ساكن تصادم عديم مرونة متماثلان في الكتلة فان السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم $\frac{1}{2}\,v$ ؟

$$\Sigma\,P_i = \Sigma\,P_f \implies m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_f$$

$$mv + 0 = 2m\,v_f \implies v_f = \frac{v}{2}$$

٥- اشتق قانون نيوتن الثاني في الحركة الدورانية لإيجاد العلاقة بين عزم القوة τ و التسارع الزاوي α ؟

$$\tau = F_t\,r = ma_t\,r = (mr\,\alpha)\,r = mr^2\,\alpha = I\alpha$$

٦- استنتج علاقة لايجاد الطاقة الحركية الدورانية لجسم K قصورة الدوراني I وسرعة الزاوية ω ؟

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \implies v = r\omega \implies K = \frac{1}{2}m(r\omega)^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}\mathrm{I}\,\omega^2$$

٧- استنتج علاقة لإيجاد الزخم الخطي لجسم قصورة الدوراني I وسرعة الزاوية ω بدلالة الطاقة الحركية الدورانية K اذا كان زخمة الزاوي L ؟

بضرب طرفي المعادلة في 2I $K = \frac{1}{2}\mathrm{I}\,\omega^2$

$$2I\,K = I^2\,\boldsymbol{\omega^2} \implies 2I\,K = L^2 \implies K = \frac{L^2}{2I} \implies L = \sqrt{2I\,K}$$

اثباتات الوحـدة الثانية

٨- استنتج قانون جول رياضيا لموصل فلزي مقاومته R يمر به تيار شدته I فرق الجهد بين طرفية V ؟

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Q\,\Delta V}{t} = I\,V \quad \Longrightarrow \quad V = IR \quad \Longrightarrow \quad P = I^2\,R = \frac{V^2}{R}$$

٩- أثبت أن المقاومة المكافئة لثلاث مقاومات متصلة على التوالي هي $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$ ؟

شدة التيار ثابت على التوالي $I_T = I_1 = I_2 = I_3$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 \quad \Longrightarrow \quad I_T R_{eq} = I_1 R_1 + I_2 R_2 + \cdots\cdots I_n R_n$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

١٠ - أثبت أن المقاومة المكافئة لثلاث مقاومات متصلة على التوازي هي $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ ؟

الجهد ثابت على التوازي $V_T = V_1 = V_2 = V_3$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \quad \Longrightarrow \quad \frac{V_T}{R_{eq}} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

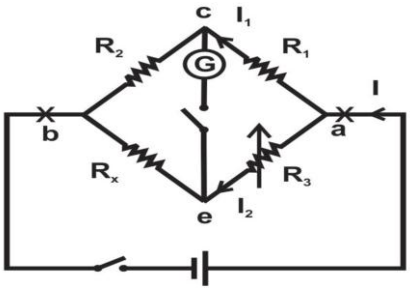
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

١١ -استنتج علاقة رياضية لحساب شدة التيار المار في دارة بسيطة تتكون أكثر من بطارية تحتوي مجموعة من المقاومات ؟

$$P_{\text{داخلة}} = P_{\text{خارجة}} \quad \Longrightarrow I\,\Sigma\varepsilon_{\text{مع}} = I\,\Sigma\varepsilon_{\text{عكس}} + I^2\,\Sigma R$$

$$I\,\Sigma\varepsilon_{\text{مع}} - I\,\Sigma\varepsilon_{\text{عكس}} = I^2\,\Sigma R \Longrightarrow \Sigma\varepsilon_{\text{مع}} - \Sigma\varepsilon_{\text{عكس}} = I\,\Sigma R \Longrightarrow I = \frac{\Sigma\varepsilon_{\text{مع}} - \Sigma\varepsilon_{\text{عكس}}}{\Sigma R}$$

١٢ -أثبت أن العلاقة الرياضية التي يمكن منها ايجاد مقدار مقاومة مجهولة R_x حسب قنطرة ويتستون تعطى من العلاقة الاتية $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$ ؟



$$V_c = V_e \Longrightarrow V_{ca} = V_{ea} \Longrightarrow I_1 R_1 = I_2 R_3 \quad \ldots\ldots 1$$

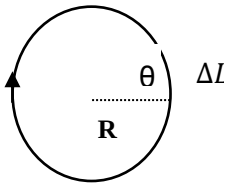
$$V_c = V_e \Longrightarrow V_{cb} = V_{eb} \Longrightarrow I_1 R_2 = I_2 R_x \quad \ldots\ldots 2$$

بقسمة المعادلة 1/2

$$\frac{I_1 R_1}{I_1 R_2} = \frac{I_2 R_3}{I_2 R_x} \quad \Longrightarrow \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$$

اثباتات الوحـدة الثالثة

١٣ - باستخدام قانون بيو وسافار استنتج علاقة لإيجاد شدة المجال المغناطيسي الناتج عند مركز ملف دائري لفاته N ونصف قطرة R يمر به تيار شدته I ؟



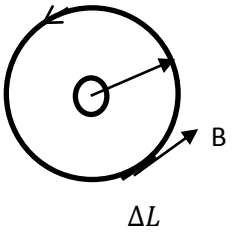
حسب قانون بيو وسافار فان شدة المجال المغناطيسي

$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \Sigma \frac{I\,\Delta L\,sin\theta}{r^2} \implies \mathrm{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\,\Sigma\,\Delta L\,sin\theta}{r^2}$$

يكون $\theta = 90$ الدائرة محيط × اللفات عدد $\Delta l =$ ونصف القطر r =R

$$\implies \mathrm{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I\,\Sigma\,\Delta L\,sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I \times 2\pi RN\,sin90}{R^2} = \frac{\mu_o IN}{2R}$$

١٤ - اشتق علاقة رياضية لحساب شدة المجال المغناطيسي الناشئ حول سلك مستقيم طويل يمر به تيار شدتة I يبعد مسافة r عن نقطة التأثير ؟

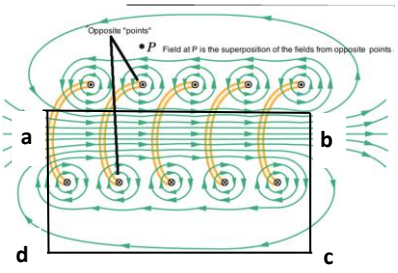


حسب قانون أمبير نختار جزء صغير من المسار المغلق طولة ΔL **تكون شدة المجال** المغناطيسي B مماس عند تلك النقطة و الزاوية بينهما $\theta = 0$

$$\boldsymbol{\Sigma B.\Delta L} = \mu_o \Sigma I \implies B\Sigma\Delta L\cos\theta = \mu_o \Sigma I$$

$$B \times 2\pi r\cos 0 = \mu_o I \implies B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

١٥ -اشتق علاقة لحساب شدة المجال المغناطيسي الناشئ داخل ملف لولبي يمر به تيار شدتة I لفاتة N طولة L ؟



حسب قانون أمبير نختار مسار مغلق abcd طولة L

$$\Sigma B.\Delta L = \mu_o \Sigma I = B.L_{ab} + B.L_{bc} + B.L_{cd} + B.L_{da}$$

$$B.L_{ab} = BLcos0 = BL \quad ، \quad B.L_{bc} = BLcos90 = 0$$

$$B.L_{da} = BLcos\,90 = 0 \ ، \ \text{لأن النقطة بالخارج } B.L_{cd} = 0$$

$$\mu_o \mathrm{I} = BL + 0 + 0 + 0 \implies B = \frac{\mu_o I\,N}{L} = \mu_o I\,n$$

١٦- استنتج علاقة لإيجاد نصف قطر المسار الذي يسلكة جسيم مشحون q متحرك بسرعة v داخل مجال مغناطيسي B ؟

$$F_B = F_C \implies qvB = \frac{m\,v^2}{r} \implies r = \frac{mv}{qB}$$

١٧-استنتج علاقة لايجاد الزمن الدوري T والتردد f و السرعة الزاوية ω لجسيم متحرك في مجال مغناطيسي منتظم B بسرعة v ؟

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \times \frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \implies \omega = 2\pi f = \frac{qB}{m}$$

١٨ ـأثبت أن القوة المغناطيسية التي تؤثر في موصل طولة L موضوع داخل مجال مغناطيسي منتظم B يسري به تيار شدتة I يحتوي الكترونات عددها N_e تعطى بالعلاقة $F = I(\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B})$ ؟

$$F_{\text{سلك}} = N_e \times F_{\text{شحنة}} \quad \Longrightarrow \quad n_e = \frac{N_e}{AL} \quad \Longrightarrow N_e = n_e AL$$

$$F = (n_e AL)\,(q\,v \times B) = n_e ALq(\,v \times B) = I(\,L \times B)$$

$$F = BIL\sin\theta$$

١٩ ـاستنتج علاقة لايجاد القوة المتبادلة بين سلكين مستقيمين متوازيين في الفراغ طول كل منها L تحمل كل منها تيار شدتة I_1 و I_2 ؟

$$F = B_1 I_2 L\sin\theta = \frac{\mu_o\, I_1}{2\pi r}\, I_2 L\sin 90 = \frac{\mu_o\, I_1}{2\pi r}\, I_2 L$$

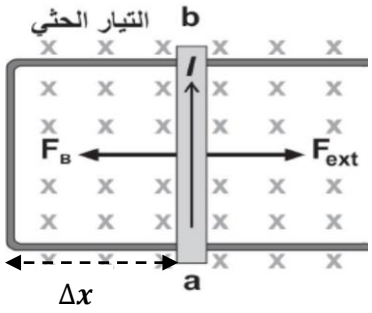
نظرا لأن الأسلاك طويلة جدا تحسب لوحدة الطول N/m

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_o\, I_1\, I_2}{2\pi r} \quad \Longrightarrow \quad N/m$$

٢٠ ـأثبت أن القوة الدافعة الحثية المتولدة في موصل طولة L يتحرك بسرعة ثابتة v داخل مجال مغناطيسي منتظم شدتة B تحسب من العلاقة $\boldsymbol{\varepsilon' = vBL}$ ؟

$$F_B = F_E \quad \Longrightarrow \quad qvB = qE \quad \Longrightarrow vB = \frac{\varepsilon'}{L} \quad \Longrightarrow \quad \varepsilon' = vBL$$

٢١ ـأثبت أن القوة الدافعة الحثية التي تتولد داخل موصل خلال فترة زمنية Δt ينزلق بحرية على حرف U يتحرك بسرعة ثابتة v في مجال مغناطيسي منتظم B (القوة الدافعة الحثية لملف وقانون فاراداي) تعطى $\boldsymbol{\varepsilon' = \frac{-N\Delta\Phi}{\Delta t}}$ ؟



$$W = F_{ext}\Delta x = -\mathrm{BIL}\,\Delta x = \mathrm{BI}\,\Delta A = -\mathrm{I}\Delta\Phi$$

حيث يتحول هذا الشغل الى طاقة كهربائية $W = P\Delta t = \varepsilon I\,\Delta t$ أي أن

$$\varepsilon' I\,\Delta t = -\mathrm{I}\Delta\Phi \quad \Longrightarrow \quad \varepsilon' = \frac{-\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ولكن عندما يكون ملف يتكون من عدد N من اللفات فان

$$\varepsilon' = \frac{-N\Delta\Phi}{\Delta t}$$

٢٢ ـ استنتج علاقة لايجاد محاثة ملف حلزوني لفاته N وطولة L يمر به تيار شدته I مساحه مقطعه A ؟

$$L_{in} = \frac{N\phi}{I} = \frac{NBA}{I} = \frac{N\,\mu_o n\,I\,A}{I} = \mu_o\, n^2\, AL = \frac{\mu_o\, N^2 A}{L} \quad \Longrightarrow \quad n = \frac{N}{L}$$

٢٣ ـ أثبت أن معامل الحث الذاتي لملف هو النسبة بين القوة الدافعة الكهربائية الحثية المتولدة في المحث والمعدل الزمني لتغير التيار المار فيه ؟

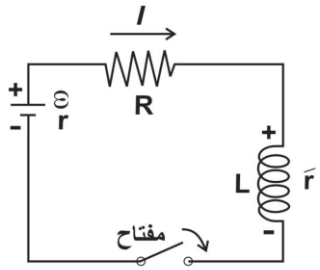
$$L_{in} = \frac{N\phi}{I} \quad \Longrightarrow \quad IL_{in} = N\phi \quad \Longrightarrow \quad \Delta I\, L_{in} = N\Delta\phi \quad \Longrightarrow \quad \frac{\Delta I\, L_{in}}{\Delta t} = \frac{N\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$L_{in}\,\frac{\Delta\mathrm{I}}{\Delta t} = -\varepsilon' \quad \Longrightarrow \quad L_{in} = -\frac{\varepsilon'}{\Delta I/\Delta t}$$

٢٤-احسب المعدل الزمني لنمو التيار لحظة اغلاق الدارة بها مقاومة ومحث وبطارية ؟ عند الاغلاق يكون $I=0$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{1}{L_{in}}(\varepsilon - I\,\Sigma R) \quad \Longrightarrow \quad I=0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{\varepsilon}{L_{in}}$$

٢٥- احسب معدل نمو التيار لملف محاثته L_{in} مقاومته r' وبطارية قوتها الدافعة ε مقاومتها الداخلية r متصل مع مقاومة خارجية R في دارة مغلقة ؟



حسب قانون كيرتشوف الثاني فان مجموع تغيرات الجهد عبر الحلقة المغلقة تساوي صفر $\Sigma\Delta V=0$ للشكل الاتي

$$\varepsilon - Ir - IR - \varepsilon' - Ir' = 0 \quad \Longrightarrow \quad \varepsilon - L_{in}\frac{\Delta I}{\Delta t} - I(R+r+r') = 0$$

$$L_{in}\frac{\Delta I}{\Delta t} = \varepsilon - I\,\Sigma R = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{1}{L_{in}}(\varepsilon - I\,\Sigma R)$$

٢٦ - أثبت أن الطاقة المختزنة في ملف حلزوني تعتمد على الأبعاد الهندسية و الوسط العازل ؟

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon'\, I = -I\, L_{in}\frac{\Delta I}{\Delta t} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\Delta E}{\Delta t} = -I\, L_{in}\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

بأخذ التكامل بين طرفي المعادلة $E=\frac{1}{2}I^2\, L_{in}$

للملف الحلزوني $I=\frac{B\,L}{\mu_o\, N}$ كذلك $B=\frac{\mu_o IN}{L}$ $\Longrightarrow$ $L_{in}=\frac{\mu_o\, N^2 A}{L}$

$$E=\frac{1}{2}I^2\, L_{in}=\frac{1}{2}\times\frac{B^2\, L^2}{{\mu_o}^2\ N^2}\times\frac{\mu_o\, N^2 A}{L}=\frac{B^2\, AL}{2\mu_o}$$

٢٧- اثبت أن القوة الدافعة الحثية لحظة اغلاق الدارة محث وبطارية قوتها الدافعة ε تكون $\varepsilon'=-\varepsilon$ ؟

عند الاغلاق يكون $I=0$

$$\varepsilon' = -L_{in}\frac{\Delta I}{\Delta t} = -L_{in}\times\frac{1}{L_{in}}(\varepsilon - I\,\Sigma R) \Longrightarrow I=0 \quad \Longrightarrow \quad \varepsilon' = -\varepsilon$$

٢٨-أثبت أن القوة الدافعة الحثية لملف مولد كهربي مساحته A يدور داخل مجال مغناطيسي منتظم B بسرعة زاوية ω لفاتة N تحسب من العلاقة $\varepsilon' = \varepsilon_{max} sin(\omega t)$ ؟

$$\varepsilon_{avg} = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N\frac{\Delta(BA\cos\theta)}{\Delta t} = -N\frac{\delta(BA\cos\theta)}{\delta t} = -NBA\frac{\delta}{\delta t}cos(\omega t)$$

$$\varepsilon' = -NBA\omega \times sin(\omega t) = NBA\omega\, sin(\omega t) = NBA\omega\, sin\theta = \varepsilon_{max} sin\theta$$

$$\varepsilon' = \varepsilon_{max} sin(\omega t)$$

اعداد أ/عبـدالله سـعادة

جوال / 0599696739

تمت بتاريخ 27/4/2019

اثباتات الوحـدة الرابعة

٢٩-مستخدما فرضيتي بور الأولى و الرابعة استنتج علاقة لحساب نصف قطر مدار الالكترون حول النواة r_n يتواجد في المستوى n ؟

بعد تربيع طرفي فرضية بور الرابعة نجد **أن** $m^2v^2r_n^2 = \frac{n^2h^2}{4\pi^2}$ 1

من فرضي الأولى $\frac{mv^2}{r_n} = \frac{Kq^2}{r_n^2} \implies v^2 = \frac{Kq^2}{m\,r_n}$ 2

نعوض **2** في **1** $m^2\,\frac{Kq^2}{m\,r_n}\,r_n^2 = \frac{n^2h^2}{4\pi^2} \implies r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2\,m\,Kq^2} = n^2r_1$

حيث أن الثوابت $r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2\,m\,Kq^2} = 0.529 \times 10^{-10} = 0.529\,A^o$ وهي نصف قطر بور للمدار الأول r_1

حيث n رقم المدار r_n نصف قطر المدار $r_n = n^2r_1$

٣٠-مستخدما فرضية بور الأولى أثبت أن الطاقة الكلية للإلكترون في المدار n تحسب من العلاقة $E_n = \frac{E_1}{n^2}$ ؟

الطاقة الكلية = طاقة الحركة + طاقة الوضع $E_n = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{Kq^2}{r_n}\right)$ 1

بضرب طرفي بور الأولى في العدد $\frac{1}{2}$ ينتج $\frac{mv^2}{r_n} = \frac{Kq^2}{r_n^2} \implies \frac{mv^2}{2} = \frac{Kq^2}{r_n} = E_n$ 2

نعوض **2** في **1** $E_n = K + U = \frac{Kq^2}{r_n} + \left(-\frac{Kq^2}{r_n}\right) = -\frac{1}{2}\frac{Kq^2}{r_n}$

حيث أن الطاقة السابقة بالجول بالقسمة على **q** للتحويل الى **eV** و التعويض عن الثوابت نجد أن

$$E_n = K + U = \frac{Kq^2}{r_n} + \left(-\frac{Kq^2}{r_n}\right) = -\frac{1}{2}\frac{Kq}{n^2r_1} = -\frac{13.6}{n^2}\ eV = \frac{E_1}{n^2}$$

حيث أن $E_1 = -13.6\ eV$ وهي تمثل طاقة المدار الأول ، أي أن مدارات الطاقة مكماة $K = |E_n|$ ، $U = 2E_n$

٣١- باستخدام فرضية بور الثالثة أثبت أن الطول الموجي للأطياف المنبعثة من ذرة الهيدروجين (معادلة بور النظرية) يمكن حسابها من العلاقة الاتية $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$ عند انتقال لالكترون من مدار الى اخر؟

عند انتقال الالكترون من مدار لأخر تكون طاقة الفوتون المنبعث تساوي الفرق بين طاقتي المدارين طولة الموجي λ

$$\Delta E = E_f - E_i = hf \implies \Delta E = \frac{E_1}{n_f^2} - \frac{E_1}{n_i^2} = h\frac{c}{\lambda}$$

$$E_1\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = h\frac{c}{\lambda}$$

بضرب الطرف الايسر من المعادلة في q_e للتحويل من الكترون فولت الى جول تصبح المعادلة على النحو التالي

$$h\frac{c}{\lambda} = E_1\,q\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \implies \frac{1}{\lambda} = \frac{E_1\,q}{h\,c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

٣٢- مستخدما فرضية بور الرابعة و فرضية دي برولي اثبت ان طول المسار الذي يتحـــرك به الالكتـــرون حـول النـــواة يســاوي عـدد صـحيح من الاطـوال المـوجية المصاحبة للإلكتـرون في مدارة ؟

حسب فرضية بور الرابعة $L = \frac{nh}{2\pi} = P\ r_n \quad \Longrightarrow \quad P = \frac{nh}{2\pi\ r_n}$ 1

نعوض المعادلة السابقة في فرضية دي برولي ينتج أن

$$\lambda = \frac{h}{P} = h \times \frac{2\pi\ r_n}{nh} \ \Longrightarrow \lambda = \frac{2\pi\ r_n}{n} \ \Longrightarrow n\lambda = 2\pi r_n$$

٣٣- مستخدما فرضية بور الـرابعة في حسـاب الزخـم الزاوي و معـادلة طـول الموجة المـوقوفة للإلكتـرون أثبت أن المـوجي المصاحب للإلكتـرون هو $\boldsymbol{\lambda = h/p}$ ؟

حسب فرضية بور الرابعة $L = \frac{nh}{2\pi} = P\ r_n \quad \Longrightarrow \quad r_n = \frac{nh}{2\pi P}$ 1

نعوض المعادلة السابقة في معادلة طول الموجة الموقوفة للإلكترون ينتج أن

$$n\lambda = 2\pi r_n \ \Longrightarrow \ n\lambda = 2\pi \times \frac{nh}{2\pi P} \ \Longrightarrow \ \lambda = \frac{h}{p}$$

٣٤- مسـتخدما معادلة طول الموجة الموقوفة للإلكتـرون في المدار n اثبـت أن الزخم الـزاوي للإلكتـــرون تعطى من العلاقة $\boldsymbol{L = \frac{nh}{2\pi}}$ ؟

حسب معادلة دي برولي طول الموجة المرافقة للإلكترون $\lambda = \frac{h}{P}$ 1

نعوض المعادلة السابقة في معادلة طول الموجة الموقوفة للإلكترون ينتج أن

$$n\lambda = 2\pi r_n \quad \Longrightarrow \quad n \times \frac{h}{P} = 2\pi r_n \quad \Longrightarrow \quad \frac{nh}{2\pi} = \mathrm{P}\ r_n = \mathrm{L}$$

اعداد أ/عبـدالله سـعادة

جوال / 0599696739

تمت بتاريخ 27/4/2019