الوحدة السادسة

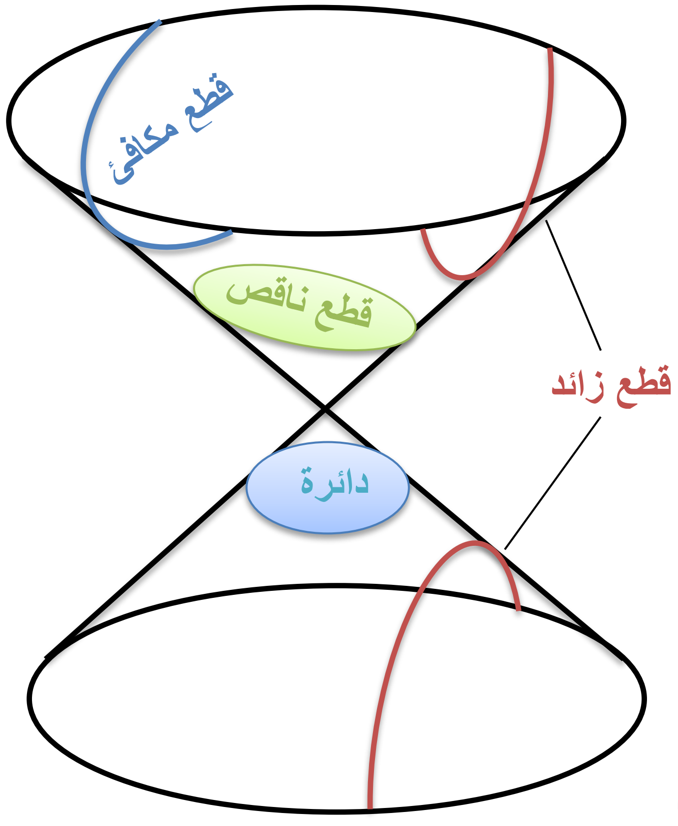
القطوع المخروطية

إعداد المعلمات :

ابتسام عياد

إيناس رضوان

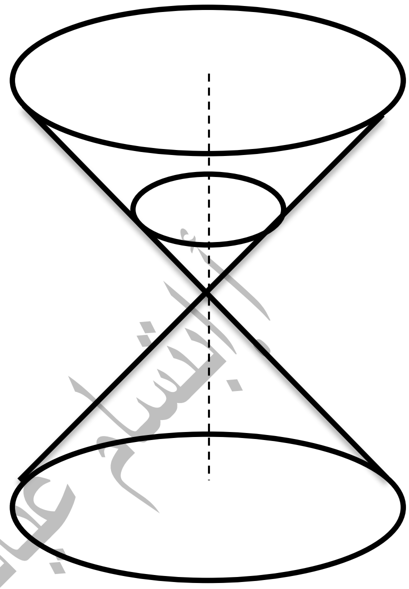
سها الشوا



تحت اشراف :

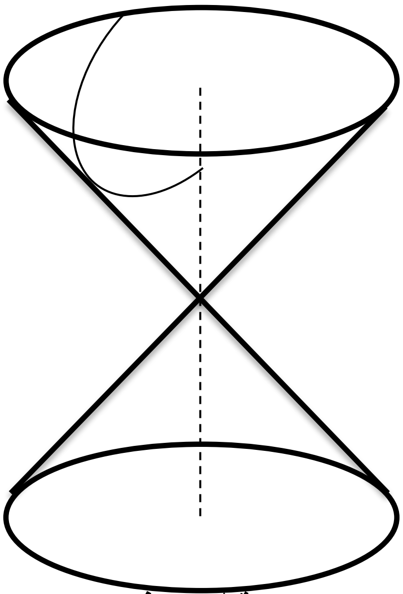
ابتسام اسليم

القطوع المخروطية



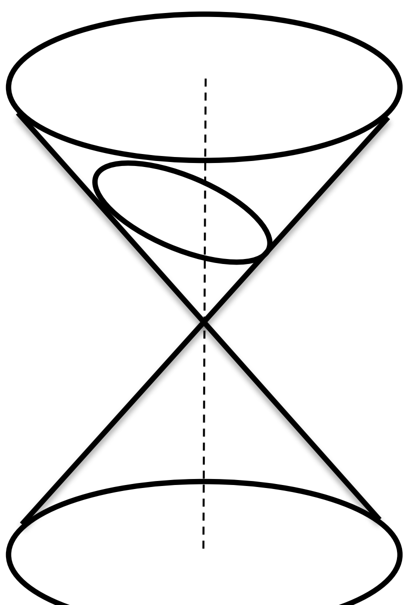
دائرة

* **المستوى القاطع عمودي على محور المخروط**



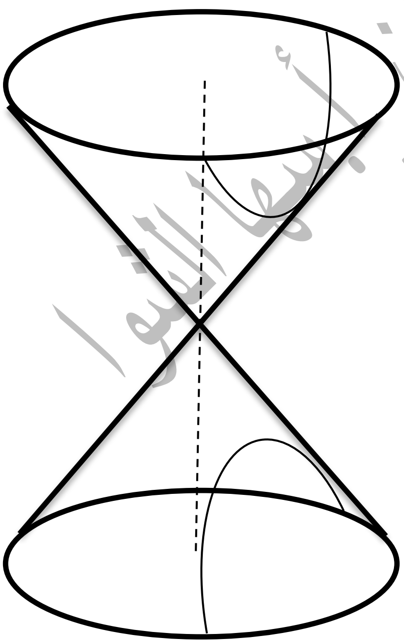
قطع مكافئ

المستوى القاطع مواز لأحد رواسم المخروط



قطع ناقص

* **المستوى القاطع مائل وغير مواز لأي رواسم المخروط**



قطع زائد

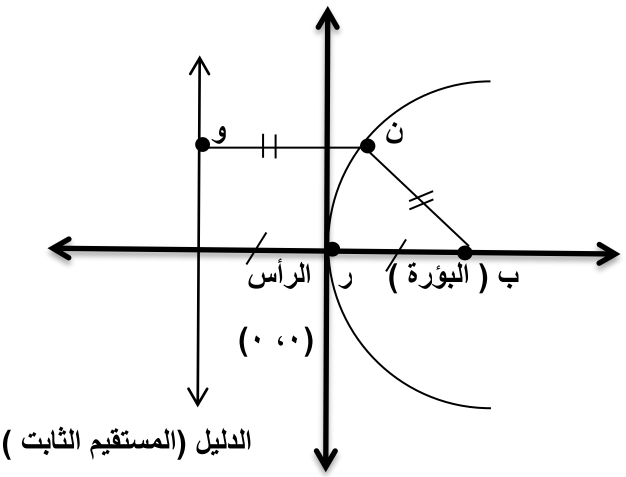
المستوى القاطع مواز لمحور المخروط

القطع المكافئ :

☒ تعريف / " حفظ "

هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى بحيث يكون بعدها عن نقطة ثابتة (البؤرة) في المستوى مساويا لبعدها عن مستقيم ثابت فيه (الدليل) .

❖ شرح التعريف /



يوجد نقطة في المستوى تتحرك وهي ن

بشرط بعد النقطة ن عن البؤرة ب (النقطة الثابتة)

يساوي بعد النقطة ن عن المستقيم الثابت (الدليل)

- **أي أن :**

طول القطعة المستقيمة ب ن = طول القطعة المستقيمة ن و

❖ ملاحظات /

١. القطع المكافئ في وضع قياسي وهذا معناه أن إحداثيات الرأس ر هي دائما (٠ ، ٠) .

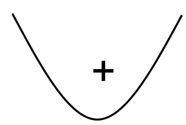
٢. النقطة الثابتة (ب) تسمى البؤرة ، و (ر) تسمى الرأس ، والمستقيم الثابت يسمى الدليل .

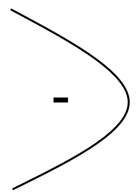
٣. المسافة بين ن ، ب = المسافة بين ن والدليل .

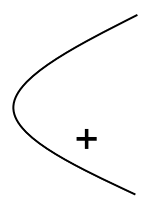
٤. المسافة بين الرأس والبؤرة = المسافة بين الرأس والدليل .

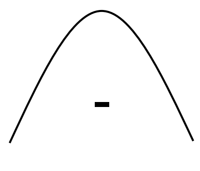
❖ معادلة القطع المكافئ في الوضع القياسي :

يوجد للقطع المكافئ أربعة حالات حسب فتحة القطع وهي :

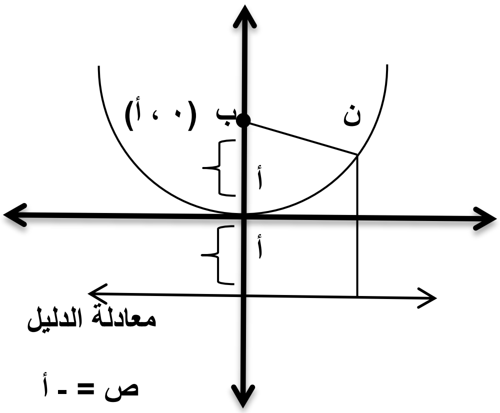
فتحة لأعلى


فتحة لليسار


فتحة لليمين


فتحة لأسفل


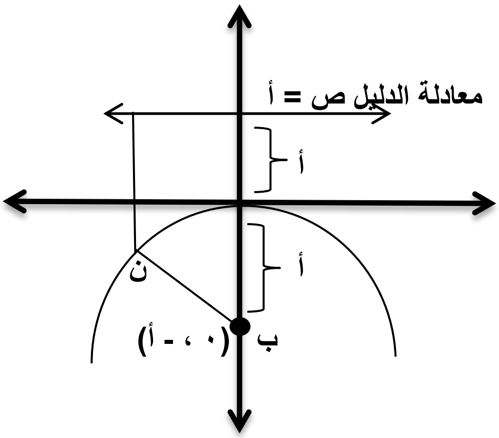
فتحة القطع المكافئ لأعلى



* **عناصر القطع :**

١) معادلة القطع هي **س**^{٢} **= ٤أص**
٢) الرأس ر احداثياته (٠ ، ٠)
٣) البؤرة تقع على محور الصادات واحداثياتها هي ب (٠ ، أ)
٤) محور التماثل هو محور الصادات معادلته **س = صفر**
٥) الدليل يوازي محور السينات معادلته **ص = - أ**
٦) المسافة بين البؤرة **ب** والرأس ر = المسافة بين الرأس والدليل = أ

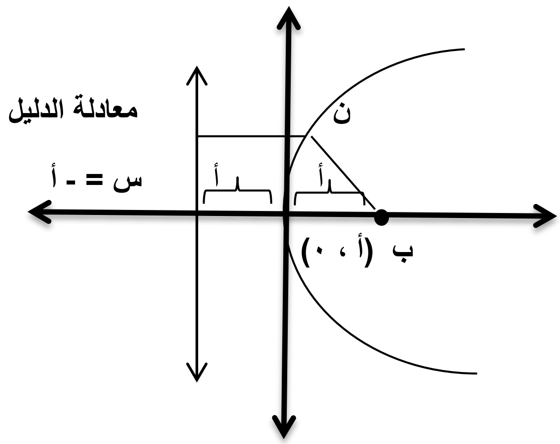
فتحة القطع المكافئ لأسفل



* **عناصر القطع :**

١) معادلة القطع هي **س**^{٢} **= - ٤أص**
٢) الرأس ر احداثياته (٠ ، ٠)
٣) البؤرة تقع على محور الصادات واحداثياتها هي ب (٠ ، - أ)
٤) محور التماثل هو محور الصادات ومعادلته **س = صفر**
٥) الدليل يوازي محور السينات ومعادلته **ص = أ**
٦) المسافة بين البؤرة **ب** والرأس ر = المسافة بين الرأس والدليل = أ

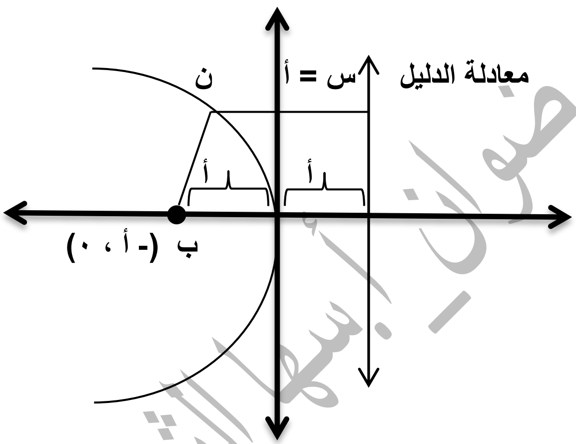
فتحة القطع المكافئ لليمين



* **عناصر القطع :**

١) معادلة القطع هي **ص**^{٢} **= ٤أس**
٢) الرأس ر احداثياته (٠ ، ٠)
٣) البؤرة تقع على محور السينات الموجب واحداثياتها ب (أ ، ٠)
٤) محور التماثل هو محور السينات معادلته **ص = صفر**
٥) الدليل يوازي محور الصادات ومعادلته **س = - أ**
٦) المسافة بين البؤرة **ب** والرأس ر = المسافة بين الرأس والدليل = أ

فتحة القطع المكافئ لليسار

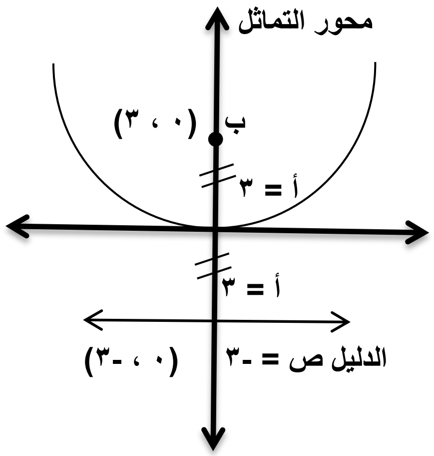


* **عناصر القطع :**

١) معادلة القطع هي **ص**^{٢} **= - ٤أس**
٢) الرأس ر احداثياته (٠ ، ٠)
٣) البؤرة تقع على محور السينات السالب واحداثياتها ب (- أ ، ٠)
٤) محور التماثل هو محور السينات معادلته **ص = صفر**
٥) الدليل يوازي محور الصادات ومعادلته **س = أ**
٦) المسافة بين البؤرة **ب** والرأس ر = المسافة بين الرأس والدليل = أ

أمثلة على القطع المكافئ

* **قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٠) و بؤرته (٠ ، ٣) ارسم شكل تقريبي للقطع وأوجد معادلته وكذلك معادلة دليله .**



✓ **الحل /**

الرأس ر (٠ ، ٠) دائما لأننا ندرس القطع المكافئ في وضع قياسي .

البؤرة نستفيد منها أمرين ١) تقع على محور الصادات

الموجب اذن فتحة لأعلى .

٢) احداثيات البؤرة في هذه الحالة (٠ ، أ) = (٠ ، ٣) ، أ = ٣

معادلة القطع الذي فتحته لأعلى هي **س^{٢} = ٤أص**

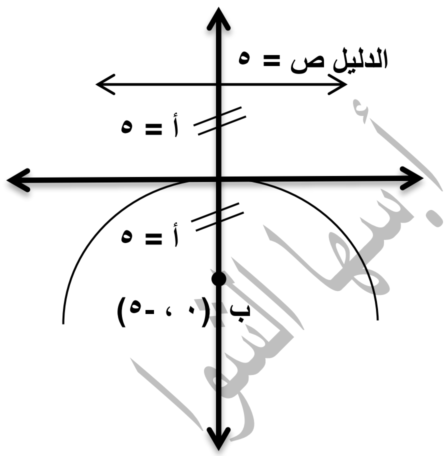
(نعوض قيمة أ) ∴ معادلة القطع **س^{٢} = ١٢ص**

الدليل في الاتجاه المخالف معادلته ص = - أ ∴ معادلة الدليل هي **ص = -٣**

محور التماثل هو محور الصادات ومعادلته هو **س = صفر**

- **ملاحظة /** ضع جميع معطيات السؤال على مستوى الاحداثيات يساعدك في تحديد نوع القطع .

* **قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٠) ودليله المستقيم ص = ٥ ارسم شكل تقريبي للقطع ، ثم أوجد معادلته .**



✓ **الحل /**

الرأس ر (٠ ، ٠)

الدليل ص = ٥ نستفيد منها أمرين . ١) أ = ٥

٢) البؤرة في الاتجاه المخالف أي تقع على محور الصادات

السالب و احداثياتها (٠ ، أ) = (٠ ، -٥)

ومعادلة القطع في هذه الحالة **س^{٢} = -٤أص** نعوض عن قيمة أ

∴ معادلة القطع هي **س^{٢} = -٢٠ص**

لاحظ (أ) نعوض عنها بقيمة موجبة دائما و (-) يشير لاتجاه القطع ، محور التماثل محور الصادات

ومعادلته س = صفر

- **<u>لاتنس</u>** المسافة بين ر ، **ب** هي المسافة بين ر والدليل = أ = ٥

* **أوجد كلا من الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل ومعادلة محور التماثل للقطوع المكافئة التالية :**

أ) ص^{٢} = ١٠س   ب) ص^{٢} = ـ٤س

- **ملاحظة /** لو طلب المسافة بين الرأس (ر) والبؤرة (**ب**) = أ

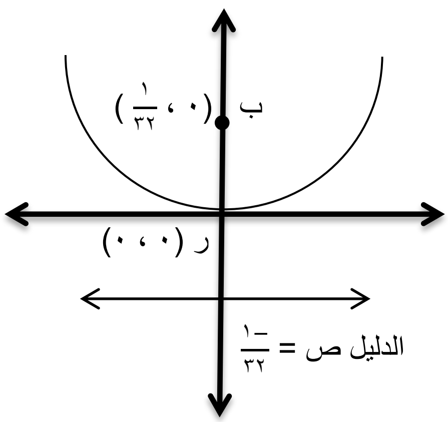
لو طلب المسافة بين الرأس (ر) والدليل = أ

لكن لو طلب المسافة بين ن على محيط القطع والبؤرة فهي نفسها بين ن والدليل ولكن لا نعرف كم تساوي الا اذا أعطانا معطى يساعدنا في حسابها

* **أوجد كلا من الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل ومعادلة محور التماثل لكل من :**

١) ص = ٨س^{٢}

✓ **الحل /**



انتبه في القطع المكافئ **س^{٢} = ... أو ص^{٢} = ...**

وواحدة فقط مربعة اما س أو ص لذلك نجهز المعادلة

بجعل س^{٢} = $\frac{١}{٨}$ ص (ص موجب)

هذه المعادلة لقطع فتحته لأعلى صورته العامة

س^{٢} = ٤أص بالمقارنة $\frac{١}{٨}$ = ٤أ منها أ = $\frac{١}{٣٢}$

البؤرة تقع على محور الصادات الموجب ب(٠ ، $\frac{١}{٣٢}$) ، الدليل يوازي محور السينات معادلته ص = $\frac{١}{٣٢}$ ، محور التماثل هو محور الصادات معادلته س = صفر ، الرأس ر (٠ ، ٠)

* **أوجدي معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته س^{٢} + ١٢ص = صفر**

✓ **الحل /**

المعادلة تصبح **س^{٢}** = **ـ١٢ص** وهي معادلة قطع مكافئ فتحته لأسفل صورته العامة هي **س^{٢}** = **ـ٤أص** بالمقارنة بين المعادلتين

∴ ـ٤أ = ـ١٢ ، ∴ أ = ٣ ، معادلة الدليل ص = أ ← **ص = ٣**

* **أوجدي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته** $\frac{س^{٢}}{٤} + \frac{ص}{٨}$ **= صفر**
* **أوجدي عناصر القطع المكافئ الذي معادلته ص^{٢} = ـ٢س**

* **تتحرك النقطة ن (س ، ص) في المستوى بحيث يكون س = جاهـ ، ص = جتا٢هـ -١ ، بيني أن المحل الهندسي للنقطة ن هو معادلة قطع مكافئ وعيني رأسه وبؤرته .**

✓ **الحل /**

في هذا النوع من الأسئلة نريد التخلص من جا ، جتا بتحويلهم لنفس الصورة

س = جاهـ	ص = جتا٢هـ - ١
س^{٢} = جا^{٢}هـ ×-٢	**ص** = ١ – ٢جا^{٢}هـ - ١ = **-٢جا^{٢}هـ** ــــــ(٢)
-٢س^{٢} = **-٢جا^{٢}هـ** ــــــ(١)	

∴ -٢س^{٢} = ص ⟸ س^{٢} = $\frac{-١}{٢}$ ص

وهي معادلة قطع مكافئ فتحته لأسفل والصورة العامة له **س^{٢} = -٤أص**

∴ $\frac{-١}{٢}$ = -٤أ ⟸ أ = $\frac{١}{٨}$ ، ∴ البؤرة (٠ ، $\frac{١}{٨}$) ، الرأس (٠ ، ٠)

* **أوجد كلا مما يلي :-**

١) معادلة القطع الذي رأسه (٠ ، ٠) وبؤرته (٠ ، ٢) هي .. **الحل** (س^{٢} = - ٨ص)

٢) معادلة القطع الذي دليله س = ٣ هي ..... **الحل** (ص^{٢} = -١٢س)

٣) احداثيات البؤرة للقطع المكافئ الذي معادلته س^{٢} + ١٨ص = ٠ **الحل** (٠ ، $\frac{-٩}{٢}$)

٤) معادلة القطع الذي دليله س = ٢ هي ... **الحل** (س^{٢} = ٨ص)

٥) معادلة الدليل للقطع الذي معادلته $\frac{س^{٢}}{١٢}$ – ص = ٠ **الحل** (ص = -٣)

* **بين أن النقطة ($\frac{١}{٢}$ ، -١) لا تقع على منحنى القطع المكافئ الذي بؤرته (أ ، ٠) ويمر بالنقطة (١ ، ٣أ) ، أ > صفر .**

✓ **الحل /** أولا نريد حساب معادلة القطع الذي يمر بالنقطة (١ ، ٣ أ) وبؤرته (أ ، ٠)

من البؤرة نحدد نوع القطع فهي تقع على محور السينات الموجب أي فتحة القطع لليمين والصورة العامة هي ص^{٢} = ٤أس ــــــ(١)

القطع يمر بالنقطة (١ ، ٣ أ) أي تحقق معادلته ، نعوض بالنقطة في معادلة القطع لحساب قيمة أ

(٣أ)^{٢} = ٤أ × ١ ⟸ ٩أ^{٢} = ٤أ ⟸ ٩أ^{٢} – ٤أ = صفر ⟸ أ (٩أ – ٤) = صفر

اما أ = صفر وهي مرفوضة   أو أ = $\frac{٤}{٩}$ نعوض في (١) لحساب معادلة القطع

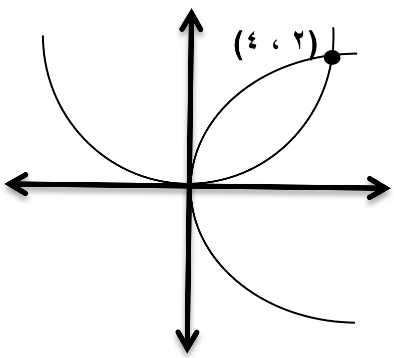
ص^{٢} = ٤ × $\frac{٤}{٩}$ س $\Longleftarrow$ ص^{٢} = $\frac{١٦}{٩}$س

نتحقق هل ($\frac{١}{٢}$ ، -١) تقع على منحنى القطع أم لا ، نعوض بها في معادلة القطع

ص^{٢} = (-١)^{٢} = ١   ، $\frac{١٦}{٩}$ س = $\frac{١٦}{٩}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٨}{٩}$

١ $\neq$ $\frac{٨}{٩}$ ∴ النقطة ($\frac{١}{٢}$ ، -١) لا تقع على منحنى القطع

* **أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) ويمر منحناه بالنقطة (٢ ، ٤)**



✓ **الحل /** الرأس (٠ ، ٠) أي أن القطع في وضع قياسي

لذلك نضع معطيات السؤال على مستوى الاحداثيات لتخيل

نوع القطع الذي يمر بها فنجد أن هناك حالتين أي أن **للمسألة حلان**

- **<u>الحالة الأولى</u>** / فتحة القطع لأعلى والصورة العامة لمعادلته

س^{٢} = ٤أص ، نعوض بالنقطة

(٢ ، ٤) لحساب قيمة أ ← ٤ = ٤أ × ٤ ← أ = $\frac{٤}{١٦}$ = $\frac{١}{٤}$

نعوض عن قيم أ في معادلة القطع فيكون س^{٢} = ٤ × $\frac{١}{٤}$ ص

∴ معادلة القطع هي س^{٢} = ص

- **<u>الحالة الثانية</u>** / فتحة القطع لليمين والصورة العامة لها ص^{٢} = ٤أس ، نعوض بالنقطة (٢ ، ٤) لحساب قيمة أ ← ١٦ = ٤ أ × ٢ ← أ = ٢

نعوض عن قيمة أ في معادلة القطع فيكون ص^{٢} = ٤× ٢س

∴ معادلة القطع ص^{٢} = ٨س

* **أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) ويمر منحناه بالنقطة (-٢ ، ٤) أكتب جميع الحالات الممكنة .**

✓ **الحل** ١) س^{٢} = ص   ٢) ص^{٢} = - ٨س

* **معادلة القطع المكافئ الذي يعامد دليله محور الصادات والبعد بين البؤرة والدليل ٨ وحدات**

✓ **الحل /** ١) س^{٢} = ١٦ ص   ٢) س^{٢} = - ١٦ص

* **جد احداثيات البؤرة ومعادلتي محور التماثل والدليل للقطع المكافئ الذي معادلته ص^{٢} = ب س ويمر بالنقطة (١ ، ٢)**

✓ **الحل /** ١) احداثيات البؤرة (١ ، ٠) ٢) معادلة محور التماثل ص = صفر

٣) معادلة الدليل س = -١

* **أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) ويمر منحناه بالنقطة (-٦ ، -٣) .**

✓ **الحل** ١) ص^{٢} = $\frac{-٣}{٢}$ س (فتحته لليسار)

٢) س^{٢} = -١٢ص (فتحته للأسفل)

* **أوجد معادلة القطع المكافئ الذي محور تماثله السينات ورأسه في نقطة الأصل والنقطة (١ ، ص$_{١}$) تقع على منحناه وتبتعد ٦ وحدات عن الدليل .**

* **أوجد معادلة القطع الذي رأسه في نقطة الأصل ومحور تماثله السينات ويمر بالنقطة (٢ ، -٣) .**

✓ **الحل /** ص^{٢} = $\frac{٩}{٢}$ س

* **معادلتان س = ن^{٢} ، ص = ن يحددان موضع جسم على منحنى ، أكتب معادلة المنحنى الذي يتحرك عليه الجسم .**

✓ **الحل /** س = ن^{٢} ، ص^{٢} = ن^{٢} ∴ ص^{٢} = س

الجسم يتحرك على منحنى قطع مكافئ فتحته لليمين

* **ارسم القطوع وحدد نوعها**

١) ص = ٨س^{٢} (فتحته للأعلى)

٢) ٨س = -٢ص^{٢} (فتحته لليسار)

٣) $\frac{س^{٢}}{٩} + \frac{ص}{١٦} = ٠$ (فتحته لأسفل)

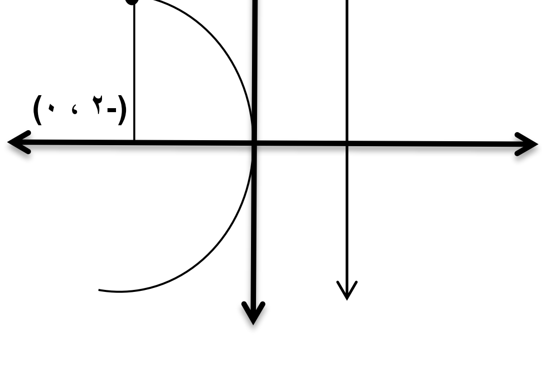
* **ما بعد النقطة (-٢ ، ٤) الواقعة على منحنى القطع ص^{٢} = -٨س عن دليل هذا القطع .**

✓ **الحل/**

فتحة القطع لليسار ، البؤرة (-٢ ، ٠)

بعد النقطة عن الدليل = بعد النقطة عن البؤرة

= $\sqrt{(-٢ - -٢)^{٢} + (٠-٤)^{٢}}$ = $\sqrt{١٦}$ = ٤



✓ **حل آخر** المسافة بين الدليل والنقطة = $\sqrt{(-٢ - ٢)^{٢} + (٤ - ٢)^{٢}}$ = $\sqrt{١٦}$ = ٤

❖ تمارين /

* **اذا كان القطع يمر بالنقطة (١ ، ٢) ومعادلته ص^{٢}= أس ، ما قيمة أ وما معادلة القطع**

✓ **الحل** / أ = ٤ ، المعادلة ص^{٢} = ٤س

* **أوجد معادلة القطع في الوضع القياسي الذي محوره منطبق على السينات ويمر بالنقطة (١ ، ٦)**

✓ **الحل** / ص^{٢} = ٣٦س

* **جد معادلة المحل الهندسي للقطع (س ، ص) التي تتحرك على منحنى ص = ق(س) حيث**

ص = $\frac{٤}{١ + ظا٢هـ}$ ، س = ١ـ ٢جا^{٢} هـ

✓ **الحل** / س^{٢} = ١/٤ص

* **قطع مكافئ معادلته ص^{٢} ـ ٨م س = ٠ ، م > ٠ اذا كانت دائرة مركزها رأس القطع وتمر ببؤرته ومعادلتها س^{٢} + ص^{٢} = ٤ ، جد م ؟**

✓ **الحل** / م = ١

* **أوجد معادلة المحل الهندسي للنقطة (س ، ص) بحيث س = ٣ظتاس ، ص = قتا^{٢}س ـ ١**

✓ **الحل /** المعادلة س^{٢} = ٩ص

* **قطع مكافئ يمر بالنقطة (ـ٨ ، ٢) جد معادلته**

✓ **الحل /** ص^{٢} = $\frac{-١}{٢}$ س

س^{٢} = ٣٢ص

الدرس الثاني

القطع الناقص

☒ **<u>تعريف</u> / " حفظ "**

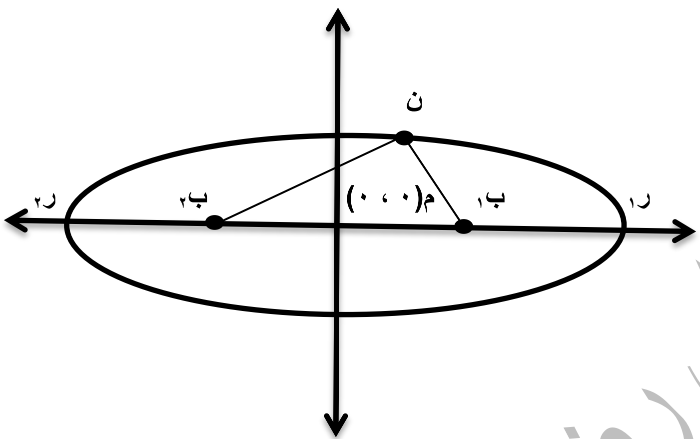
هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين فيه يساوي مقدار ثابت أكبر من البعد بينهما .

❖ **التفسير :**

النقطة <u>ن</u> تتحرك في المستوى بحيث يتحقق الشرط التالي :

بعد النقطة ن عن النقطة ب$_{١}$ + بعد النقطة ن عن النقطة ب$_{٢}$ = مقدار ثابت = ٢أ

<u>٢أ</u> أكبر من البعد بين النقطتين ب$_{١}$ ، ب$_{٢}$ (٢جـ)



النقطتين الثابتتين هما البؤرتان ب$_{١}$ ، ب$_{٢}$

ن ب$_{١}$ + ن ب$_{٢}$ = ٢أ

مجموع بعدي ن عن النقطتين ب$_{١}$ ، ب$_{٢}$

يساوي مقدار ثابت = ٢أ

المسافة بين البؤرتين ب$_{١}$ ، ب$_{٢}$ = ٢جـ

٢أ > ٢جـ ← أ > جـ دائما في القطع الناقص

محيط Δ ن ب$_{١}$ ب$_{٢}$ = مجموع أطوال أضلاعه = ن ب$_{١}$ + ن ب$_{٢}$ + ب$_{١}$ ب$_{٢}$ = ٢أ + ٢جـ

❖ **وللقطع الناقص حالتان هما : سنوضح كل حالة بالتفصيل .**

- **<u>الحالة الألى</u> / القطع الناقص السيني**

معادلته $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ لاحظ س^{٢} و ص^{٢} بينهم +

١) مركز القطع م في الوضع القياسي (٠ ، ٠) .

٢) للقطع بؤرتان تقعان على محور السينات احداثياتهم ب$_{١}$ (جـ ، ٠) ، ب$_{٢}$ (- جـ ، ٠) ،

المسافة بين البؤرتين = ب$_{١}$ ب$_{٢}$ = ٢جـ (البعد البؤري)

٣) القطع له رأسان يقعان على محور السينات واحداثياتهم ر$_{١}$ (أ ، ٠) ، ر$_{٢}$ (- أ ، ٠)

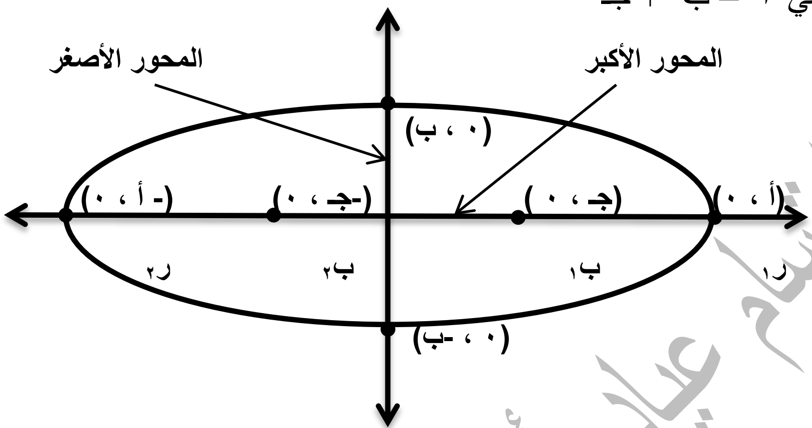
البعد بين الرأسين ر$_{١}$ ر$_{٢}$ = ٢أ

٤) للقطع الناقص محوران ١) المحور الأكبر وينطبق على محور السينات ومعادلته ص = صفر ويصل بين الرأسين وطوله = ٢أ

٢) محور أصغر ينطبق على محور الصادات ومعادلته س = صفر وطوله ٢ب

٥) الاختلاف المركزي هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ < ١ دائما

٦) العلاقة أ ، ب ، جـ هي أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}

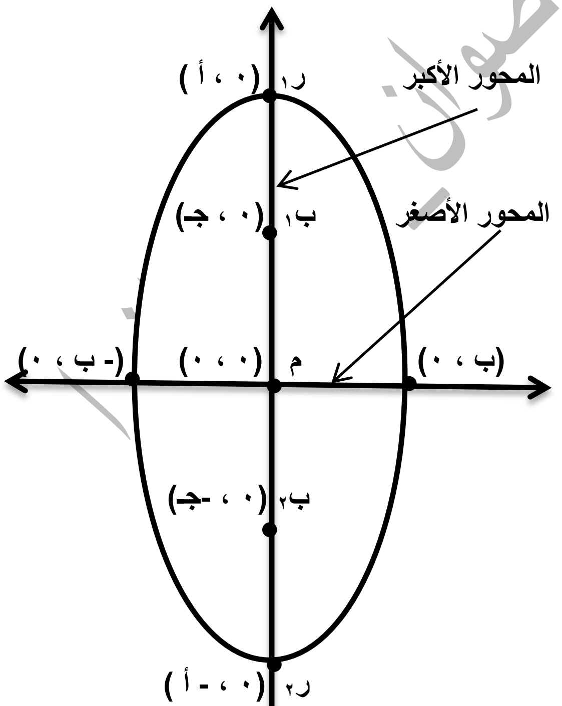


❖ **ملاحظات /**

المقام الأكبر هو أ^{٢} والأصغر هو ب^{٢} ، والمقام الأكبر هو الذي يحدد نوع القطع اذا كان المقام أكبر لـ س^{٢}

∴ قطع ناقص سيني مثل $\frac{\text{س}^{٢}}{٤٩} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$

اذا المقام الأكبر لـ ص^{٢} قطع ناقص صادي مثل $\frac{\text{س}^{٢}}{١٦} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٤٩} = ١$



- **<u>الحالة الثانية</u> / القطع الناقص الصادي**

معادلته $\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$

المركز م (٠ ، ٠) في الوضع القياسي

١) للقطع بؤرتان تقعان على محور الصادات

احداثياتهم ب$_{١}$ (٠ ، جـ) ، ب$_{٢}$ (٠ ، - جـ)

المسافة بين البؤرتين ب$_{١}$ ب$_{٢}$ = ٢جـ

٢) للقطع رأسان يقعان على محور الصادات

احداثياتهم ر$_{١}$ (٠ ، أ) ، ر$_{٢}$ (٠ ، - أ)

المسافة بين الرأسين ر$_{١}$ ر$_{٢}$ = ٢أ

٣) المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات ومعادلته س = صفر وطرفاه هما الرأسان وطوله = ٢أ

٤) المحور الأصغر ينطبق على محور السينات ومعادلته ص = صفر وطرفاه هما (ب ، ٠) ، (- ب ، ٠) وطوله ٢ب

٥) الاختلاف المركزي هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ < ١ ، أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}

❖ **ملاحظات هامة /**

١) أ ، ب ، جـ موجبة دائما .

أ بعد الرأس عن المركز ، جـ بعد البؤرة عن المركز

٢) أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}

٣) مساحة Δ ب$_{١}$ ب$_{٢}$ ن = ٢أ + ٢جـ

٤) هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ < ١ فإذا :

أ) هـ ⟵ صفر ، الشكل يقترب من دائرة .

ب) هـ ⟵ ١ الشكل يقترب من قطعة مستقيمة .

ودائما هـ كسر محصور بين صفر ، ١

٥) أ أكبر من ب و جـ ، وأ^{٢} اذا كانت مقام س^{٢} يصبح قطع ناقص سيني ، أما اذا كانت مقام ص^{٢} يصبح قطع ناقص صادي ، أي أ^{٢} العدد الأكبر يحدد نوع القطع

❖ **ملاحظات /**

١. البؤرتان أو الرأسان أو المحور الأكبر على محور السينات فهو قطع ناقص سيني وبالتالي ينطبق المحور الأصغر على محور الصادات .

٢. اذا البؤرتان أو الرأسان أو المحور الأكبر على محور الصادات فهو قطع ناقص صادي وبالتالي المحور الأصغر ينطبق على محور السينات .

٣. أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية موجبة فقط .

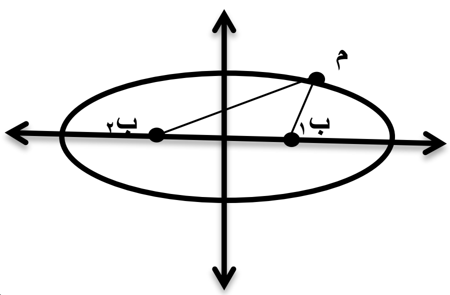
❖ **ملاحظات هامة / انتبه** " محيط أي شكل = مجموع أطوال أضلاعه "

١. محيط المثلث ب$_{١}$ م ب$_{٢}$ =

ب$_{١}$ م + م ب$_{٢}$ + ب$_{١}$ ب$_{٢}$ = ٢أ + ٢جـ

لأن المسافة بين البؤرتين = ٢جـ ،

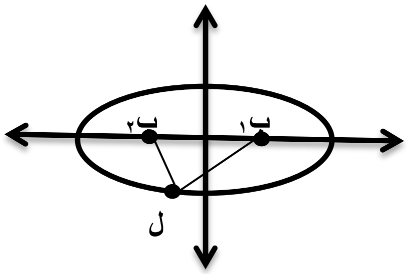
مجموع بعد م عن البؤرتين = ٢أ .



٢. محيط المثلث ب$_1$ ل ب$_2$ =

ب$_1$ ل + ل ب$_2$ + ب$_1$ ب$_2$

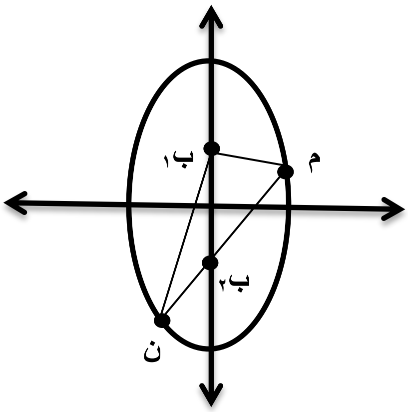
= ٢أ + ٢جـ



٣. محيط المثلث ن م ب$_1$ =

م ب$_1$ + م ب$_2$ + ن ب$_1$ + ن ب$_2$

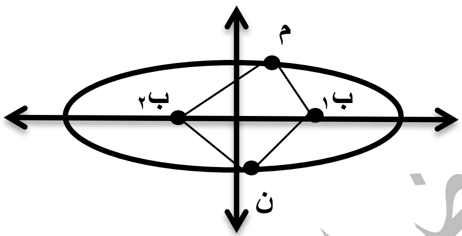
= ٢أ + ٢أ = ٤أ



٤. محيط الشكل الرباعي م ب$_1$ ن ب$_2$

= ب$_1$ م + م ب$_2$ + ب$_1$ ن + ن ب$_2$

= ٢أ + ٢أ = ٤أ



❖ ملخص

١) القطع اما ناقص سيني / صادي المقام الأكبر أ^2 يحدد نوع القطع

٢) أي نقطة على محيط القطع مجموع بعديها عن البؤرتين = ٢أ

٣) البعد بين البؤرتين = ٢جـ ، البعد بين الرأسين = ٢أ

٤) المحور الأكبر طوله = ٢أ ، المحور الأصغر طوله = ٢ب

٥) أ^2 = ب^2 + جـ^2 ، أ > ب ، أ > جـ

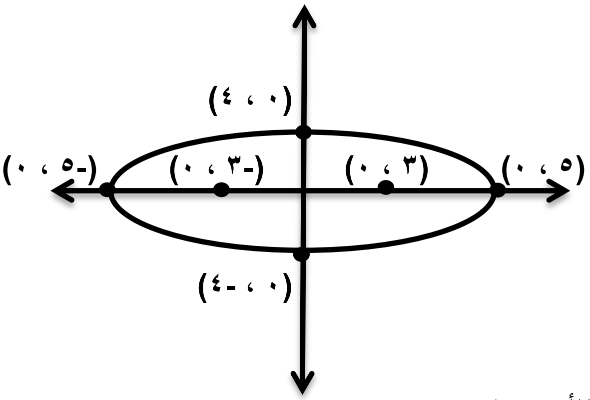
٦) هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ < ١ دائـــما

٧) يجب وضع معادلة القطع على الصورة $\frac{\text{س}^2}{\text{أ}^2} + \frac{\text{ص}^2}{\text{ب}^2} = ١$ (سيني)

أو $\frac{ص^٢}{أ^٢} + \frac{س^٢}{ب^٢} = ١$ (صادي)

* **قطع ناقص سيني معادلته $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$ عين عناصره الأساسية ثم ارسم المنحنى .**

✓ **الحل /** معادلة القطع $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$ قطع ناقص سيني لأن مقام $س^٢$ هم الأكبر ، المقام الأكبر
$أ^٢ = ٢٥ \leftarrow أ = ٥$



المقام الأصغر $ب^٢ = ١٦ \leftarrow ب = ٤$

لحساب جـ $\leftarrow أ^٢ = ب^٢ + جـ^٢$

$٢٥ = ١٦ + جـ^٢ \leftarrow جـ^٢ = ٩ \leftarrow جـ = ٣$

لأن القطع الناقص سيني البؤرتان ، الرأسان على محور السينات

البؤرتان تقعان على محور السينات $ب_١$ (٣ ، ٠) ، $ب_٢$ (-٣ ، ٠)

الرأسان يقعان على محور السينات $ر_١$ (٥ ، ٠) ، $ر_٢$ (-٥ ، ٠)

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات معادلته ص = ٠ وطوله ٢أ = ١٠

المحور الأصغر ينطبق على محور الصادات معادلته س = ٠ وطوله ٢ب = ٨

المركز م (٠ ، ٠) في وضع قياسي ، الاختلاف المركزي $هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{٥} < ١$

* **أوجد معادلة القطع الذي مركزه (٠ ، ٠) وبؤرتاه (٤ ، ٠) ، (-٤ ، ٠) ويقطع المحور الصادي عن النقطتين (٠ ، ٣) ، (٠ ، -٣) .**

✓ **الحل /** معادلة القطع $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{٩} = ١$

* **عيني الرأس والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته**
$٢٥س^٢ + ٩ص^٢ = ٢٢٥$.

✓ **الحل / أولا** نضع القطع على صورته العامة (÷٢٢٥) فتصبح المعادلة

$\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$ ، هذه معادلة قطع ناقص صادي لأن المقام الأكبر لـ $ص^٢$

نرتبها $\leftarrow \frac{ص^٢}{٢٥} + \frac{س^٢}{٩} = ١$

$أ^٢ = ٢٥ \leftarrow أ = ٥$ ، $ب^٢ = ٩ \leftarrow ب = ٣$

لحساب جـ ← ∵ $أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}$

$٢٥ = ٩ + جـ^{٢}$ ← $جـ^{٢} = ١٦$ ← جـ = ٤

القطع ناقص صادي ∴

١) البؤرتان تقعان على محور الصادات احداثياتهم $ب_{١}$ (٠ ، جـ) = (٠ ، ٤)

$ب_{٢}$ (٠ ، - جـ) = (٠ ، -٤)

٢) الرأسان يقعان على محور الصادات احداثياتهم $ر_{١}$ (٠ ، أ) = (٠ ، ٥)

$ر_{٢}$ (٠ ، - أ) = (٠ ، -٥)

٣) الاختلاف المركزي $هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٤}{٥} < ١$

* **أوجدي معادلة القطع الناقص في الحالات الآتية :**

١) مركزه (٠ ، ٠) وبؤرتاه (±١ ، ٠) وطول محوره الأكبر ٦ وحدات .

✓ **الحل /**

$$\frac{س^{٢}}{٩} + \frac{ص^{٢}}{٨} = ١$$

٢) قطع ناقص مركزه (٠ ، ٠) وبؤرتاه (٠ ، ±٢) واختلافه ٠,٥

✓ **الحل /** معادلة القطع هي $\frac{ص^{٢}}{١٦} + \frac{س^{٢}}{١٢} = ١$

٣) قطع ناقص رأساه (٠ ، ±٦) ويمر بالنقطة (٣ ، ٢) .

✓ **الحل /**

$$\frac{ص^{٢}}{٣٦} + \frac{٨س^{٢}}{٨١} = ١$$

* **ارسم القطع الناقص حسب معادلته :**

١) $\frac{س^{٢}}{٩} + \frac{ص^{٢}}{٤} = ١$

٢) $٣س^{٢} + ٤ص^{٢} = ١٢$

* **حدد نوع القطع الناقص /**

١) $\text{س}^{٢} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٤} = ١$ ← قطع ناقص صادي لأن مقام $\text{ص}^{٢}$ هو الأكبر

٢) $٥\text{س}^{٢} + \frac{٢\text{ص}^{٢}}{٣} = ١$ ← قطع ناقص صادي لأن مقام $\text{ص}^{٢}$ هو الأكبر

* **قطع ناقص محوره الأكبر ٨ والأصغر ٦ ما معادلته ؟**

✓ **الحل /** طول المحور الأكبر = ٢أ = ٨ ← أ = ٤

طول المحور الأصغر = ٢ب = ٦ ← ب = ٣

- لكن لم يعطينا أي معلومة عن نوع القطع ناقص سيني أو ناقص صادي ، لذلك فهناك حالتين

١) أن يكون القطع ناقص سيني معادلته

$$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١ \leftarrow \frac{\text{س}^{٢}}{١٦} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٩} = ١$$

٢) قطع ناقص صادي معادلته $\frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} + \frac{\text{س}^{٢}}{٩} = ١$

* **أوجد الاختلاف المركزي لقطع ناقص بعده البؤري مساويا لطول محوره الأصغر .**

✓ **الحل /** المطلوب هـ = ؟؟

البعد البؤري (٢جـ) = طول المحور الأصغر (٢ب) ← ∴ جـ = ب

$\text{أ}^{٢} = \text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢} \leftarrow \text{أ}^{٢} = \text{جـ}^{٢} + \text{جـ}^{٢} = ٢\text{جـ}^{٢}$

∴ $\text{أ} = \sqrt{٢}\,\text{جـ}$

$\text{هـ} = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{١}{\sqrt{٢}} < ١$

* **أوجد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الأصغر = ٨ واختلافه المركزي ٠.٦**

✓ **الحل /** ١) ناقص سيني $\frac{\text{س}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$

٢) ناقص صادي $\frac{\text{ص}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{س}^{٢}}{١٦} = ١$

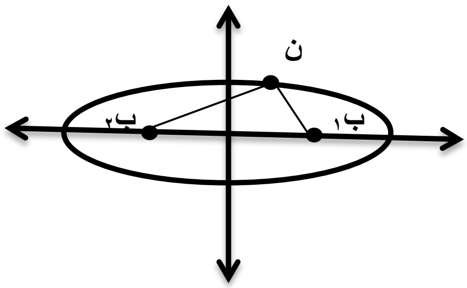
* **تتحرك نقطة بحيث يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين = ١٠ ، اذا كانت النقطة ن $(٣ ، \frac{١٢}{٥})$ تقع على المنحنى أوجد المحل الهندسي لهذه النقطة ومعادلته علما بأن المحور الأكبر ينطبق على محور السينات .**

✓ **الحل /** نقطة مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين = ١٠ ← مجموع بعدي النقطة عن البؤرتين = ٢أ ← ٢أ = ١٠ ، ∴ أ = ٥

محوره الأكبر على السينات ∴ قطع ناقص سيني معادلته $\frac{\text{س}^٢}{\text{أ}^٢} + \frac{\text{ص}^٢}{\text{ب}^٢} = ١$

أ = ٥ ، والنقطة $(٣ ، \frac{١٢}{٥})$ تقع عليه ، بالتعويض في المعادلة

$$\frac{٩}{٢٥} + \frac{\frac{١٤٤}{٢٥}}{\text{ب}^٢} = ١ \leftarrow \frac{٩}{٢٥} + \frac{١٤٤}{٢٥\text{ب}^٢} = ١$$



∴ $\text{ب}^٢ = ٩ \leftarrow \text{ب} = ٣$

المحل الهندسي هو معادلة قطع ناقص سيني

∴ المعادلة $\frac{\text{س}^٢}{٢٥} + \frac{\text{ص}^٢}{٩} = ١$

❖ **انتبه /** مساحة القطع الناقص = π أ ب

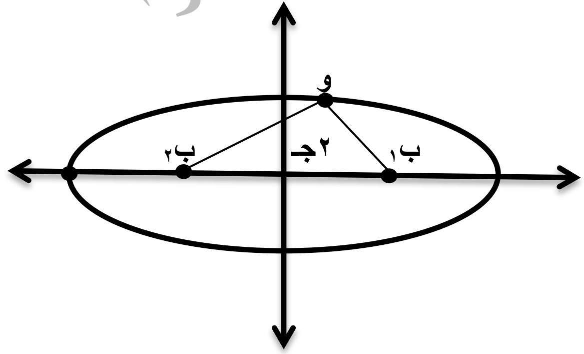
* **أوجد نصف قطر دائرة مساحتها = مساحة القطع الناقص الذي معادلته** $\frac{\text{س}^٢}{٨١} + \frac{\text{ص}^٢}{١٦} = ١$.

* **قطع ناقص مركزه (٠ ، ٠) وبؤرتاه (٠ ، ±٤) وطول محوره الأصغر ٦ وحدات أكتب معادلته .**

✓ **الحل /** $\frac{\text{ص}^٢}{٢٥} + \frac{\text{س}^٢}{٩} = ١$

* **قطع ناقص بؤرتاه (±٤ ، ٠) و نقطة تقع عليه حيث محيط Δ وب١ب٢ = ٢٤ وحدة ، احسبي معادلة هذا القطع .**

✓ **الحل /** من البؤرتان ← جـ = ٤ ، القطع ناقص



سيني لانهما تقعان على محور السينات

∴ معادلته $\frac{\text{س}^٢}{\text{أ}^٢} + \frac{\text{ص}^٢}{\text{ب}^٢} = ١$

محيط Δ وب١ب٢ = ٢٤

$\underline{\text{ب}_١\text{و} + \text{وب}_٢} + \text{ب}_١\text{ب}_٢ = ٢٤$

$٢أ + ٢جـ = ٢٤$ (÷ ٢) ← أ + جـ = ١٢ ، لكن جـ = ٤

أ = ١٢ ـ ٤ = ٨

لحساب ب ، $أ^٢ = ب^٢ + جـ^٢$ ← $٦٤ = ب^٢ + ١٦$

$ب^٢ = ٤٨$ ، بالتعويض عن قيمتي أ ، وب في معادلة القطع

$$\frac{س^٢}{٦٤} + \frac{ص^٢}{٤٨} = ١$$

* **قطع ناقص مساحته ٢٠π ورأساه (±٥ ، ٠) جد معادلته .**

✓ الحل / $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$

* **قطع ناقص بؤرتاه (±٦ ، ٠) ، ن نقطة تقع عليه بحيث Δن $ب_١$ $ب_٢$ قائم الزاوية في $ب_١$ أوجدي معادلة القطع واختلافه المركزي حيث ن $ب_١$ = ٥**

✓ **الحل/** معادلة القطع $\frac{س^٢}{٨١} + \frac{ص^٢}{٤٥} = ١$

* **ما الاختلاف المركزي لقطع ناقص معادلته** $\frac{س^٢}{٣م^٢} + \frac{ص^٢}{م^٢} = ١$ ؟

✓ **الحل /** هـ $= \sqrt{\frac{٢}{٣}}$

* **أوجد المحل الهندسي لنقطة ن (س ، ص) تتحرك في المستوى بحيث س = جاهـ - جتاهـ ، ص = ٢(جاهـ + جتاهـ) وماذا تمثل المعادلة ؟**

✓ **الحل /** نريد أن نتخلص من جا ، جتا

س = جاهـ - جتاهـ (بالتربيع)

$س^٢ = جا^٢هـ - ٢جاهـ جتاهـ + جتا^٢هـ$

$س^٢ = ١ - ٢$جاهـ جتاهـ ـــــ(١)

ص = ٢(جاهـ + جتاهـ) (÷٢)

$\frac{ص}{٢}$ = جاهـ + جتاهـ (بالتربيع)

$\frac{ص^٢}{٤} = جا^٢هـ + جتا^٢هـ + ٢$جاهـ جتاهـ

= ١ + ٢جاهـ جتاهـ ـــــ(٢)

بجمع (١) و (٢)

$س^٢ + \frac{ص^٢}{٤} = ٢$ (÷٢)

$\frac{\text{س}^{٢}}{٢} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٨} = ١$ ∴ معادلة قطع ناقص صادي

∴ $\frac{\text{ص}^{٢}}{٨} + \frac{\text{س}^{٢}}{٢} = ١$

* **نقطة و على منحنى تتحرك بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≤ صفر بالمعادلتين** $\frac{\text{س}}{٦} + \frac{١}{٢} = \text{جتا}^{٢}\text{ن}$ ، $\frac{\text{ص}}{٨} = $ جان جتان **أكتبي معادلة المحل الهندسي للنقطة** .

✓ **الحل /** $\frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} + \frac{\text{س}^{٢}}{٩} = ١$ (معادل قطع ناقص صادي)

* **قطع ناقص مركزه (٠ ، ٠) والبؤرتان تقعان على محور السينات ويمر بالنقطة (٣ ، $\frac{١٦}{٥}$) وطول محوره الأصغر = ٨ فما معادلته .**

✓ **الحل /** $\frac{\text{س}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$

* **جد معادلة القطع الناقص السيني الذي يمر بالنقطتين (٢ ، $\sqrt{٣}$) ، (٠ ، ٢) علما بأن مركزه (٠ ، ٠)**

✓ **الحل /** القطع ناقص سيني ∴ معادلته $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$

١) يمر بالنقطة (٢ ، $\sqrt{٣}$) نعوض في معادلة القطع $\frac{٤}{\text{أ}^{٢}} + \frac{٣}{\text{ب}^{٢}} = ١$ ——(١)

٢) يمر بالنقطة (٠ ، ٢) نعوض في المعادلة $\frac{٠}{\text{أ}^{٢}} + \frac{٤}{\text{ب}^{٢}} = ١$

$\text{ب}^{٢} = ٤$ نعوض عن قيمة ب في المعادلة (١)

$\frac{٤}{\text{أ}^{٢}} + \frac{٣}{٤} = ١ \leftarrow \frac{٤}{\text{أ}^{٢}} = \frac{١}{٤}$ ∴ $\text{أ}^{٢} = ١٦$

∴ معادلة القطع $\frac{\text{س}^{٢}}{١٦} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٤} = ١$

* **أوجدي المحل الهندسي للنقطة ن المتحركة في المستوى بحيث س = ٢جاهـ ، ص = ٣جتاهـ .**

✓ **الحل /** $\frac{\text{ص}^{٢}}{٩} + \frac{\text{س}^{٢}}{٤} = ١$ (قطع ناقص صادي)

* **قطع ناقص مركزه نقطة الأصل ، هـ = $\frac{١}{٢}$ ، و البعد بين رأسيه = ٨ ، احسبي معادلته .**

✓ **الحل** ١) القطع ناقص سيني $\frac{س^٢}{١٦} + \frac{ص^٢}{١٢} = ١$

٢) القطع ناقص صادي $\frac{ص^٢}{١٦} + \frac{س^٢}{١٢} = ١$

* **قطع ناقص يشترك في البؤرة مع القطع المكافئ الذي معادلته ص^٢ = ١٢س اذا كانت النسبة بين طولي محوريه كنسبة ٢ : ١ فما طول محوره الأكبر .**

✓ **الحل** / بؤرة القطع الناقص هي بؤرة القطع المكافئ

معادلة القطع المكافئ ص^٢ = ١٢س فتحة لليمين صورتها العامة ص^٢ = ٤أس

∴ ١٢ = ٤أ ← أ = ٣ ، ∴ بؤرة القطع المكافئ هي (٣ ، ٠)

∴ بؤرة القطع الناقص (٣ ، ٠) ∴ جـ = ٣ والقطع ناقص سيني

النسبة بين طولي محوريه = ٢ : ١

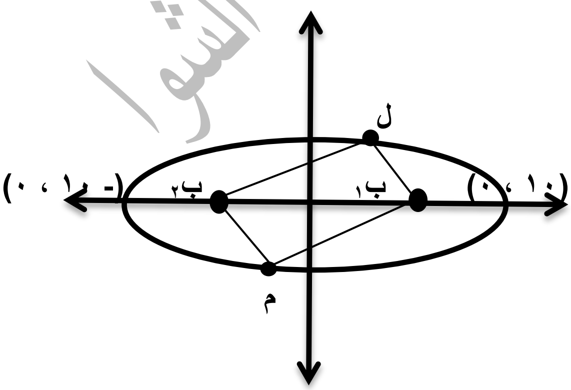
$\frac{٢أ}{٢ب} = \frac{٢}{١}$ ← أ = ٢ب

لكن أ^٢ = ب^٢ + جـ^٢ ← ٤ب^٢ = ب^٢ + ٩

٣ب^٢ = ٩ ← ب = $\sqrt{٣}$ ، نعوض عن قيمة ب لإيجاد أ

أ = ٢ب = ٢$\sqrt{٣}$ ، ∴طول المحور الأكبر = ٢أ = ٤ $\sqrt{٣}$

* **في الشكل المجاور احسبي محيط الشكل الرباعي ل ب$_١$ م ب$_٢$.**



✓ **الحل /** الرأس (١٠ ، ٠) ∴ أ = ١٠

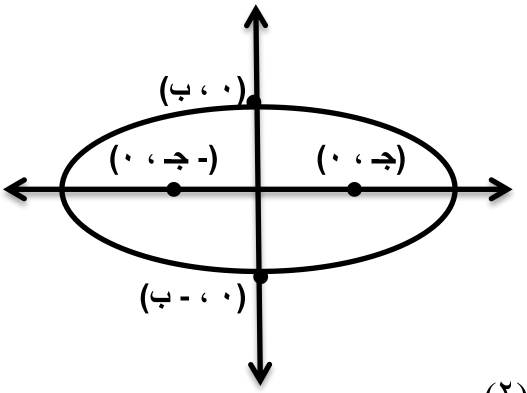
أولاً / ب$_١$ ل + ل ب$_٢$ = ٢أ (تعريف) = ٢٠

ثانياً / ب$_١$ م + م ب$_٢$ = ٢أ = ٢٠

محيط الشكل الرباعي = مجموع أطوال أضلاعه

ب$_١$ ل + ل ب$_٢$ + ب$_١$ م + م ب$_٢$ = ٢٠ + ٢٠ = ٤٠

* **أوجد الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي فيه البعد بين بؤرتيه يساوي نصف البعد بين طرفي محوريه الأصغر والأكبر .**



✓ **الحل /** المسافة بين طرفي المحورين =

$\sqrt{(٠ - -أ)^{٢} + (ب - ٠)^{٢}} = \sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$

البعد بين البؤرتين = $\frac{١}{٢}\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$

$٢جـ = \frac{١}{٢}\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$ (بالتربيع) لكن $أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}$

$٤جـ^{٢} = \frac{١}{٤}(أ^{٢} + ب^{٢})$ ∴ $جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢}$ ـــــ(٢)

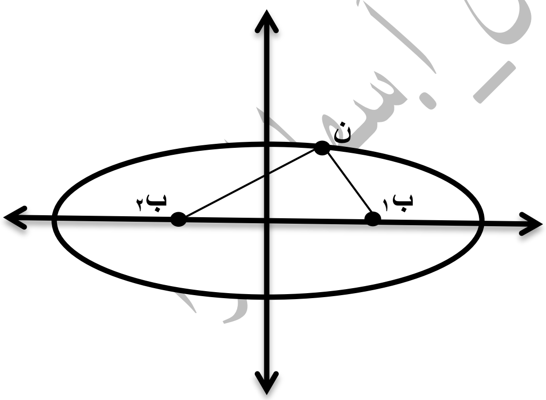
$١٦جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$ ـــــ(١) ، بجمع المعادلتين

$١٧جـ^{٢} = ٢أ^{٢}$ (بأخذ الجذر التربيعي)

$\sqrt{١٧}\,جـ = \sqrt{٢}\,أ \leftarrow \sqrt{١٧}\,\frac{جـ}{أ} = \sqrt{٢}$

$\sqrt{١٧}\,هـ = \sqrt{٢} \leftarrow هـ = \sqrt{\frac{٢}{١٧}}$

* **جد محيط Δ ن $ب_{١}$ $ب_{٢}$ حيث ن ($\frac{٥\sqrt{٣}}{٢}$ ، ٢) ، $ب_{١}$، $ب_{٢}$ هما بؤرتا القطع المخروطي الممثل بالمعادلة $١٦س^{٢} + ٢٥ص^{٢} = ٤٠٠$**



✓ **الحل /** نتحقق من النقطة أنها تقع على القطع الناقص

$\frac{١٦ \times ٢٥ \times ٣}{٤} + ٢٥ \times ٤ = ٤٠٠$

∴ النقطة ن تقع على محيط القطع

القطع معادلته $١٦س^{٢} + ٢٥ص^{٢} = ٤٠٠$ (÷ ٤٠٠)

$\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ (قطع ناقص سيني)

$أ^{٢} = ٢٥ \leftarrow أ = ٥$

$ب^{٢} = ١٦ \leftarrow ب = ٤$

نجد جـ $\leftarrow أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢} \leftarrow ٢٥ = ١٦ + جـ^{٢}$

$جـ^{٢} = ٩ \leftarrow جـ = ٣$

الآن النقطة ن تقع على محيط القطع

مجموع بعدي ن عن البؤرتين = ٢أ

ب$_{١}$ ن + ن ب$_{٢}$ = ٢أ = ٢×٥ = ١٠

البعد بين البؤرتين = ٢جـ = ٢×٣ = ٦

∴ محيط Δ = ب$_{١}$ ن + ن ب$_{٢}$ + ب$_{١}$ ب$_{٢}$ = ١٠ +٦ = ١٦

* **أوجد البؤرتين وطولي المحورين للقطع الذي معادلته $\frac{س^{٢}}{٢} + ٤ص^{٢} = ١$**

✓ **الحل /** البؤرتين ($\pm \frac{\sqrt{٧}}{٢}$ ، ٠) ، المحور الأكبر طوله = ٢$\sqrt{٢}$ ، المحور الأصغر طوله = ١

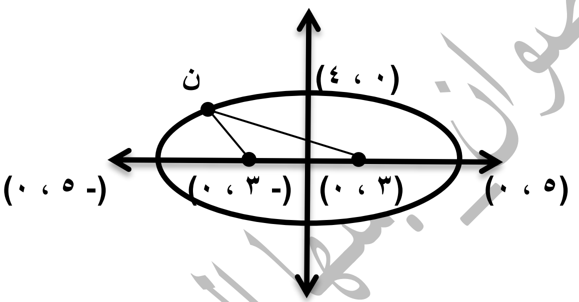
* **احداثيات الرأس للقطع الناقص الذي معادلته ٤س^{٢} + ٩ص^{٢} = ١**

لا تنس تكتب المعادلة على الصورة $\frac{س^{٢}}{\frac{١}{٤}} + \frac{ص^{٢}}{\frac{١}{٩}} = ١$

احداثيات الرأس ($\pm \frac{١}{٢}$ ، ٠)

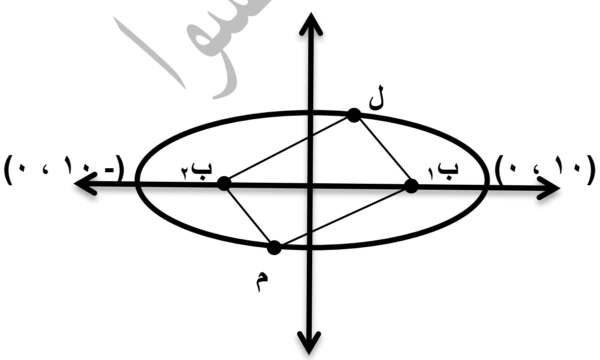
* **في الشكل المجار يكون محيط Δ ن ب$_{١}$ ب$_{٢}$ =**

✓ **الحل /** ١٦



* **محيط الشكل الرباعي ل ب$_{١}$ م ب$_{٢}$**

✓ **الحل /** ٤٠



* **جد معادلة القطع المخروطي الذي مركزه نقطة الأصل والبعد بين بؤرتيه ٢٤ وحدة ، واختلافه المركزي ٠,٦ علما بأن محوره الأصغر ينطبق على محور الصادات .**

✓ **الحل /** $\frac{س^٢}{٤٠٠} + \frac{ص^٢}{٢٥٦} = ١$

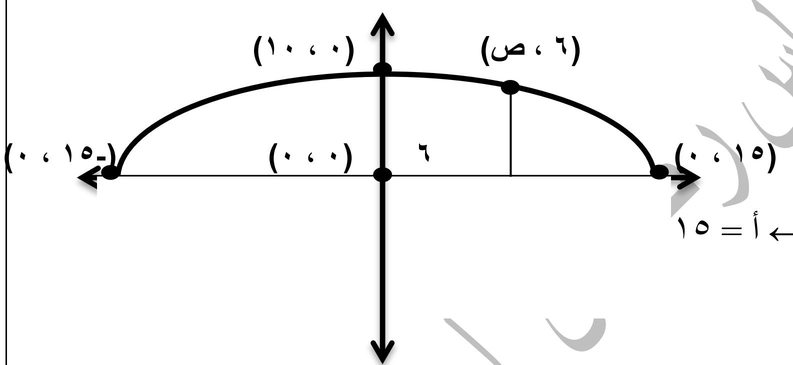
* **جد احداثيات الرأسين والبؤرتين وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته $٥س^٢ + ١٢ص^٢ = ٦٠$**

✓ **الحل /** الرأسين ($\pm\sqrt{٣}$ ، ٠) ، البؤرتين ($\pm\sqrt{٧}$ ، ٠) المحور الأكبر = $٤\sqrt{٣}$ ، المحور الأصغر = $٢\sqrt{٥}$

* **جد معادلة القطع الناقص السيني الذي اختلافه المركزي ٠.٦ والبعد بين أحد رأسيه والبؤرة القريبة منه وحدتان .**

✓ **الحل /** معادلة القطع $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$

* **جسر مقوس له شكل نصف قطع ناقص محوره الأكبر أفقي اذا كان طول قاعدة القوس ٣٠م وارتفاع أعلى نقطة في القوس فوق المحور الأفقي ١٠م أوجد ارتفاع القوس على بعد ٦م من مركز القاعدة**



✓ **الحل /** الجسر يمثل $\frac{١}{٢}$ قطع ناقص سيني معادلته

$\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١$ لأن محوره الأكبر أفقي

طول القاعدة تمثل المسافة بين الرأسين = ٣٠ = ٢أ ← أ = ١٥

أعلى نقطة في القوس تمثل ب = ١٠

∴ معادلة القطع $\frac{س^٢}{٢٢٥} + \frac{ص^٢}{١٠٠} = ١$

ارتفاع القوس ص عندما تكون س = ٦ عن المركز (المطلوب ص) نعوض عن س بـ ٦

$\frac{٣٦}{٢٢٥} + \frac{ص^٢}{١٠٠} = ١$

∴ $\frac{ص^٢}{١٠٠} = ١ - \frac{٣٦}{٢٢٥}$ ← $ص^٢ = ١٠٠(١ - \frac{٣٦}{٢٢٥})$

∴ ص = $\sqrt{٨٤}$

* **أوجد الاختلاف المركزي للقطوع التالية : ١) $س^٢ + ٤ص^٢ = ٤$**
٢) $١٦ص^٢ + ٢٥س^٢ = ٤٠٠$

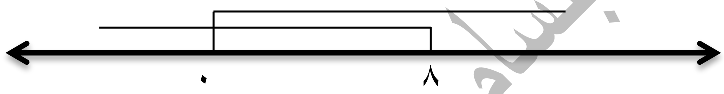
* **أوجد احداثيات البؤرتين والرأسين للقطع** $\frac{س^{٢}}{٢} + ٤ص^{٢} = ١$

* **أوجد قيمة ك التي تجعل المعادلة** $\frac{س^{٢}}{ك-٥} + \frac{ص^{٢}}{٨-ك} = ١$ **لقطع ناقص .**

✓ **الحل /** المقامات موجبة والاشارة بين $س^{٢}$ و $ص^{٢}$ (+)

∴ ك − ٥ > صفر ، ٨ − ك > صفر

ك > ٥ ، ك < ٨



قمة ك التي ∈] ٥ ، ٨ [هي التي تجعل المعادلة لقطع ناقص .

* **أوجد قيمة ك التي تجعل المعادلة** $\frac{س^{٢}}{ك+١} + \frac{ص^{٢}}{ك-١} = ١$ **لقطع ناقص .**

✓ **الحل /** ك ∈]-١ ، ١[

* **أوجد معادلة القطع الناقص الذي رأساه (±٢ ، ٠) واختلافه المركزي ٠,٥**

✓ **الحل** $\frac{س^{٢}}{٤} + \frac{ص^{٢}}{٣} = ١$

* **قطع ناقص مجموع طولي محوريه ١٨ واختلافه المركزي ٠,٦ احسبي معادلته .**

✓ **الحل /** مجموع طولي المحورين = ٢أ + ٢ب = ١٨ (÷٢)

أ + ب = ٩

ب = ٩ − أ

الاختلاف المركزي = هـ = $\frac{جـ}{أ}$ = ٠,٦

جـ = ٠.٦ أ

لكن $أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}$

$أ^{٢} = (٩ - أ)^{٢} + (٠,٦\ أ)^{٢}$

$٠,٣٦\ أ^{٢} - ١٨أ + ٨١ = ٠$ (×١٠٠)

$٣٦أ^{٢} - ١٨٠٠أ + ٨١٠٠ = ٠$ (÷٣٦)

$أ^{٢} - ٥٠أ + ٢٢٥ = ٠$

(أ − ٤٥)(أ − ٥) = ٠

أ = ٤٥ مرفوض لأن قيمة ب تصبح سالبة

أ = ٥ ← ب = ٤

$أ^٢ = ٨١ - ١٨أ + أ^٢ + ٠,٣٦\, أ^٢$

لم يعطي معلومات عن القطع ∴ للقطع حالتان :

١) سيني $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$

٢) صادي $\frac{ص^٢}{٢٥} + \frac{س^٢}{١٦} = ١$

* **قطع ناقص اختلافه المركزي ٠,٦ ويزيد طول محوره الأكبر عن الأصغر بمقدار وحدتين احسب معادلته .**

✓ **الحل /** ١) ناقص سيني $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$

٢) ناقص صادي $\frac{ص^٢}{٢٥} + \frac{س^٢}{١٦} = ١$

* **اذا كان طول المحور الأكبر للقطع الناقص يساوي ضعف طول المحور الأصغر احسب الاختلاف المركزي .**

✓ **الحل /** هـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

* **جد المحل الهندسي لنقطة تتحرك في مستوى بحيث يكون بعدها عن المستقيم س = ٩ يساوي ٣ أمثال بعدها عن النقطة (١ ، ٠) .**

✓ **الحل /** المحل الهندسي للنقطة قطع ناقص سيني $\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٨} = ١$

* **قطع ناقص مركزه (٠ ، ٠) ومحوره الأكبر $ر_١ر_٢$ على محور السينات ومحوره الأصغر على محور الصادات كانت المسافة بين بؤرتيه $ب_١ب_٢$ = ٦ وكان جتا($ط_١ب_١م$) = ٠,٦ جد معادلته .**

✓ **الحل /** القطع الناقص سيني معادلته $\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١$

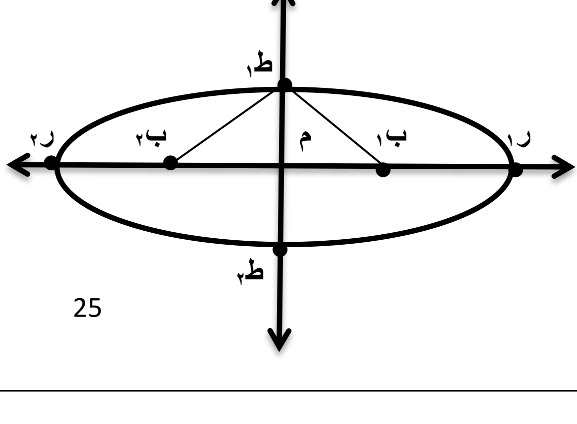
المسافة بين البؤرتين =٦ ∴ ٢جـ = ٦ ⟵ جـ = ٣

Δ $ب_١ط_١ب_٢$ متساوي الساقين

$ب_١ط_١ + ط_١ب_٢ = ٢أ$ ، ∴ $ب_١ط_١ = أ$

جتا($ط_١ب_١م$) = ٠,٦

٣/أ = ٠.٦ ⟵ ٠.٦ أ = ٣ ⟵ أ = ٥



جـ = ٣ ، أ = ٥ ، ∴ $\text{ب}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \text{جـ}^{٢} = ١٦$

∴ معادلة القطع هي $\frac{\text{س}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$

* **المعادلة $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{ك}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١-\text{ك}} = ١$ تمثل معادلة قطع**

(زائد سيني ، زائد صادي ، ناقص سيني ، ناقص صادي)

* **أوجد معادلة القطع الناقص السيني الذي محوراه هما الاحداثيان ويمران بالنقاط (٦ ، ٢) ، (-٤ ، ٣)**

✓ **الحل /** معادلة القطع $\frac{\text{س}^{٢}}{٥٢} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٣} = ١$

❖ **تمارين :-**

* **جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الأكبر = ١٠ والأصغر = ٥ ومركزه (٠ ، ٠) .**

✓ **الحل /** $\frac{\text{س}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٩} = ١$ ، $\frac{\text{ص}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{س}^{٢}}{٩} = ١$

* **جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الأكبر ١٠ ومحوره الأصغر ينطبق على محور السينات ومركزه نقطة الأصل والمسافة بين بؤرتيه ٨ .**

✓ **الحل /** $\frac{\text{س}^{٢}}{٩} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٢٥} = ١$

* **قطع ناقص مركزه (٠ ، ٠) واختلافه المركزي $\frac{١}{٣}$ ، المسافة بين طرفي محوريه الأكبر والأصغر $\sqrt{١٥٣}$ جد معادلته علما بأن محوره الأكبر على السينات .**

✓ **الحل /** $\frac{\text{س}^{٢}}{٨١} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٧٢} = ١$

* **قطع ناقص بعده البؤري = طول محوره الأصغر أثبت أن اختلافه المركزي = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$**

* **جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المستوية (س ، ص) بحيث بعدها عن المستقيم ص = -٤ يساوي مثلي بعدها عن النقطة (٠ ، -١) وما هو المحل الهندسي .**

✓ **الحل /** $\frac{ص^{٢}}{٤} + \frac{س^{٢}}{٣} = ١$ قطع ناقص صادي

* **النقطة ن واقعة على منحنى قطع ناقص مساحته ٢٠π وحدة مربعة وطول محوره الأصغر ٨ وبؤرتاه $ب_{١}$ ، $ب_{٢}$ ما محيط Δ ن $ب_{١}$ $ب_{٢}$.**

✓ **الحل/** ١٨

* **أ ب جـ مثلث محيطه ٣٠سم احداثيات الرأسين أ ، ب هما (٠ ، ٥) ، (٠ ، -٥) على الترتيب والرأس جـ يتحرك في المستوى جد المحل الهندسي الناتج من تحرك الرأس جـ ومعادلته .**

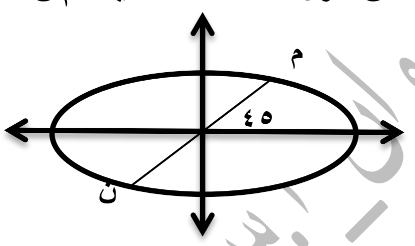
✓ **ارشاد /** محيط المثلث = ٣٠ أب + ب جـ + أجـ = ٣٠ ونكمل الحل

* **أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٠ ، ٠) وبؤرتاه على محور السينات ويمس المستقيم ص = - $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ س + ٢ عند ($\sqrt{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$)**

* **بني جسر على شكل نصف قطع ناقص محوره الأكبر أفقي اذا كان طول قاعدة القوس ٣٠ قدم وأعلى نقطة في القوس فوق الطريق الأفقية ١٠ أقدام جد ارتفاع القوس على بعد ١٠ أقدام من منتصف القاعدة .**

* **جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (±٢$\sqrt{٣}$ ، ٠) ويمر بالنقطة (٢$\sqrt{٣}$ ، ١) .**

* **الشكل المجاور يمثل منحنى القطع الناقص $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{\frac{١}{٣}أ^{٢}} = ١$ أثبت أن طول القطعة المستقيمة م ن = $\sqrt{٢}$ أ**

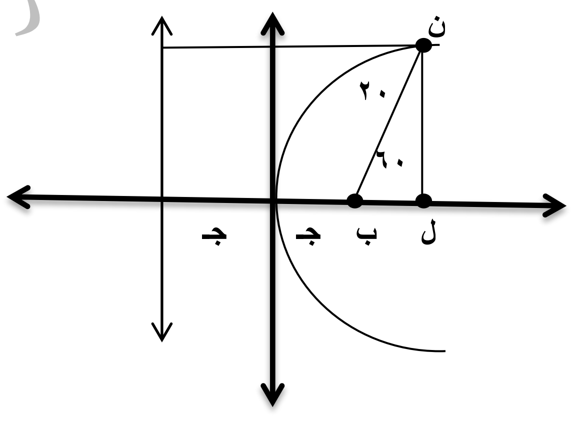


* **الشكل المجاور يمثل منحنى قطع مكافئ اعتمادا عليه جد بعد الرأس عن البؤرة**

✓ **ارشاد/** ١) نجد طول ب ل

٢) بعد ن عن البؤرة = بعد ن عن الدليل

ب ل = ١٠ ، جـ = ٥

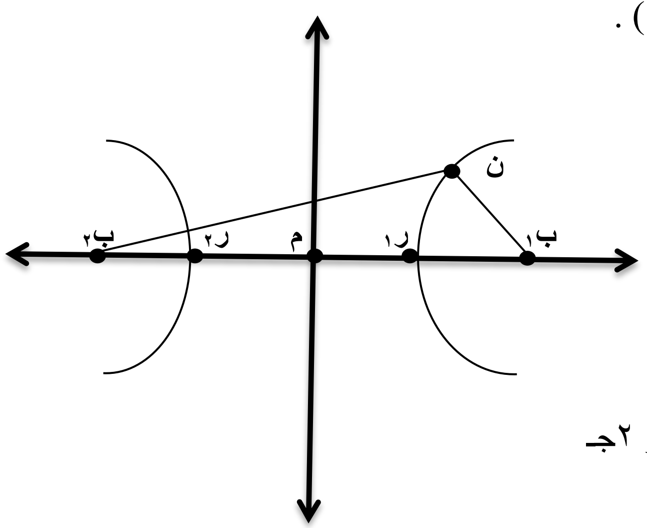


الدرس الثالث

القطع الزائد

☒ تعريف " حفظ "

هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن نقطتين ثابتتين (البؤرتين) يساوي مقدار ثابت (٢أ) أصغر من البعد بينهما (٢جـ) .



❖ التفسير /

ن نقطة تقع على محيط منحنى بحيث

الفرق المطلق بين المسافة بين ن والبؤرة ب$_{١}$

والمسافة بين ن والبؤرة ب$_{٢}$ = مقدار ثابت = ٢أ

| ن ب$_{١}$ – ن ب$_{٢}$ | = ٢أ

هذا المقدار أصغر من البعد بين البؤرتين ب$_{١}$ ، ب$_{٢}$ وهو ٢جـ

٢أ < ٢جـ ، ∴ أ < جـ (جـ الكبرى)

جـ > أ ، ب (في الناقص أ الكبرى)

المسافة بين الرأسين ر$_{١}$ ، ر$_{٢}$ = ٢أ = الفرق المطلق

المسافة بين البؤرتين ب$_{١}$ ، ب$_{٢}$ = ٢جـ ، واضح أن جـ > أ

- **ملاحظات :**

في القطع الزائد

جـ > أ

هـ = $\frac{جـ}{أ}$ > ١

| ن ب$_{١}$ – ن ب$_{٢}$ | = ٢أ

أ^{٢} هنا مقام الحد الموجب

اذا كان س^{٢} هو الحد الموجب (زائد سيني)

اذا كانت ص^{٢} الحد الموجب (زائد صادي)

جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}

في القطع الناقص

أ > جـ

هـ = $\frac{جـ}{أ}$ < ١

ن ب$_{١}$ + ن ب$_{٢}$ = ٢أ

في القطع الناقص أ^{٢} مقام الحد الكبرى

اذا كانت مقاما لـ س^{٢} (ناقص سيني)

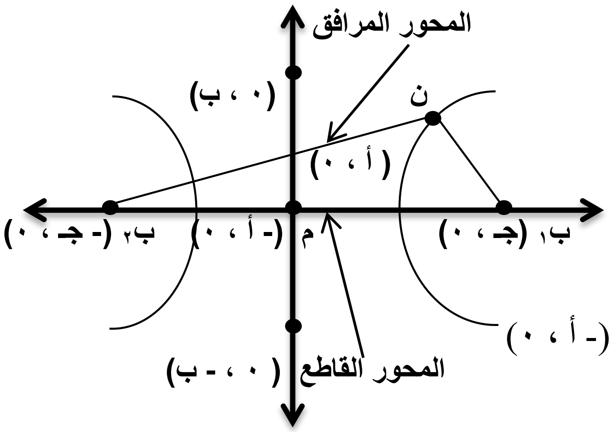
اذا كانت مقاما لـ ص^{٢}(ناقص صادي)

أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}

❖ وللقطع الزائد حالتان /

أولاً/ القطع الزائد السيني

معادلته $\frac{س^٢}{أ^٢} - \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١$



المركز م (٠ ، ٠)

البؤرتان تقعان على محور السينات

واحداثياتهم $ب_١$ (جـ ، ٠) ، $ب_٢$ (- جـ ، ٠)

والبعد بين البؤرتين = ٢جـ

الرأسان يقعان على محور السينات واحداثياتهم $ر_١$ (أ ، ٠) ، $ر_٢$ (- أ ، ٠)

المسافة بين الرأسين = ٢أ

المحور القاطع يصل بين الرأسين وينطبق على محور السينات ومعادلته ص = صفر ، وطوله = ٢أ

المحور المرافق ينطبق على محور الصادات ويقطعه في (٠ ، ± ب) ومعادلته س = صفر ، وطوله ٢ب

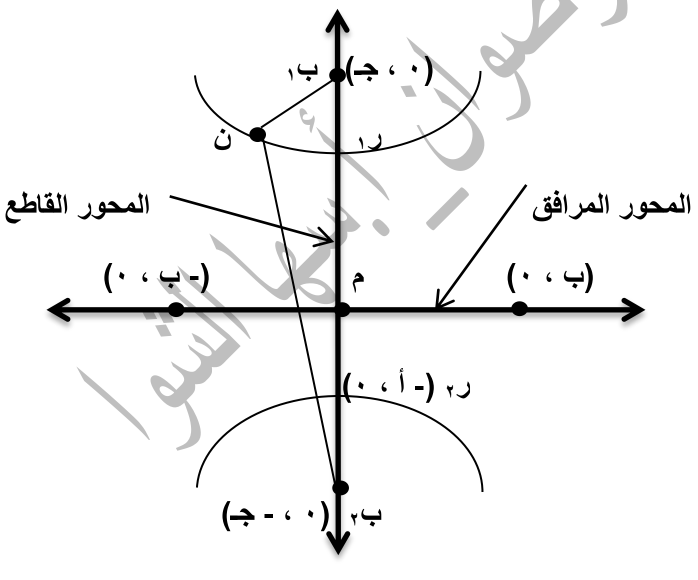
الاختلاف المركزي هـ = $\frac{جـ}{أ}$ > ١ (لاحظي في الناقص < ١)

جـ٢ = أ٢ + ب٢

اذا النقطة ن تقع على محيط القطع فان | المسافة بين ن ، $ب_١$ – المسافة بين ن ، $ب_٢$ | = ٢أ

ثانياً / القطع الزائد الصادي

معادلته $\frac{ص^٢}{أ^٢} - \frac{س^٢}{ب^٢} = ١$ ، المركز (٠ ، ٠)



البؤرتان تقعان على محور الصادات واحداثياتهم

$ب_١$ (٠ ، جـ) ، $ب_٢$ (٠ ، - جـ)

والبعد البؤري بينهم المسافة $ب_١ب_٢$ = ٢جـ

الرأسان يقعان على محور الصادات واحداثياتهم

$ر_١$ (٠ ، أ) ، $ر_٢$ (٠ ، - أ)

المسافة بين الرأسين $ر_١ر_٢$ = ٢أ

المحور القاطع يصل بين الرأسين وينطبق على محور الصادات ومعادلته س = صفر ، وطوله = ٢أ

المحور المرافق ينطبق على محور السينات ويقطعه في (± ب ، ٠) ومعادلته ص = صفر ، وطوله = ٢ب

هـ = $\frac{جـ}{أ}$ ، $جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$

| ن ب١ – ن ب٢ | = ٢أ

* **من الرسم المجاور أوجدي معادلة القطع الزائد**

✓ **الحل /** | ١٠ – ٢ | = ٢أ

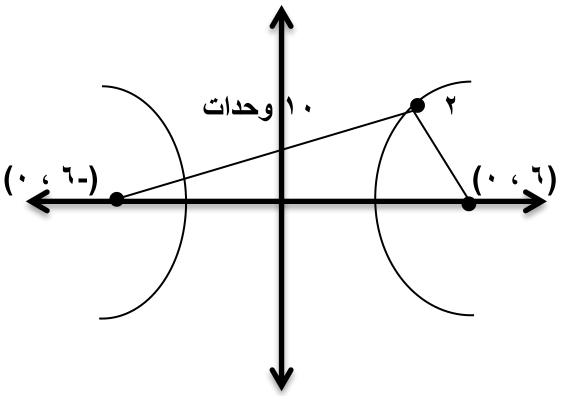
٨ = ٢أ ← أ = ٤

البؤرة (٦ ، ٠) ← جـ = ٦ تقع على محور السينات

القطع زائد سيني

جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} ← ٣٦ = ١٦ + ب^{٢} ، ب^{٢} = ٢٠

معادلة القطع $\frac{س^{٢}}{١٦} - \frac{ص^{٢}}{٢٠} = ١$



* **عيني كلا من الرأسين والبؤرتين وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع** $\frac{س^{٢}}{١٦} - \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$

* **ارسمي منحنى القطع الزائد الذي بؤرتاه (±٥ ، ٠) ورأساه (±٣ ، ٠) ثم اكتبي معادلته .**

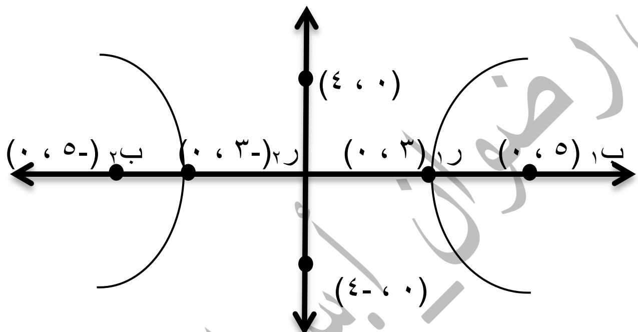
✓ **الحل /** من البؤرتان جـ = ٥

القطع زائد سيني لأنهما تقعان على محور السينات

من الرأسان أ = ٣

جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} ← ٢٥ = ٩ + ب^{٢} ، ب^{٢} = ١٦

معادلة القطع $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$



* **أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (٠ ، ٠) والبعد بين بؤرتيه ١٢ ، واختلافه المركزي $\frac{٣}{٢}$ ، ومحوره القاطع ينطبق على محور الصادات .**

✓ **الحل /** البعد بين البؤرتين = ٢جـ = ١٢ ← جـ = ٦

هـ = $\frac{جـ}{أ}$ ← $\frac{٦}{أ} = \frac{٣}{٢}$ ← أ = ٤

المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ∴ قطع زائد صادي

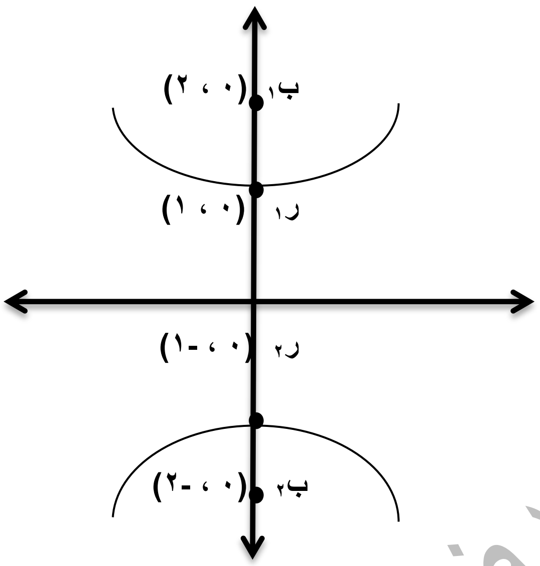
معادلته $\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$

$\text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} \leftarrow ٣٦ = ١٦ + \text{ب}^{٢} \leftarrow \text{ب}^{٢} = ٢٠$

∴ معادلة القطع $\frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} - \frac{\text{س}^{٢}}{٢٠} = ١$

* **أوجد معادلة القطع الزائد وارسم منحناه حيث البؤرتان (٠ ، ±٢) ويقطع محور الصادات عند ص = ±١**

✓ **الحل /** البؤرتان تقعان على محور الصادات



١) قطع زائد صادي معادلته $\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}}$

٢) جـ = ٢

يقطع محور الصادات عند ص = ±١

∴ الرأسان (٠ ، ±١) ، ∴ أ = ١

$\text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} \leftarrow ٤ = ١ + \text{ب}^{٢}$ ، $\text{ب}^{٢} = ٣$

∴ معادلة القطع $\frac{\text{ص}^{٢}}{١} - \frac{\text{س}^{٢}}{٣} = ١$

* **عيني كل من الرأسين والبؤرتين وطولي المحورين والاختلاف المركزي لقطع زائد $٣\text{س}^{٢} - \text{ص}^{٢} = ١٢$ ثم ارسمي المنحنى .**

* **تتحرك نقطة ن (س ، ص) في المستوى الديكارتي بحيث يكون بعدها عن النقطة (٤ ، ٠) يساوي مثلي بعدها عن المستقيم س = ١ ، بيني أن المحل الهندسي للنقطة ن هو قطع زائد وعيني عناصره .**

✓ **الحل /** الرأسان (±٢ ، ٠) ، البؤرتان (±٤ ، ٠) ، هـ = ٢

طول المحور المرافق = $٤\sqrt{٣}$ ، طول المحور القاطع = ٤

* **أوجد العناصر الأساسية للقطوع التالية :**

١) $٥\text{س}^{٢} - ٤\text{ص}^{٢} = ٢٠$

٢) $٤\text{س}^{٢} - ٩\text{ص}^{٢} + ٣٦ = ٠$

٣) (٢س + ص) (٢س – ص) = ١٦

* **أوجد معادلة القطع الذي رأساه (٠ ، ±٦) واختلافه هـ = $\frac{٥}{٣}$**

✓ **الحل /** $\frac{ص^{٢}}{٣٦} - \frac{س^{٢}}{٦٤} = ١$

* **أوجد معادلة القطع الزائد الذي طول محوره المرافق ٦ وحدات وينطبق هذا المحور على الصادات ويمر المنحنى بالنقطة (٣ ، -٢)**

✓ **الحل /** $\frac{١٣س^{٢}}{٨١} - \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$

* **أوجد الفرق المطلق لنقطة (٢ ، $\sqrt{١٨}$) وبؤرتي القطع ٤ص^{٢} – ٩س^{٢} = ٣٦**

✓ **الحل /** الفرق المطلق = ٢أ ، في حالة النقطة تقع على القطع أي تحقق معادلته نتحقق من النقطة
٤(١٨) – ٩(٨) = ٣٦

٧٢ – ٣٦ = ٣٦ ∴ النقطة تقع على القطع

نضع معادلة القطع على الصورة العامة (÷ ٣٦)

$\frac{ص^{٢}}{٩} - \frac{س^{٢}}{٤} = ١$ قطع زائد صادي

أ^{٢} = ٩ ← أ = ٣

∴ الفرق المطلق = ٢أ = ٦

* **أ (س ، ص) ، ب (٠ ، ٦) ، جـ (٠ ، -٦) ثلاث نقط في المستوى تتحرك أ بحيث | أ ب – أ جـ | - ٨ = ٠ ما معادلة المحل الهندسي لـ أ .**

✓ **الحل /** $\frac{ص^{٢}}{١٦} - \frac{س^{٢}}{٢٠} = ١$

* **جد عناصر القطع الذي معادلته ٩س^{٢} – ١٦ص^{٢} = ١٤٤**

* **قطع زائد مركزه (٠ ، ٠) وطول محوره المرافق ١٢ وحدة واختلافه $\frac{٥}{٤}$ جد معادلته واحداثيات بؤرتيه .**

✓ **الحل /** ١) قطع زائد سيني $\frac{س^{٢}}{٦٤} - \frac{ص^{٢}}{٣٦} = ١$ ، وبؤرتاه (±١٠ ، ٠)

٢) قطع زائد صادي $\frac{ص^{٢}}{٦٤} - \frac{س^{٢}}{٣٦} = ١$ ، وبؤرتاه (٠ ، ±١٠)

* **جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (٠ ، ٠) والبعد بين بؤرتيه ١٢ وحدة واختلافه هـ = $\frac{٣}{٢}$ علما بأن المحور القاطع ينطبق على الصادات .**

* **النقطة (س ، ص) تتحرك في المستوى بحيث أن الفرق المطلق بين بعديها عن النقطتين الثابتتين (±٥ ، ٠) يساوي ٦ فما نوعه .**

✓ **الحل /** معادلة القطع $\frac{س^٢}{٩} - \frac{ص^٢}{١٦} = ١$

* **المعادلتان س = ٤قان ، ص = ٣ظان تحددان موقع الجسم أ في اللحظة ن أوجد نوع المنحنى بدلالة س ، ص .**

✓ **الحل /** س = ٤قان | ص = ٣ظان

$\frac{س}{٤}$ = قان | $\frac{ص}{٣}$ = ظان

$\frac{س^٢}{١٦}$ = قا^{٢}ن | $\frac{ص^٢}{٩}$ = ظا^{٢}ن = قا^{٢}ن − ١

جمع المعادلتين لن يضيع قا^{٢}ن لذلك نطرح المعادلتين

$\frac{س^٢}{١٦} - \frac{ص^٢}{٩} = ١$ ∴ قطع زائد سيني

* **تتحرك نقطة و (س ، ص) على منحنى بحيث س = قتان ، ص = ظتان جد معادلة المنحنى وحدد نوعه .**

* **اذا كانت ٩س^٢ − ٢٥ص^٢ + ٢٢٥ = ٠ هي معادلة قطع زائد ، ن (س ، ص) تقع على منحنى القطع أوجد الفرق المطلق بين بعدي النقطة ن عن بؤرتي القطع .**

* **قطع ناقص بؤرتاه (± ٥ ، ٠) والنقطة و (س ، ص) واقعة عليه اذا علمت أن**
وب$_١$ + وب$_٢$ = ٢٦ أوجد معادلة هذا القطع علما بأن ب$_١$ ، ب$_٢$ هما البؤرتان .

* **ما نوع القطع المخروطي الذي معادلته $\frac{س^٢}{م} - \frac{ص^٢}{م-١} = -١$ ، م > ٢**

✓ **الحل /** نضع المعادلة على الصورة العامة (×-١)

$\frac{ص^٢}{م-١} - \frac{س^٢}{م} = ١$ نعوض عن م = ٣ مثلا

$\frac{ص^٢}{٢} - \frac{س^٢}{٣}$ ∴ القطع زائد صادي

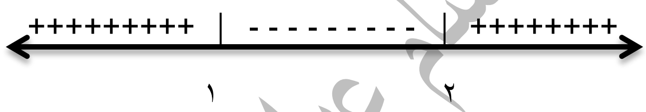
في هذا النوع من الأسئلة نجتهد أن نجعل المعادلة على صورتها العامة .

* **أوجد قيمة ك التي تجعل القطع** $\frac{س^{٢}}{ك+١} - \frac{ص^{٢}}{٢-ك} = ١$ **معادلة قطع زائد .**

✓ **الحل /** اجعلي صورة القطع مثل الناقص $\frac{س^{٢}}{ك+١} + \frac{ص^{٢}}{ك-٢} = ١$

وفي الزائد حاصل ضرب المقامات سالب لأن أحدهما سالب الآخر موجب أما في الناقص الاثنان موجب

(ك + ١) (ك – ٢) < صفر



∴ القطع زائد في حالة ك ∈] -١ ، ٢ [

* **أوجد قيمة ك التي تجعل القطع (ك + ١) س^{٢} + (ك – ١) ص^{٢} = ك^{٢} – ١ زائد .**

✓ **الحل /** ك ∈] -١ ، ١ [

* **أوجد قيمة م التي تجعل المعادلة م س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٣٦**

١) لقطع ناقص (يجب أن تكون جميع الحدود موجبة م ∈] ٠ ، ∞ [

٢) لقطع زائد (أحد الحدين سالب ∴ ص^{٢}موجب ∴ م ∈]-∞ ، ٠ [

* **برهن أن** $\frac{س^{٢}}{٩-هـ} - \frac{ص^{٢}}{٥-هـ} = ١$ **تمثل قطع زائد عندما ٥ < هـ < ٩ وأثبت أن البؤرتين (±٢ ، ٠) مهما تكن هـ .**

* **اذا كان المحور المرافق للقطع الزائد** $س^{٢} - \frac{ص^{٢}}{ب} = ١$ **أطول بوحدتين من المحور الأصغر للقطع الناقص** $\frac{س^{٢}}{١٦} + \frac{ص^{٢}}{٤٩} = ١$ **فجد ب**

✓ **الحل /** المحور المرافق للزائد طوله = ٢ب ، ل = ب^{٢} ، ب = $\sqrt{ل}$

= ٢$\sqrt{ل}$

المحور الأصغر للناقص طوله = ٢ب ، ب^{٢} = ١٦ ، ⟵ ب = ٤⟵ ب = ٨

المحور المرافق للقطع الزائد – المحور الأصغر للقطع الناقص = ٢

٢$\sqrt{\text{ب}}$ – ٨ = ٢ ← ٢$\sqrt{\text{ب}}$ = ١٠

$\sqrt{\text{ب}}$ = ٥ ← ل = ٢٥

* **قطع زائد البعد بين بؤرتيه يساوي مثلي البعد بين طرفي محوره المرافق جد هـ .**

✓ **الحل /** ٢جـ = ٢ (٢ب) ← جـ = ٢ب   أ^{٢} = ٣ب^{٢}

جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} ← ٤ب^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} أ = $\sqrt{٣}$ ب

$$\text{هـ} = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{٢\text{ب}}{\sqrt{٣}\,\text{ب}} = \frac{٢}{\sqrt{٣}} > ١$$

* **قطع زائد معادلته س^{٢} – ٣ص^{٢} – ١٢ = ٠ عيني بؤرتيه ثم أوجد معادلة القطع الناقص الذي اختلافه المركزي = $\frac{١}{٢}$ وينطبق رأساه على بؤرتي القطع الزائد .**

✓ **الحل /** بؤرتا القطع هما (± ٤ ، ٠)

$$\frac{\text{س}^{٢}}{١٦} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٢} = ١$$

* **قطع زائد مركزه (٠ ، ٠) ، بؤرته (٢ ، ٠) ويمر بالنقطة (٢ ، ٣) أوجد معادلته .**

✓ **الحل /** $\frac{\text{س}^{٢}}{١} - \frac{\text{ص}^{٢}}{٣} = ١$

* **احداثيات الرأسين في القطع الزائد ٩س^{٢} – ١٦ص^{٢} = ١٤٤ هي ....**

✓ **القطع المخروطي $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{م}} - \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{م}-١} = -١$ ، م > ٢ هو قطع ....**

* **جد معادلة القطع الزائد الذي أحد رؤوسه (٤ ، ٠) ويمر بالنقطة (٨ ، ٣) ثم جد طول محوره المرافق و هـ .**

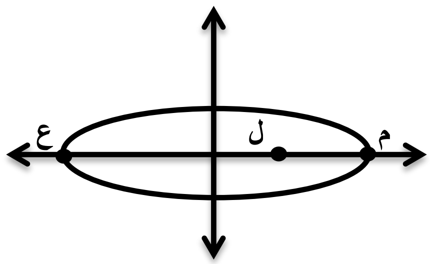
الحل / $\frac{\text{س}^{٢}}{١٦} - \frac{\text{ص}^{٢}}{٣} = ١$

* **أكتب معادلة المحل الهندسي لنقطة و(س ، ص) تتحرك بحيث يبقى الفرق المطلق بين بعديها عن النقطتين الثابتتين (٠ ، ±١٠) يساوي ٦**

✓ **الحل /** $\frac{ص^{٢}}{٩} - \frac{س^{٢}}{٩١} = ١$

* **اذا كانت ك $س^{٢} + ٥ص^{٢} = ١٧$ تمثل معادلة قطع ناقص سيني أثبتي أن $(ب^{٢} + جـ^{٢})$ ك $= ١٧$**

* **في القطع الناقص المجاور اذا كانت النسبة م ل : ع ل $= \frac{١}{٣}$ فما قيمة هـ .**



* **أوجد معادلة القطع الذي مركزه (٠ ، ٠) ومحوره الأكبر على السينات وطول محوره الأصغر = ٢ وحدة ويمر بالنقطة $(٢ ، \frac{١}{\sqrt{٥}})$**

✓ **الحل /** $\frac{س^{٢}}{٥} + ص^{٢} = ١$

* **تتحرك نقطة و(س ، ص) بحيث يكون مجموع بعديها عن النقطتين (±٣ ، ٠) يساوي مقدار ثابت هو ١٠ ما المحل الهندسي للنقطة .**

✓ **الحل /** $\frac{س^{٢}}{٢٥} - \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$

* **أوجد عناصر القطوع التالية :**
  ١) $٤س^{٢} - ١٦ص^{٢} = ١$

  ٢) $(٢س + ٤ص)\,(٢س - ٤ص) = -١$

* **قطع زائد مركزه (٠ ، ٠) والبعد بين بؤرتيه ١٦ وحدة والبعد بين رأسيه ١٢ وحدة ومحوره القاطع هو محور السينات جد معادلته .**

✓ **الحل /** $\frac{س^{٢}}{٣٦} - \frac{ص^{٢}}{٢٨} = ١$

* **أوجد معادلة القطع الذي مركزه (٠ ، ٠) ويمر بالنقطة (٢ ، ٣) وطول محوره المرافق $٢\sqrt{٣}$ وحدد نوعه .**

✓ **الحل /** $س^{٢} - \frac{ص^{٢}}{٣} = ١$ ، $ص^{٢} - \frac{س^{٢}}{٣} = ١$

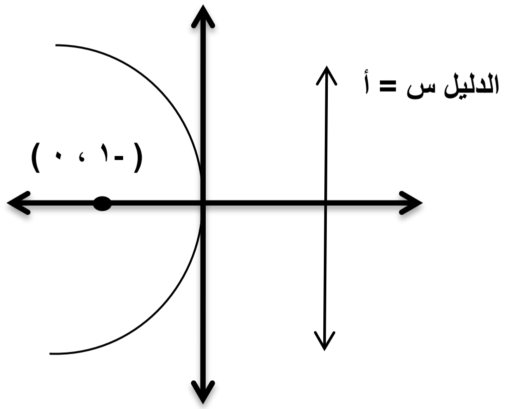
* **أوجد قيمة م التي تجعل المعادلة $(٤ - م)\, س^{٢} + (٧ - م)\, ص^{٢} = (٤ - م)\,(٧ - م)$ لقطع زائد**

✓ **الحل /** $٤ < م < ٧$

* **حلول تمارين درس / القطع المكافئ ص ٦٧**

١) أجد كلا من الرأس والبؤرة ومعادلة محور التماثل لكل من القطوع المكافئة الآتية

أ) ص^{٢} = -٤س



✓ **الحل /** ص^{٢} = -٤س هي معادلة قطع مكافئ فتحته لليسار

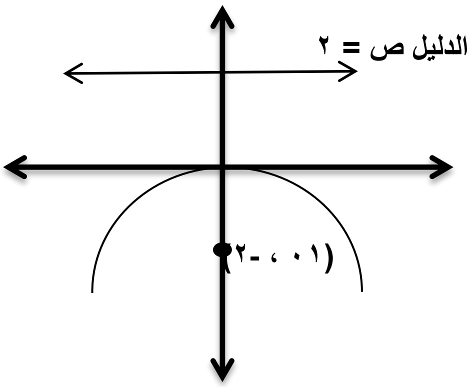
معادلته = -٤أس ⟸ -٤أ = -٤ ⟸ أ = ١

احداثيات الرأس (٠ ، ٠) لأن القطع المكافئ في وضع قياسي

احداثيات البؤرة (-١ ، ٠)

محور التماثل هو محور السينات ومعادلته ص = ٠

ب) س^{٢} = -٨ص



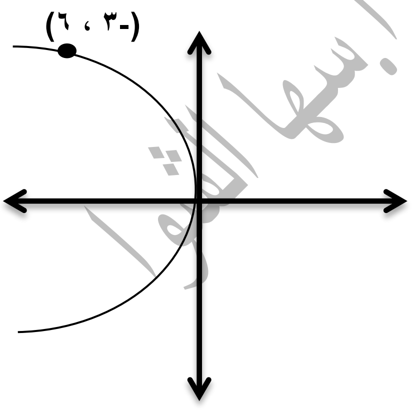
✓ **الحل /** س^{٢} = -٨ص هي معادلة قطع مكافئ فتحته إلى أسفل

معادلته س^{٢} = -٤أص ⟸ -٤أ = ٨ ⟸ أ = ٢

احداثيات الرأس (٠ ، ٠) ، احداثيات البؤرة (٠ ، -٢)

محور التماثل هو محور الصادات معادلته س = ٠

٢) أجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) ويمر بالنقطة (-٣ ، ٦) ومحور تماثله هو محور السينات .



✓ **الحل /** معادلة القطع الذي يمر بالنقطة

(-٣ ، ٦) ومحور تماثله هو محور السينات

هي ص^{٢} = -٤أس وبما أن المنحنى يمر بالنقطة

(-٣ ، ٦) فهي تحقق معادلته

(٦)^{٢} = -٤أ × -٣ ⟸ ٣٦ = ١٢أ ⟸ أ = ٣

∴ معادلة القطع هي ص^{٢} = -٤×٣س ⟸ ص^{٢} = -١٢س

٣) قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٠) ومفتوح من جهة اليمين ، فإذا كانت (س$_{١}$ ، ٦) الواقعة عليه تبعد عن بؤرته ١٠ وحدات ، أجد معادلة هذا القطع .

✓ **الحل /** نستخدم قانون المسافة بين النقطتين

(- أ ، ٦) ، (س$_{١}$ ، ٦)　　　　　　(أ ، ٠) ، (س$_{١}$ ، ٦)

ف = $\sqrt{(٦-٦)^{٢}+(س_{١}+أ)^{٢}}$ = ١٠

$\sqrt{٠+(س_{١}+أ)^{٢}}$ = ١٠ (بالتربيع)

$(س_{١}+أ)^{٢}$ = ١٠٠ (اخذ الجذر)

$س_{١}$ + أ = ١٠ ——(١)

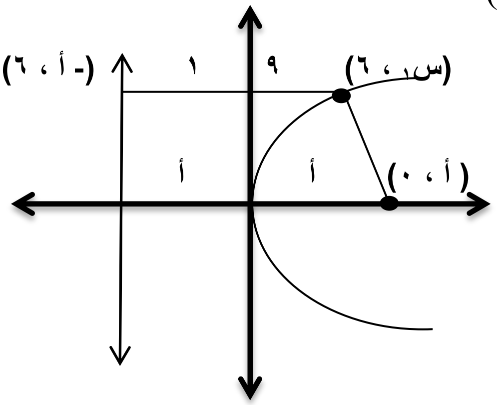
ف = $\sqrt{(٦-٠)^{٢}+(س_{١}-أ)^{٢}}$ = ١٠

$\sqrt{٣٦+(س_{١}-أ)^{٢}}$ = ١٠ (بالتربيع)

٣٦ + $(س_{١}-أ)^{٢}$ = ١٠٠

$(س_{١}-أ)^{٢}$ = ٦٤ (اخذ الجذر)

$س_{١}$ − أ = ٨ ——(٢)



بجمع المعادلتين (١) و (٢) ينتج

٢$س_{١}$ = ١٨ ⟸ $س_{١}$ = ٩

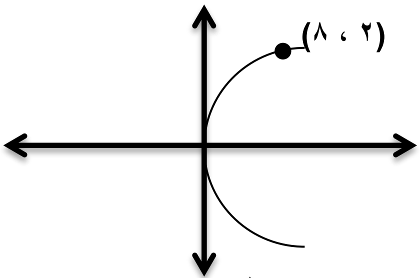
∴ المسافة بين $س_{١}$ ومحور الصادات = ٩ وحدات

والمسافة بين محور الصادات والدليل = ١

∴ معادلة القطع $ص^{٢}$ = ٤أس ⟸ $ص^{٢}$ = ٤أ

٤) قطع مكافئ قياسي يمر بالنقطة (٢ ، ٨) أكتب معادلته (أكتب جميع الحالات) .

✓ **الحل /** القطع المكافئ يمر بالنقطة (٢ ، ٨) ∴يوجد حالتان



١) قطع مكافئ فتحته لليمين

$ص^{٢}$ = ٤أس

$(٨)^{٢}$ = ٤×أ×٢

٦٤ = ٨أ ⟸ أ = ٨

معادلة القطع $ص^{٢}$ = ٤×٨×س

$ص^{٢}$ = ٣٢س

٢) قطع مكافئ للأعلى

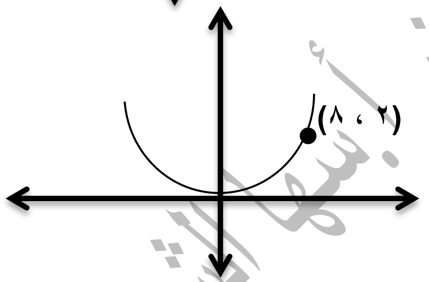
$س^{٢}$ = ٤أص

$(٢)^{٢}$ = ٤×أ×٨

٤ = ٣٢أ ⟸ أ = $\frac{١}{٨}$

معادلة القطع $س^{٢}$ = ٤×ص×$\frac{١}{٨}$

$س^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ص



٥) تتحرك نقطة و(س ، ص) في المستوى بحيث أن موقعها يتحدد بالمعادلتين

س = $\frac{٤}{ظا^{٢}٢هـ+١}$ ، ص = ١ − ٢$جا^{٢}$هـ ، **اكتب معادلة المحل الهندسي .**

✓ **الحل /** نحاول في الحل بالتخلص من النسب المثلثية

$س = \frac{٤}{ظا^{٢}\,٢هـ + ١}$ | $ص = ١ - ٢جا^{٢}هـ$

$س = \frac{٤}{قا^{٢}\,٢هـ + ١}$ | $ص = جتا^{٢}هـ$ (بالتربيع)

$\frac{س}{٤} = \frac{١}{ظا^{٢}\,٢هـ + ١}$ | $ص^{٢} = جتا^{٢}\,٢هـ$

$\frac{س}{٤} = جتا^{٢}\,٢هـ$

$ص^{٢} = \frac{١}{٤}س$ هي معادلة قطع مكافئ فتحته لليمين

موضوع الدرس

القطع الناقص ص ٧٣

١) أضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتي :-

١. قطع ناقص معادلته $\frac{س^{٢}}{١٦} + \frac{ص^{٢}}{٢٥} = ١$ فما طول المحور الأكبر :

المقام الأكبر هو الذي يحدد نوع القطع الناقص فهو قطع ناقص صادي ٢٥ > ١٦

$\frac{س^{٢}}{١٦} + \frac{ص^{٢}}{٢٥} = ١ \Leftarrow أ^{٢} = ٢٥ \Leftarrow أ = ٥$ ومنه $٢أ = ١٠$

طول المحور الأكبر = ٢أ = ١٠ ، **الاجابة هي جـ**

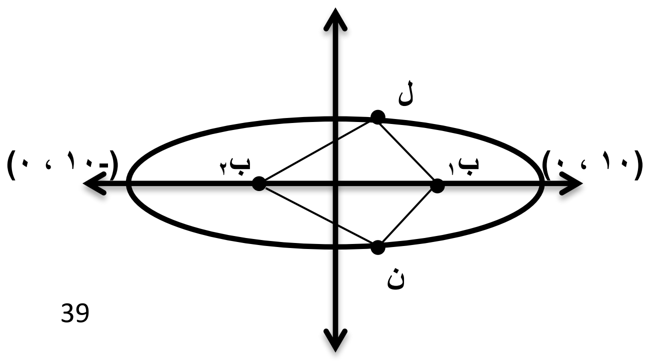
٢. قطع ناقص سيني مركزه (٠ ، ٠) وطول محوره الأكبر = ١٠ وحدات وطول محوره الأصغر = ٦ وحدات ما معادلته :

طول المحور الأكبر = ١٠ وحدات $\Leftarrow$ ٢أ = ١٠ $\Leftarrow$ أ = ٥ ∴ $أ^{٢} = ٢٥$

وبما أن القطع ناقص سيني ∴ $أ^{٢}$ تقع تحت $س^{٢}$ ، ∴ **الاجابة هي أ** $\frac{س^{٢}}{٢٥} + \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$

٣. يمثل الشكل المجاور منحنى قطع ناقص بؤرتيه

$ب_{١}$ ، $ب_{٢}$ ما محيط الشكل الرباعي ل $ب_{١}$ د $ب_{٢}$:



لإيجاد محيط الشكل الرباعي المرسوم داخل القطع الناقص يجب الاستفادة من التعريف مجموع البعدين عن البؤرتين = ل ب$_١$ + ل ب$_٢$ = ٢أ

وكذلك = ن ب$_١$ + ن ب$_٢$ = ٢أ / أ = ١٠

∴ محيط الشكل الرباعي = ٢أ + ٢أ = ٤أ ⟸ ٤×١٠ = ٤٠ . **الاجابة هي ب**

٢) قطع مخروطي معادلته ٤س^٢ + ٩ص^٢ = ١ أحدد نوع القطع وأجد الرأسين والبؤرتين وأجد طولي المحورين ومعدلتيهما .

✓ **الحل /** ٤س^٢ + ٩ص^٢ = ١

$$\frac{س^٢}{\frac{١}{٤}} + \frac{ص^٢}{\frac{١}{٩}} = ١$$

هي معادلة قطع ناقص سيني $\frac{١}{٤} > \frac{١}{٩}$

أ^٢ = $\frac{١}{٤}$ ⟸ أ = $\frac{١}{٢}$ ⟸ طول المحور الأكبر = ٢أ = ٢× $\frac{١}{٢}$ = ١ معادلته ص = ٠

∴ احداثيات الرأسين (± $\frac{١}{٢}$ ، ٠)

ب^٢ = $\frac{١}{٩}$ ⟸ ب = $\frac{١}{٣}$ ⟸ طول المحور الأصغر = ٢ب = ٢× $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{٣}$ معادلته س = ٠

لإيجاد احداثيات البؤرتين جـ^٢ = أ^٢ – ب^٢ ⟸ $\frac{١}{٤}$ – $\frac{١}{٩}$ = $\frac{٥}{٣٦}$

جـ = $\frac{\sqrt{٥}}{٦}$ ، احداثيات البؤرتين (± $\frac{\sqrt{٥}}{٦}$ ، ٠)

٣) قطع ناقص صادي البعد بين احدى بؤرتيه والرأس القريب منه يساوي ٢ وحدة طول والبعد بينهما وبين الرأس البعيد منها يساوي ٨ وحدات أجد معادلة هذا القطع .

✓ **الحل /**

لإيجاد طول المحور الأكبر = ٢أ

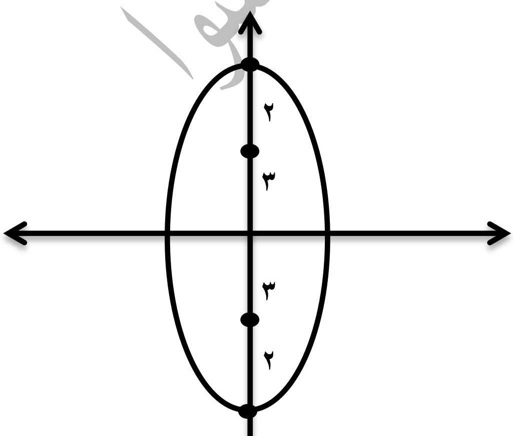
= البعد بين البؤرة والرأس القريب + البعد بين البؤرة والرأس البعيد

٢ + ٨ = ١٠

٢أ = ١٠ ⟸ أ = ٥ ∴ احداثيات الرأس (٠ ، ± ٥)

البعد بين البؤرة والرأس القريب = ٢

البعد بين المركز والبؤرة = ٣



∴ احداثيات البؤرة (٠ ، ± ٣) ⟸ جـ = ٣ ⟸ $\text{جـ}^{٢}$ = ٩

لإيجاد $\text{ب}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \text{جـ}^{٢}$ = ٢٥ ـ ٩ = ١٦ ⟸ ب = ٤

معادلة القطع $\frac{\text{ص}^{٢}}{٢٥} + \frac{\text{س}^{٢}}{١٦} = ١$

٤) النقطة و (س ، ص) تتحرك في المستوى بحيث يكون مجموع بعديها عن النقطتين (± ٥ ، ٠) يساوي ١٢ وحدة ما المحل الهندسي للنقطة وما معادلته ؟

✓ **الحل /** تمثل النقطتين (± ٥ ، ٠) البؤرتين ⟸ المحل الهندسي هو لقطع ناقص سيني

مجموع بعدي النقطة و عن النقطتين (± ٥ ، ٠) = ٢أ = ١٢

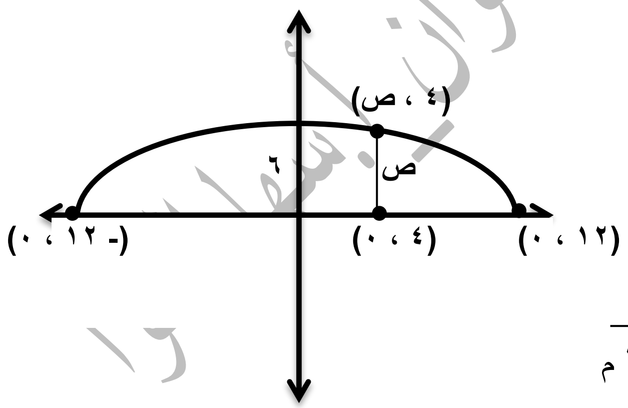
أ = ٦ ⟸ $\text{أ}^{٢}$ = ٣٦ ، جـ = ٥ ⟸ $\text{جـ}^{٢}$ = ٢٥

$\text{ب}^{٢} = \text{أ}^{٢} - \text{جـ}^{٢}$ = ٣٦ ـ ٢٥ = ١١

معادلة القطع $\frac{\text{س}^{٢}}{٣٦} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١١} = ١$

٥) جسر على شكل نصف قطع ناقص ، محوره الأكبر أفقي ، إذا كان طول قاعدة القوس = ٢٤م وتبعد أعلى نقطة في القوس فوق الطريق الأفقية ٦م أجد ارتفاع القوس على بعد ٤م من مركز القاعدة .

✓ **الحل /** القطع ناقص سيني معادلته $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$ النقطة (٤ ، ص) تحقق معادلته



أ = ١٢ ، ب = ٦

$\frac{١٦}{١٤٤} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٣٦} = ١ \Leftarrow \frac{\text{ص}^{٢}}{٣٦} = ١ - \frac{١٦}{١٤٤}$

$\frac{\text{ص}^{٢}}{٣٦} = \frac{١٢٨}{١٤٤} \Leftarrow \text{ص}^{٢} = ٣٢ \Leftarrow \text{ص} = ٤\sqrt{٢}$

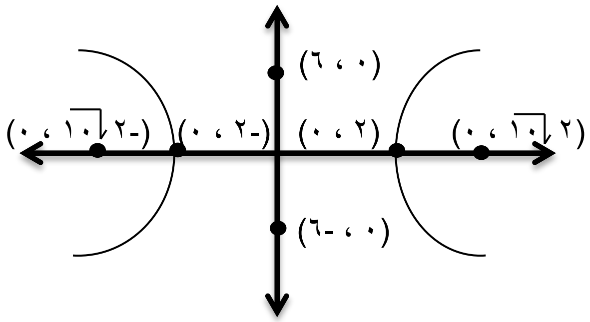
∴ ارتفاع القوس على بعد ٤م من مركز القاعدة = $٤\sqrt{٢}$ م

موضوع الدرس

القطع الزائد ص ٧٨

١) أجد احداثيات البؤرتين والرأسين وطول المحورين والاختلاف المركزي لكل من القطوع المخروطية التالية ثم ارسمي منحنى تقريبيا لكل منها :

أ. $٩س^٢ - ص^٢ = ٣٦$



✓ **الحل /** $٩س^٢ - ص^٢ = ٣٦$ (÷٣٦)

$\frac{س^٢}{٤} - \frac{ص^٢}{٣٦} = ١$ المعادلة لقطع زائد سيني

$أ^٢ = ٤ \Leftarrow أ = ٢ \Leftarrow$ طول المحور القاطع $= ٢أ = ٤$

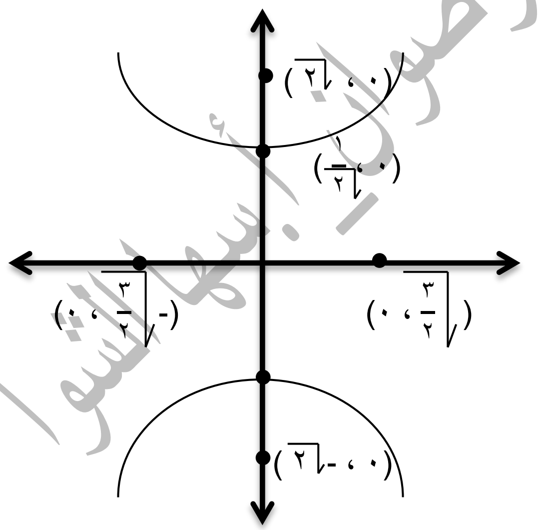
احداثيات الرأسين (± ٢ ، ٠)

$ب^٢ = ٣٦ \Leftarrow ب = ٦ \Leftarrow$ طول المحور المرافق $= ٢ب = ١٢$

$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ = ٤ + ٣٦ = ٤٠ \Leftarrow جـ = ٢\sqrt{١٠}$

احداثيات البؤرتين (±$٢\sqrt{١٠}$ ، ٠) الاختلاف المركزي $= \frac{جـ}{أ} = \frac{٢\sqrt{١٠}}{٢} = ١٠$

ب. $٦ص^٢ - ٢س^٢ = ٣$ (÷٣)



✓ **الحل /٢**

$ص^٢ + \frac{٢س^٢}{٣} = ١$

$\frac{ص^٢}{\frac{١}{٢}} + \frac{س^٢}{\frac{٣}{٢}} = ١$ المعادلة لقطع زائد صادي

$أ^٢ = \frac{١}{٢} \Leftarrow أ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

طول المحور القاطع $= ٢أ = \frac{٢}{\sqrt{٢}}$

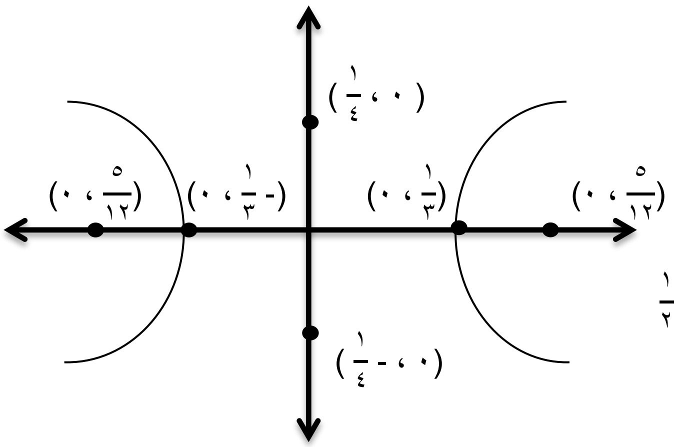
احداثيات الرأسين (٠ ، ± $\frac{١}{\sqrt{٢}}$)

$ب^٢ = \frac{٣}{٢} \Leftarrow ب = \sqrt{\frac{٣}{٢}} \Leftarrow$ طول المحور المرافق $= ٢ب = ٢\sqrt{\frac{٣}{٢}}$

$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ = \frac{١}{٢} + \frac{٣}{٢} = ٢ \Leftarrow جـ = \sqrt{٢} \Leftarrow$ احداثيات البؤرتين (٠ ، ± $\sqrt{٢}$)

الاختلاف المركزي = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = $\sqrt{٢} \times \sqrt{٢}$ = ٢

جـ. ٩س^{٢} – ١٦ص^{٢} = ١



$\frac{\text{س}^{٢}}{\frac{١}{٩}} - \frac{\text{ص}^{٢}}{\frac{١}{١٦}}$ = ١ المعادلة لقطع زائد سيني

أ^{٢} = $\frac{١}{٩}$ ⟸ أ = $\frac{١}{٣}$ ⟸ طول المحور القاطع = ٢أ = $\frac{٢}{٣}$

احداثيات الرأسين (± $\frac{١}{٣}$ ، ٠)

ب^{٢} = $\frac{١}{١٦}$ ⟸ ب = $\frac{١}{٤}$ ⟸ طول المحور المرافق = ٢ب = $\frac{١}{٢}$

جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} = $\frac{١}{٩}$ + $\frac{١}{١٦}$ = $\frac{٢٥}{١٤٤}$ ⟸ جـ = $\frac{٥}{١٢}$

احداثيات البؤرتين (± $\frac{٥}{١٢}$ ، ٠)

الاختلاف المركزي $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = $\frac{٥}{١٢}$ ÷ $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٥}{٤}$

٢) قطع مخروطي معادلته ١٦س^{٢} – ٩ص^{٢} – ١٤٤ = ٠ ، أجد الفرق المطلق للبعد بين النقطة ($\frac{٣\sqrt{٥}}{٢}$ ، ٢) وبؤرتي القطع كما في الشكل المجاور .

✓ من خلال المعادلة هي لقطع زائد سيني

أي أن المطلوب إيجاد ٢أ

١٦س^{٢} – ٩ص^{٢} = ١٤٤ (÷١٤٤)

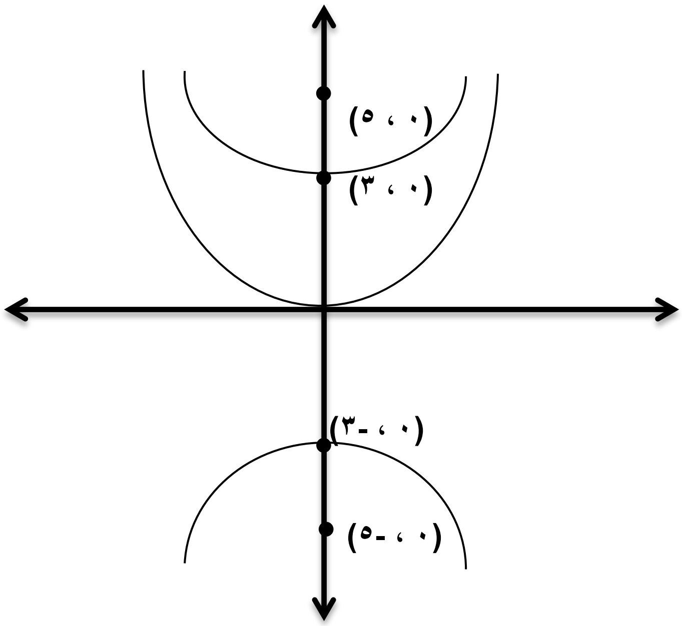
$\frac{\text{س}^{٢}}{٩} - \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦}$ = ١ القطع زائد سيني

أ^{٢} = ٩ ⟸ أ = ٣ ⟸ ٢أ = ٦

أي أن الفرق المطلق للبعد بين النقطة وبؤرتي القطع = ٢أ = ٦

٣) ما معادلة القطع الزائد الذي مركزه (٠ ، ٠) واحدى بؤرتيه هي نفس بؤرة القطع المكافئ س^{٢} = ٢٠ص ، واختلافه المركزي = $\frac{٥}{٣}$ ؟

✓ **الحل /** نجد بؤرة القطع المكافئ س^{٢} = ٢٠ص



هي معادلة قطع مكافئ فتحته للأعلى $س^٢ = ٤أص$

$٤أ = ٢٠ \Leftarrow أ = ٥$

البؤرة بالنسبة للقطع المكافئ هي نفسها للقطع الزائد

أي أن جـ = ٥

الاختلاف المركزي $= \frac{جـ}{أ} = \frac{٥}{٣} \Leftarrow أ = ٣$

$أ = ٣ \Leftarrow أ^٢ = ٩$ ، $جـ = ٥ \Leftarrow جـ^٢ = ٢٥$

$ب^٢ = جـ^٢ - أ^٢ = ٢٥ - ٩ = ١٦ \Leftarrow ب = ٤$

∴ المعادلة هي لقطع زائد صادي $\frac{ص^٢}{٩} - \frac{س^٢}{٤} = ١$

٤) أجد معادلة القطع الزائد القياسي الذي طول محوره القاطع يساوي ٨ وحدات واختلافه المركزي $هـ = \frac{٥}{٤}$
" اكتب جميع الحلول الممكنة "

- ✓ **الحل /** طول المحور القاطع $= ٢أ = ٨ \Leftarrow أ = ٤ \Leftarrow أ^٢ = ١٦$

الاختلاف المركزي $= \frac{جـ}{أ} = \frac{٥}{٤} \Leftarrow جـ = ٥ \Leftarrow جـ^٢ = ٢٥$

$ب^٢ = جـ^٢ - أ^٢ = ٢٥ - ١٦ = ٩$

∴ يوجد حلين يمكن أن يكو قطع زائد سيني معادلته $\frac{س^٢}{١٦} - \frac{ص^٢}{٩} = ١$

أو قطع زائد صادي $\frac{ص^٢}{١٦} - \frac{س^٢}{٩} = ١$

٥) قطع زائد معادلته $\frac{س^٢}{ك} - \frac{ص^٢}{٤-ك} = ١$ ، حيث $٤ > ك > ٠$ ، واختلافه المركزي $\frac{٣}{٢}$ ، اذا كانت ن (س ، ص) نقطة تنتمي للقطع الزائد فجد الفرق المطلق للبعد بين ن وبؤرتي القطع الزائد .

- ✓ **الحل /**

المطلوب ايجاد الفرق المطلق للبعد بين ن وبؤرتي القطع الزائد أي ٢أ

من المعادلة نجد أنها معادلة قطع زائد سيني

$أ^٢ = ك$ ، $ب^٢ \ ٤ - ك$ ، $جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$

$جـ^٢ = ك + ٤ - ك \Leftarrow جـ^٢ = ٤ \Leftarrow جـ = ٢$

الاختلاف المركزي $= \frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{٢} \quad \Leftarrow \quad \frac{٢}{أ} = \frac{٣}{٢} \Leftarrow أ = \frac{٤}{٣}$

المطلوب $٢أ = \frac{٨}{٣}$

حل تمارين عامة ص ٧٩ :

١) أضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتي :-

١. ما معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠ ، ٠) وبؤرته (٠ ، -٢) :

✓ **الحل /** من احداثيات البؤرة (٠ ، -٢) نجد أنه قطع مكافئ فتحته لأسفل

معادلته $س^٢ = -٤أص$ ، $أ = ٢ \Leftarrow$ المعادلة $س^٢ = -٨ص$ ، **الاجابة هي جـ**

٢. ما معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليله س = ٢,٥ :

✓ **الحل /** من معادلة الدليل س = ٢,٥ هي معادلة قطع مكافئ فتحته لليسار

معادلته $ص^٢ = -٤أس$ ، $أ = ٢,٥$

$ص^٢ = -٤ \times ٢,٥ س \Leftarrow ص^٢ = -١٠س$ ، **الاجابة هي د**

٣. اذا كان القطع المكافئ $ص^٢ = ٤أس$ يمر بالنقطة (١ ، ٢) فما معادلة دليل هذا القطع :

✓ **الحل /** $ص^٢ = ٤أس$ هي معادلة قطع مكافئ فتحته لليمين ، يمر بالنقطة (١ ، ٢)

$(٢)^٢ = ٤ \times أ \times ٢ \Leftarrow ٤ = ٤أ \Leftarrow أ = ١$

معادلة القطع $ص^٢ = ٤س$ ، معادلة الدليل س = -١ ، **الاجابة هي أ**

٤. ما البعد البؤري للقطع $٣٦س^٢ + ١٠٠ص^٢ = ٣٦٠٠$:

✓ **الحل /** البعد البؤري يمثل ٢جـ

$٣٦س^٢ + ١٠٠ص = ٣٦٠٠$ (÷ ٣٦٠٠) المعادلة لقطع ناقص سيني

$\frac{س^٢}{١٠٠} - \frac{ص^٢}{٣٦} = ١$ ، $أ^٢ = ١٠٠$ ، $ب^٢ = ٣٦$

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤ \Leftarrow جـ = ٨$

٢جـ = ٢×٨ = ١٦ ، **الاجابة د**

٥) ما نوع القطع المخروطي الذي تمثله المعادلة $\frac{\text{س}^{٢}}{٩} - \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$

✓ **الحل /** $\frac{\text{س}^{٢}}{٩} - \frac{\text{ص}^{٢}}{١٦} = ١$ تمثل قطع ناقص ولأن ١٦ > ٩ فهي قطع ناقص صادي ، **الاجابة أ**

٢) أجد بؤرتي القطع الزائد $\frac{\text{ص}^{٢}}{٢٥-\text{د}} - \frac{\text{س}^{٢}}{\text{د}-١٦} = ١$

✓ **الحل /** $\text{أ}^{٢} = ٢٥ - \text{د}$ ، $\text{ب}^{٢} = \text{د} - ١٦$

$\text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} = ٢٥ - \text{د} + \text{د} - ١٦ = ٩ \Leftarrow \text{جـ} = ٣$

المعادلة لقطع زائد صادي بؤرتيه (٠ ، ± ٣)

٣) أجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل ومحوره القاطع ينطبق على محور الصادات ويمر بالنقطتين (٤ ، ٦) ، (١ ، -٣) .

✓ **الحل /** معادلة القطع الزائد الذي ينطبق محوره القاطع على محور الصادات $\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} - \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$

(النقطة (٤ ، ٦) تحقق المعادلة)

$\frac{٣٦}{\text{أ}^{٢}} - \frac{١٦}{\text{ب}^{٢}} = ١$ (بالضرب التبادلي)

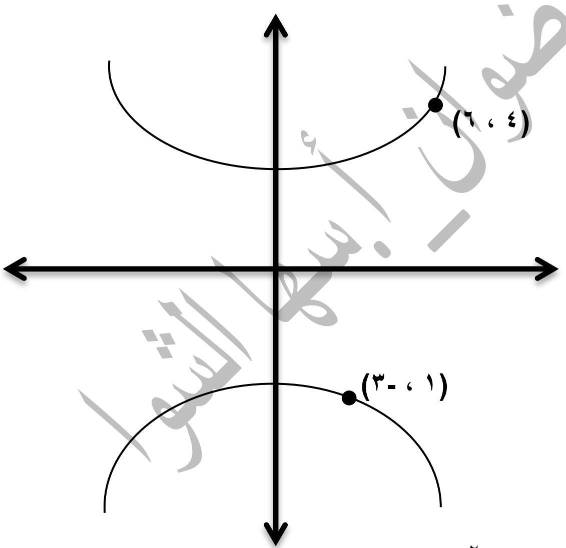
$٣٦\text{ب}^{٢} - ١٦\text{أ}^{٢} = \text{أ}^{٢}\,\text{ب}^{٢}$ ـــــــ(١)

النقطة (١ ، -٣) تقع على المنحنى فهي تحقق المعادلة

$\frac{٩}{\text{أ}^{٢}} - \frac{١}{\text{ب}^{٢}} = ١$ (بالضرب التبادلي)

$٩\text{ب}^{٢} - \text{أ}^{٢} = \text{أ}^{٢}\,\text{ب}^{٢}$ ـــــــ(٢) (×-٤)

$-٣٦\text{ب}^{٢} + ٤\text{أ}^{٢} = -٤\text{أ}^{٢}\,\text{ب}^{٢}$ ـــــــ(٣)



بجمع المعادلتين (١) و (٢) ينتج $-١٢\text{أ}^{٢} = -٣\text{أ}^{٢}\,\text{ب}^{٢} \Leftarrow -١٢ = -٣\text{ب}^{٢}$

$\text{ب}^{٢} = ٤ \Leftarrow \text{ب} = ٢$ بالتعويض عنها في المعادلة (٢)

$٩×٤ - \text{أ}^{٢} = \text{أ}^{٢}×٤ \Leftarrow ٣٦ - \text{أ}^{٢} = ٤\text{أ}^{٢} \Leftarrow ٥\text{أ}^{٢} = ٣٦ \Leftarrow \text{أ}^{٢} = \frac{٣٦}{٥}$

معادلة القطع $\frac{ص^{٢}}{\frac{٣٦}{٥}} - \frac{س^{٢}}{٤} = ١$

٤) المعادلتان س = ٢ن^{٢} ، ص = ٦ن ، حيث ن $\geq$ ٠ تحددان موقع جسم على منحنى في اللحظة ن ، اكتب معادلة المنحنى الذي يتحرك عليه الجسم على صورة س = ق(ص) و أعين نوع المنحنى .

✓ **الحل /** س = ٢ن^{٢}

$\frac{س}{٢} = ن^{٢}$

ص = ٦ن

$\frac{ص}{٦} = ن$ (بالتربيع)

$\frac{ص^{٢}}{٣٦} = ن^{٢}$

$\frac{ص^{٢}}{٣٦} = \frac{س}{٢} \Leftarrow ص^{٢} = \frac{٣٦}{٢}$ س

ص^{٢} = ١٨س ، هي معادلة قطع مكافئ فتحته لليمين

٥) تشتهر المباني الفلسطينية القديمة بأقواسها ، اذا كان طول قاعدة أحد الأقواس في سجن عكا على شكل قطع مكافئ يساوي ٨ م وبعد أعلى نقطة في القوس عن قاعدته يساوي ٣ م أكتب معادلة هذا القوس علما بأنه متماثل حول محور الصادات .

✓ **الحل /** القطع فتحته لأسفل " متماثل حول محور الصادات "

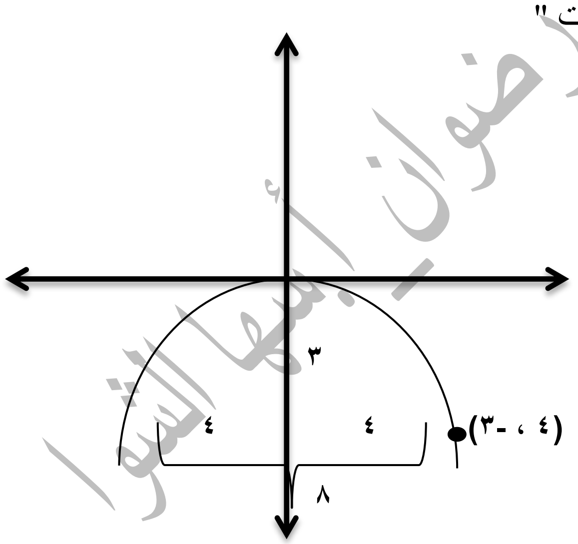
تجاهلنا لأعلى لأنه لا يعقل أن يكون شكل القوس لأعلى

النقطة (٤ ، -٣) تحقق معادلة القطع

س^{٢} = -٤أص

١٦ = -٤أ×-٣ $\Leftarrow$ ١٦ = ١٢أ $\Leftarrow$ أ = $\frac{٤}{٣}$

∴ معادلة القطع س^{٢} = $\frac{-١٦}{٣}$ ص



* **تمارين /**
* **اختاري الاجابة الصحيحة :**

١) الاختلاف المركزي للقطع الناقص $\frac{س^{٢}}{٨} + \frac{ص^{٢}}{١٢} = ١$:

أ. $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ب. $\sqrt{٣}$ ج. $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ د. $\sqrt{٢}$ هـ. $\sqrt{\frac{٢}{٣}}$

٢) تمثل المعادلة $٥س^{٢} - ٥ص^{٢} = ٧$:

أ. دائرة ب. قطع زائد جـ. قطع ناقص د. قطع مكافئ هـ. غير ذلك

٣) الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته $\frac{س^{٢}}{٤٩} + \frac{ص^{٢}}{٣٦} = ١$:

أ. $\frac{٧}{\sqrt{١٣}}$ ب. $\frac{٦}{\sqrt{١٣}}$ جـ. $\frac{\sqrt{١٣}}{٧}$ د. $\frac{\sqrt{١٣}}{٦}$ هـ. غير ذلك

٤) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٥ ، ٠) ومعادلة دليله س = -٥ :

أ. $٢ص^{٢} = ٥س$ ب. $ص^{٢} = -٥س$ جـ. $ص^{٢} = ٢٠س$ د. $ص^{٢} = -٢٠س$ هـ. غير ذلك

٥) قطع مكافئ بؤرته (٣ ، ٠) ودليله المستقيم س = -٣ فان معادلته :

أ. $ص^{٢} = ١٢س$ ب. $ص^{٢} = -١٢س$ جـ. $س = ١٢ص^{٢}$ د. $س = -١٢ص^{٢}$ هـ. غير ذلك

٦) أي من القطوع المخروطية تمثل المعادلة $٤س^{٢} + ٥ص^{٢} = ١٠٠$:

أ. قطع زائد ب. قطع ناقص جـ. قطع مكافئ د. دائرة هـ. غير ذلك

٧) الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته $٧س^{٢} - ٩ص^{٢} = ٦٣$ يساوي :

أ. $\frac{٤}{\sqrt{٧}}$ ب. $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ جـ. $\frac{٩}{٧}$ د. $\frac{٣}{\sqrt{٧}}$ هـ. $\frac{٤}{٣}$

٨) طول المحور الأكبر للقطع المخروطي $س^{٢} + ٤ص^{٢} = ١٦$ يساوي :

أ. ٨ ب. ٤ جـ. ٣٢ د. $\sqrt{٢٠}$ هـ. $\sqrt{٢}$

٩) إحداثيات البؤرتين للقطع الزائد $ص^{٢} - ٩س^{٢} = ٩$ هي :

أ. $(٠ ، \pm\sqrt{١٠})$ ب. $(\pm\sqrt{١٠} ، ٠)$ جـ. $(\pm٣ ، ٠)$ د. $(٠ ، \pm٣)$ هـ. $(١ ، \pm١)$

١٠) معادلة الدليل للقطع المكافئ $ص = ٤س^{٢}$ هي :

أ. $ص = \frac{١}{١٦}$ ب. $ص = \frac{-١}{١٦}$ جـ. $ص = \frac{١}{٤}$ د. $س = -١$ هـ. $ص = ١$

١١) طول المحور الأصغر للقطع الناقص $٩س^{٢} + ٤ص^{٢} = ٣٦$ يساوي :

أ. ٤ ب. ٦ جـ. ٨ د. ٩ هـ. ١٨

١٢) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليله س = ٣ هي :

أ. ص^٢ = ١٢س   ب. ص^٢ = -١٢س   جـ. س^٢ = ١٢ص   د. س^٢ = -١٢ص   هـ. ص^٢ = -٣س

١٣) معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه ($\pm\sqrt{٣}$ ، ٠) وطول محوره القاطع ٢$\sqrt{٢}$:

أ. ٢س^٢ - ص^٢ = ٢   ب. س^٢ - ٢ص^٢ = ٢   جـ. ص^٢ - ٢س^٢ = ٢   د. ٢ص^٢ - س^٢ = ١   هـ. $\frac{س^٢}{٨} - \frac{ص^٢}{٥} = ١$

١٤) المعادلة ٢س^٢ + ك ص^٢ = ٨ تمثل قطعا زائدا اذا كانت ك تنتمي للمجموعة :

أ. { ٢ }   ب.{ صفر }   جـ.] ٠ ، ∞ [د.] - ∞ ، ٠ [هـ. (٢ ، ٨)

١٥) معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته ص^٢ = س هي :

أ. ص = $\frac{١}{٤}$ ب. س = ١   جـ. س = $\frac{١}{٤}$ د. س = $\frac{-١}{٤}$ هـ. ص = $\frac{-١}{٤}$

١٦) طول المحور الأصغر للقطع الناقص $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{٩} = ١$ يساوي :

أ. ٥   ب. ٦   جـ. ٩   د. ١٠   هـ. ٣

١٧) قطع زائد بؤرتاه منطبقتان على محور السينات وطول محوره القاطع = ٤ وطول محوره المرافق = ٦ فما معادلة هذا القطع :

أ. $\frac{ص^٢}{١٦} - \frac{س^٢}{٣٦} = ١$ ب. $\frac{س^٢}{١٦} - \frac{ص^٢}{٣٦} = ١$ ج. $\frac{ص^٢}{٤} - \frac{س^٢}{٩} = ١$ د. $\frac{ص^٢}{٤} - \frac{س^٢}{٦} = ١$ هـ. $\frac{س^٢}{٤} - \frac{ص^٢}{٩} = ١$

١٨) اذا كانت معادلة قطع زائد هي $\frac{ص^٢}{١٦} - \frac{س^٢}{٩} = ١$ فان البعد بين البؤرتين :

أ. ٥   ب. ٨   جـ. $\sqrt{٧}$ د. ١٠   هـ. ٢$\sqrt{٧}$

١٩) الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته س^٢ + ٤ص^٢ = ٤ يساوي :

أ. $\frac{١}{٢}$ ب. $\sqrt{٣}$ جـ. $\frac{٣}{٤}$ د. $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ هـ. $\frac{٣}{٢}$

٢٠) قطع زائد معادلته $\frac{س^٢}{١٦} - \frac{ص^٢}{م} = ١$ واحداثيات بؤرتيه (٠ ، ±٥) فإن قيمة م تساوي :

أ. ٢٥   ب. ٤١   جـ. $\sqrt{٤١}$ د. ٣   هـ. ٩

٢١) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ومعادلة دليله س – ١ = ٠ هي :

أ. س^٢ = ٤ص   ب. س^٢ = -٤ص   جـ. ص^٢ = -٤س   د. ص^٢ = ٤س   هـ. ص^٢ = ٤(س + ١)

٢٢) طول المحور الأكبر للقطع الناقص ١٦س^٢ + ١٨ص^٢ = ٣٦ يساوي :

أ. $\frac{٣}{٢}$ ب. $\frac{-٩}{٢}$ جـ. ٦   د. ١٨   هـ. ٣

٢٣) معادلة القطع الناقص الذي إحداثيات رأسيه (±٤ ، ٠) وطول محوره الأصغر يساوي ٦ هي :

أ. $\frac{س^{٢}}{٣٦} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$ ب. $\frac{س^{٢}}{١٦} + \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$ جـ. $\frac{س^{٢}}{٩} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$ د. $\frac{س^{٢}}{٤} + \frac{ص^{٢}}{٣} = ١$

٢٤) قطع ناقص إحداثيات بؤرتيه (±٣ ، ٠) ومعادلته $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$ فإن قيمة أ تساوي :

أ. ٥ ب. $\sqrt{٧}$ جـ. ٣ د. ٢٥ هـ. ١٠

٢٥) الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته ١٦ص^{٢} + ٢٥س^{٢} = ١٠٠ :

أ. $\frac{٩}{٢٥}$ ب. $\frac{٤}{٥}$ جـ. $\frac{١٦}{٢٥}$ د. $\frac{٣}{٤}$ هـ. $\frac{٣}{٥}$

٢٦) طول المحور القاطع للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{٦} = -١$ هو :

أ. ٨ ب. ١٦ جـ. ٣ د. ٦ هـ. ١٠

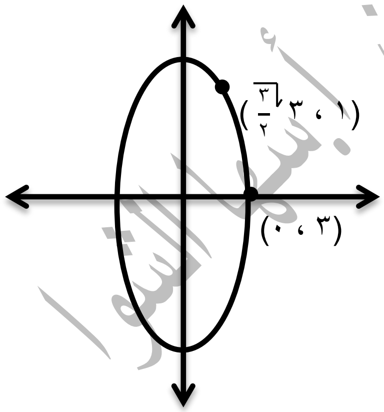
٢٧) إذا كانت ٩س^{٢} – ٢٥ص^{٢} + ٢٢٥ = صفر تمثل معادلة قطع زائد وكانت ن (س ، ص) نقطة واقعة عليه ، فإن الفرق المطلق بين بعدي النقطة ن عن بؤرتي هذا القطع تساوي :

أ. ٦ ب. ١٠ جـ. ١٦ د. ٣٤ هـ. غير ذلك

٢٨) الفرق المطلق بين بعدي النقطة ن ($٤\sqrt{٢}$ ، ٣) ن بؤرتي القطع المخروطي الممثل بالمعادلة
٩س^{٢} – ١٦ص^{٢} = ١٤٤ :

أ. ٣ ب. ٤ جـ. ٦ د. ٨ هـ. ١

٢٩) طول المحور الأكبر للقطع الناقص كما في الشكل يساوي :



أ. ٦ ب. $٣\sqrt{٣}$ جـ. ٤ د. ٨ هـ. ٩

٣٠) طول المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{س^{٢}}{٨} - \frac{ص^{٢}}{٦} = ١$ يساوي :

أ. $٤\sqrt{٢}$ ب. $٢\sqrt{٦}$ جـ. ١٦ د. ١٢ هـ. ١

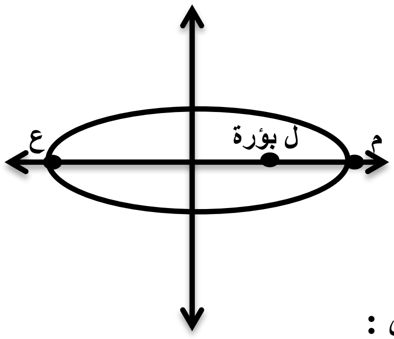
٣١) المعادلة ٢س^{٢} + ك ص^{٢} = ٨ تمثل قطع ناقص عندما ك تنتمي الي :

أ.] ٠ ، ∞ [ب.] -∞ ، ٠ [جـ. { صفر } د. { -٢ } هـ. { ٢ }

٣٢) قطع زائد معادلته ٩س^{٢} − ١٦ص^{٢} = ١٤٤ ، ن (س ، ص) نقطة واقعة عليه جد الفرق المطلق بين بعدي النقطة ن عن بؤرتي هذا القطع :

أ. ٦ ب. ٨ جـ. ٩ د. ١٠ هـ. ١٦

٣٣) في القطع الناقص المجاور ، إذا كانت النسبة م ل : ع ل تساوي ١ : ٣ فما قيمة الاختلاف المركزي لهذا القطع :



أ. $\frac{١}{٤}$ ب. $\frac{١}{٣}$ جـ. $\frac{٣}{٤}$ د. $\frac{١}{٢}$ هـ. $\frac{١}{٥}$

٣٤) القطع الذي معادلته ٥س^{٢} + ٤ص^{٢} = ٢٠ يكون اختلافه المركزي يساوي :

أ. $\frac{١}{٢}$ ب. $\frac{١}{\sqrt{٥}}$ جـ. $\frac{٣}{٤}$ د. $\frac{٣}{\sqrt{٥}}$ هـ. $\frac{\sqrt{٥}}{٣}$

٣٥) قطع مخروطي معادلته $\frac{س^{٢}}{٩}$ + $\frac{ص^{٢}}{٢٥}$ = ١ فإن مجموع طولي محوريه الأصغر والأكبر يساوي :

أ. ٨ ب. ٣٤ جـ. ٢٥ د. ١٦ هـ. -١٦

٣٦) إذا كان المحور المرافق للقطع الزائد س^{٢} − $\frac{ص^{٢}}{ل}$ = ١ أطول بوحدتين من المحور الأصغر للقطع الناقص

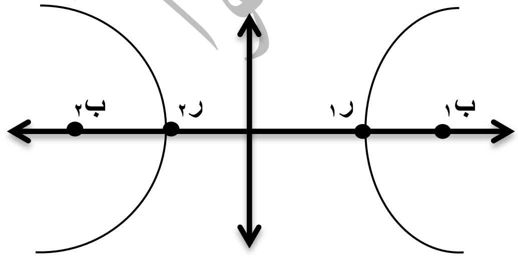
$\frac{س^{٢}}{١٦}$ − $\frac{ص^{٢}}{٤٩}$ = ١ **فما قيمة ل :**

أ. ١٠٠ ب. ٣٦ جـ. ٢٥ د. ١٢ هـ. ١٦

٣٧) المحل الهندسي لمجموعة النقط المستوية ن (س ، ص) حيث يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين يساوي مقدار ثابت هو :

أ. خط مستقيم ب. قطع مكافئ جـ. قطع ناقص د. قطع زائد

٣٨) يمثل الشكل قطع مخروطي إذا كانت $\frac{ب_{١}ر_{٢}}{ب_{١}ر_{٢}}$ = $\frac{١}{٥}$ (ب: بؤرة ، ر: رأس) فإن الاختلاف المركزي لهذا القطع =



أ. $\frac{٥}{٣}$ ب. $\frac{٣}{٢}$ جـ. $\frac{٤}{٣}$ د. $\frac{٧}{٣}$ هـ. $\frac{٣}{٧}$

٣٩) إذا قطع مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى عمودي على محور المخروط غير مار برأس المخروط فإن المنحنى الناتج هو :

أ. قطع زائد ب. قطع ناقص جـ. دائرة د. مستقيمان متقاطعان هـ. قطع مكافئ

٤٠) إذا كان البعد البؤري لقطع زائد يساوي ثلاثة أمثال طول محوره المرافق فإن الاختلاف المركزي لهذا القطع يساوي :

أ. $\frac{٣}{٢}$ ب. $\frac{٣}{\sqrt{٨}}$ جـ. $\frac{٦}{\sqrt{٣٥}}$ د. $\frac{٤}{٣}$ هـ. $\frac{٣}{٤}$

٤١) طول المحور القاطع للقطع الزائد الذي معادلته ١٦س^{٢} ــ ٩ص^{٢} = ٣٦ يساوي

أ. ٨   ب. ٦   جـ. ٤   د. ٣   هـ. ٢

٤٢) القطع المخروطي الذي معادلته $\frac{س^{٢}}{م} - \frac{ص^{٢}}{م-١}$ = -١ حيث م < -١ هو قطع :

أ. زائد سيني   ب. زائد صادي   جـ. ناقص صادي   د. ناقص سيني

٤٣) إذا كان ١ ــ الاختلاف المركزي < صفر فإن القطع المخروطي هو :

أ. قطع زائد   ب. قطع ناقص   جـ. قطع مكافئ   د. دائرة   هـ. مستقيم

٤٤) معادلة الدليل للقطع المكافئ ص^{٢} ــ ٤س = صفر هي :

أ. س = ٢   ب. س = -٢   جـ. س = ١   د. س = -١   هـ. ص = ١

٤٥) ٩س^{٢} + ٢٥ص^{٢} ــ ٢٢٥ = صفر معادلة قطع مخروطي ، ن نقطة واقعة عليه فإن مجموع بعدي ن عن بؤرتي القطع يساوي :

أ. ٦   ب. ١٦   جـ. ١٠   د. ٨   هـ. ٢٦

٤٦) معادلة القطع الناقص الذي رأساه (± ٢ ، ٠) واختلافه المركزي $\frac{١}{٢}$ هو :

أ. $\frac{س^{٢}}{٤} + \frac{ص^{٢}}{٢} = ١$ ب. $\frac{س^{٢}}{٤} - \frac{ص^{٢}}{٢} = ١$ جـ. $\frac{ص^{٢}}{٤} + \frac{س^{٢}}{٢} = ١$ د. $\frac{س^{٢}}{٤} + \frac{ص^{٢}}{٣} = ١$ هـ. $\frac{س^{٢}}{٣} + \frac{ص^{٢}}{٤} = ١$

٤٧) إذا قطع مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى عمودي على محور المخروط ولا يحتوي رأسا فإن المنحنى الناتج هو :

أ. دائرة   ب. قطع مكافئ   جـ. قطع ناقص   د. قطع زائد

٤٨) إذا كان طول المحور الأكبر لقطع ناقص يساوي مثلي طول محوره الأصغر فإن اختلافه المركزي :

أ. $\frac{٣}{٢}$ ب. $\frac{١}{٢}$ جـ. $\frac{١}{٣}$ د. $\frac{٣}{٤}$ هـ. $\frac{٤}{٣}$

٤٩) في القطع المكافئ ص^{٢} = ٨س ، البعد بين البؤرة والدليل يساوي

أ. ٢   ب. ١٦   جـ. ٨   د. ٤   هـ. ٣٢

٥٠) إذا كان القطع المكافئ ص^{٢} = أس يمر بالنقطة (١ ، ٢) فإن معادلة الدليل لهذا القطع المخروطي :

أ. س = -٤   ب. س = ٤   جـ. س = -١   د. س = ١   هـ. ص = ١

١) أوجدي معادلة القطع الناقص الذي بؤرتيه (±٣ ، ٠) ويمر بالنقطة (٠ ، ٤) .

٢) أوجدي معادلة القطع الزائد إذا كان الرأسان (±٤ ، ٠) ويمر بالنقطة (٨ ، ٢) .

٣) أوجدي معادلة القطع الناقص الذي إحداثيات رأسه (٠ ، ±٥) واختلافه المركزي = $\frac{3}{5}$.

٤) أوجدي معادلة القطع الزائد الذي إحداثيات بؤرتيه هما (٠ ، ±١٠) وطول محوره المرافق = ١٦ .

٥) أكتبي معادلة القطع المخروطي الذي مركزه نقطة الأصل وإحداثيات بؤرتيه (٠ ، ±٦) واختلافه المركزي $\frac{3}{4}$.

٦) أوجدي معادلة القطع الزائد الذي فيه (٠ ، ±٣) طوفا المحور المرافق ويمر بالنقطة (٤ ، ٣) .

٧) أوجدي معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (٠ ، ±٥) واختلافه المركزي $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ثم مثلي بيانيا .

٨) إذا كانت المعادلة ١٦س^2 + ٢٥ص^2 = ٤٠٠ تمثل قطعا ناقصا أوجدي :

١. إحداثيات البؤرتين .　　٢. الاختلاف المركزي .

٩) إذا كانت ٩س^2 – ١٦ص^2 = ١٤٤ تمثل معادلة قطع زائد أوجدي :

١. طول المحور القاطع .　　٢. الاختلاف المركزي .　　٣. إحداثيات البؤرتين .

١٠) قطع ناقص إحداثيات نهايتي محوره الأكبر (±٤ ، ٠) وإحداثيات نهايتي محوره الأصغر (٠ ، ±٣) أوجدي :

١. معادلة القطع .　　٢. الاختلاف المركزي .　　٣. إحداثيات بؤرتيه .

١١) قطع زائد معادلته ٤س^2 – ص^2 = ٣٦ ، أوجدي إحداثيات رأسيه وبؤرتيه وطول محوره المرافق .

١٢) أوجدي معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ومحوره الأكبر على محور الصادات واختلافه المركزي $\frac{٣}{٥}$ وطول محوره الأكبر يزيد عن المسافة بين بؤرتيه بمقدار ٨ وحدات .

١٣) قطع زائد معادلته $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{٧} = ١$ أوجدي البعد بين بؤرتيه .

١٤) أوجدي طول المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته $\frac{ص^{٢}}{٣٦} - \frac{س^{٢}}{٦٤} = ١$.

١٥) أ ب جـ مثلث محيطه يساوي ٣٠ سم ، إذا كانت ب (٠ ، -٥) ، جـ (٠ ، ٥) وكانت النقطة أ تتحرك في المستوى الديكارتي أوجدي معادلة المحل الهندسي للنقطة أ وبيني نوع المنحنى الذي يمثل هذه المعادلة .

١٦) إذا كان البعد بين بؤرتي قطع ناقص يساوي نصف البعد بين طرفي محوريه الأكبر والأصغر فما قيمة الاختلاف المركزي لهذا القطع .

١٧) قطع ناقص معادلته $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{\frac{٣}{٤}أ^{٢}} = ١$ ، أثبتي أنه في هذا القطع يكون البعد بين رأسيه يساوي ضعف البعد بين بؤرتيه .

١٨) م ، ن نقطتان ماديتان ، النقطة م تدور في مدار على شكل قطع ناقص بحيث تكون النقطة ن في إحدى بؤرتي هذا القطع فإذا كان طول المحور الأكبر = ١٠ وحدات ، والاختلاف المركزي = ٠,٣ أوجدي :

١. أقصر مسافة بين النقطتين م ، ن .   ٢. أطول مسافة بين النقطتين م ، ن .

١٩) إذا كان الاختلاف المركزي للقطع المخروطي $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ هو $هـ_{١}$ وكان الاختلاف المركزي للقطع المخروطي $\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ هو $هـ_{٢}$ بيني أن $(هـ_{١})^{٢} + (هـ_{٢})^{٢} = ٢$.

٢٠) إذا كانت المعادلة ك $س^{٢}$ + ٥$ص^{٢}$ = ١٧ تمثل معادلة قطع ناقص سيني ، أثبتي أن ك = $\frac{١٧}{جـ^{٢} + ب^{٢}}$.

٢١) إذا كان $هـ_{١}$ ، $هـ_{٢}$ يمثلان الاختلافين المركزيين للقطعين المخروطيين

$$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{ل}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ك}^{٢}} = ١ \qquad ، \qquad \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ك}^{٢}} + \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ل}^{٢}} = ١$$

أثبتي أن : $\frac{١}{\text{هـ}_{١}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{هـ}_{٢}^{٢}} = ١$.

٢٢) كشاف ضوئي على شكل قطع مكافئ مجسم ، فإذا كان المصدر الضوئي في بؤرته ، احسبي بعد البؤرة عن الرأس إذا كان قطر فوهته ٣ قدم وعمقه ١ قدم .

٢٣) أوجدي معادلة القطع الزائد الذي طول محوره المرافق ٧ وحدات وينطبق هذا المحور على محور الصادات علما بأن المنحنى يمر بالنقطة (٣ ، -٢) .

٢٤) أوجدي معادلة القطع المخروطي الذي اختلافه المركزي = ١,٥ وبؤرتاه نفس بؤرتا القطع المخروطي الذي معادلته $\frac{\text{س}^{٢}}{٦٤} + \frac{\text{ص}^{٢}}{١٠٠} = ١$ **.**